

Modulações Digitais

E J Nascimento

Universidade Federal do Vale do São Francisco

www.univasf.edu.br/~edmar.nascimento

May 20, 2019

1 Representação de Sinais Modulados

2 Modulação sem Memória

3 Modulação com Memória

Introdução

- O processo de mapeamento de uma sequência digital para sinais para transmissão em um canal de comunicação é chamada de **modulação digital**
 - A forma de onda (sinal) deve casar com as características do canal
 - Dependendo do canal, formas de onda variam consideravelmente
 - Alguns canais admitem sinais passa-baixa enquanto outros só sinais passa-faixa
- Para modulações passa-baixa
 - O espectro está concentrado em baixas frequências
 - Pulsos especiais como o cosseno levantado podem ser usados para diminuir a largura de banda
- Para modulações passa-faixa
 - O espectro está concentrado em torno de uma frequência f_c ($f_c \gg B$)
 - Envolve a multiplicação de um sinal passa-baixa por uma portadora senoidal

Representação de Sinais Modulados

- A modulação pode ser linear ou não linear
 - Princípio da superposição se aplica em modulações lineares
- Quando uma sequência binária é dividida em subsequências de tamanho k e cada uma delas é mapeada em um sinal $s_m(t)$, o esquema de modulação é chamado de **sem memória**
 - $1 \leq m \leq 2^k$
 - Mapeamento de $M = 2^k$ mensagens para M sinais



Representação de Sinais Modulados

- Quando o mapeamento depende dos k bits atuais e de $(L - 1)k$ bits passados, o esquema de modulação é chamado de **com memória**
 - Máquina de estados finita com $2^{(L-1)k}$ estados
 - Mapeamento do estado corrente e da entrada corrente do modulador para o conjunto de sinais de saída
 - Se no instante $l - 1$ o modulador está no estado $S_{l-1} \in \{1, 2, \dots, 2^{(L-1)k}\}$ e a sequência de entrada é $I_l \in \{1, 2, \dots, 2^k\}$, então o modulador transmite $s_{m_l}(t)$ e se move para S_l

$$m_l = f_m(S_{l-1}, I_l), S_l = f_s(S_{l-1}, I_l)$$

- k, L (restrição do comprimento), $f_m(\cdot, \cdot)$, $f_s(\cdot, \cdot)$ descrevem completamente o modulador
- Pode ser representado por uma cadeia de Markov

Terminologias

- k símbolos binários são mapeados em formas de onda $s_m(t)$, $1 \leq m \leq M$, $M = 2^k$
- Sinais são transmitidos a cada T_s (intervalo de sinalização ou de símbolo) segundos
- $R_s = 1/T_s$ é a taxa de sinalização ou de símbolo
- O intervalo de bit T_b e a taxa de bit R_b são definidos como

$$\begin{aligned} T_b &= \frac{T_s}{k} = \frac{T_s}{\log_2 M} \\ R_b &= kR_s = R_s \log_2 M \end{aligned}$$

- Seja E_m a energia de $s_m(t)$, a energia média é dada por

$$E_{MED} = \sum_{m=1}^M p_m E_m,$$

Terminologias

- Sendo p_m a probabilidade do m -ésimo sinal
- Se os sinais são equiprováveis

$$E_{MED} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M E_m$$

- A energia média por bit é definida como

$$E_{(b)MED} = \frac{E_{MED}}{k} = \frac{E_{MED}}{\log_2 M}$$

- Se os sinais tem a mesma energia, $E_{MED} = E_m = E$ e

$$E_b = \frac{E}{k} = \frac{E}{\log_2 M}$$

Terminologias

- Se um sistema de comunicação está transmitindo uma energia média por bit $E_{(b)MED}$ em um intervalo de T_b , então a potência média do transmissor é

$$P_{MED} = \frac{E_{(b)MED}}{T_b} = R_b E_{(b)MED}$$

- Se os sinais tem a mesma energia

$$P = R_b E_b$$

Modulação com Amplitude de Pulso (PAM)

- Formas de onda são representadas como

$$s_m(t) = A_m p(t), \quad 1 \leq m \leq M,$$

- sendo $p(t)$ um pulso real de duração T e energia E_p ,
 $\{A_m, \quad 1 \leq m \leq M = 2^k\}$ o conjunto das amplitudes possíveis
- É comum escolher as amplitudes A_m como

$$\begin{aligned} A_m &= 2m - 1 - M, \quad m = 1, 2, \dots, M \\ &= \pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M - 1) \end{aligned}$$

Modulação com Amplitude de Pulso (PAM)

- Nesse caso,

$$\begin{aligned}
 E_m &= A_m^2 E_p \\
 E_{MED} &= \frac{E_p}{M} \sum_{i=1}^M A_m^2 = \frac{2E_p}{M} \times \frac{M(M^2 - 1)}{6} \\
 &= \frac{(M^2 - 1)E_p}{3} \\
 E_{(b)MED} &= \frac{(M^2 - 1)E_p}{3 \log_2 M}
 \end{aligned}$$

Modulação com Amplitude de Pulso (PAM)

- A modulação PAM passa-faixa tem formas de onda representadas por

$$\begin{aligned} s_m(t) &= \operatorname{Re}[s_{ml}(t)e^{j2\pi f_c t}] = \operatorname{Re}[A_m g(t)e^{j2\pi f_c t}] \\ &= A_m g(t) \cos(2\pi f_c t) \end{aligned}$$

- Esse caso é similar ao PAM passa-baixa com $p(t) = g(t) \cos(2\pi f_c t)$
- Como $E_p = E_g/2$, tem-se

$$\begin{aligned} E_m &= \frac{A_m^2}{2} E_g \\ E_{MED} &= \frac{(M^2 - 1)E_g}{6} \\ E_{(b)MED} &= \frac{(M^2 - 1)E_g}{6 \log_2 M} \end{aligned}$$

Modulação com Amplitude de Pulso (PAM)

- Constelações PAM possuem dimensão $N = 1$ com

$$\phi(t) = \frac{p(t)}{\sqrt{E_p}}$$

- Ou (PAM com portadora)

$$\phi(t) = \sqrt{\frac{2}{E_g}} g(t) \cos(2\pi f_c t)$$

- Os sinais PAM são representados como

$$s_m(t) = A_m \sqrt{E_p} \phi(t) \text{ (passa-baixa)}$$

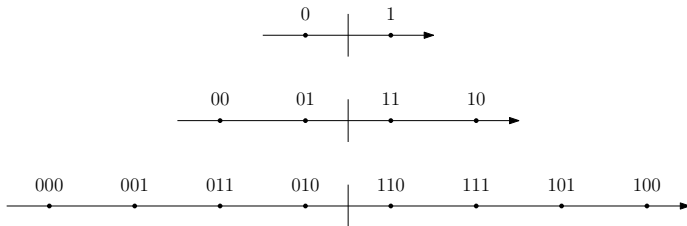
$$s_m(t) = A_m \sqrt{\frac{E_g}{2}} \phi(t) \text{ (passa-faixa)}$$

Modulação com Amplitude de Pulso (PAM)

- Os vetores da constelação PAM são representados como

$$s_m = A_m \sqrt{E_p}, \quad A_m = \pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M-1)$$

$$s_m = A_m \sqrt{\frac{E_g}{2}}, \quad A_m = \pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M-1)$$



Modulação com Amplitude de Pulso (PAM)

- O mapeamento entre símbolos e bits pode ser feito de várias maneiras
 - Na codificação Gray, símbolos adjacentes diferem em apenas um bit
- A distância Euclidiana entre símbolos vale

$$\begin{aligned} d_{mn} &= \sqrt{\|\mathbf{s}_m - \mathbf{s}_n\|^2} = |A_m - A_n| \sqrt{E_p} \\ &= |A_m - A_n| \sqrt{\frac{E_g}{2}} \end{aligned}$$

- Sendo a distância mínima entre símbolos adjacentes

$$d_{min} = 2\sqrt{E_p} = \sqrt{2E_g} = \sqrt{\frac{12 \log_2 M}{M^2 - 1} E_{(b)MED}}$$

Modulação com Amplitude de Pulso (PAM)

- A modulação digital PAM com portadora é também conhecida como ASK (*Amplitude Shift Keying*)
 - Um tipo de modulação AM
 - O espectro possui duas bandas laterais
- É possível obter uma versão PAM SSB (*single-sideband*)

$$s_m(t) = \operatorname{Re}[A_m(g(t) \pm j\hat{g}(t))e^{j2\pi f_c t}]$$

- Se $M = 2$, tem-se que $s_1(t) = -s_2(t)$ e os sinais são ditos **antipodais**
 - Sinalização binária antipodal

Modulação em Fase (PSK)

- Na modulação em fase digital, as formas de onda são

$$\begin{aligned}
 s_m(t) &= \operatorname{Re}[g(t)e^{j\frac{2\pi(m-1)}{M}}e^{j2\pi f_c t}], \quad m = 1, 2, \dots, M \\
 &= g(t) \cos \left[2\pi f_c t + \frac{2\pi}{M}(m-1) \right] \\
 &= g(t) \cos \left(\frac{2\pi}{M}(m-1) \right) \cos 2\pi f_c t \\
 &\quad - g(t) \sin \left(\frac{2\pi}{M}(m-1) \right) \sin 2\pi f_c t
 \end{aligned}$$

- Sendo $g(t)$ um pulso real e $\theta_m = 2\pi(m-1)/M$, $m = 1, 2, \dots, M$ as M fases possíveis da portadora
- Essa modulação é chamada de PSK (*phase-shift keying*)

Modulação em Fase (PSK)

- Em PSK, tem-se que

$$E_m = \frac{1}{2} E_g = E_{MED}$$
$$E_{(b)MED} = \frac{E_g}{2 \log_2 M}$$

- A dimensão do espaço de sinais é $N = 2$, com

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{E_g}} g(t) \cos(2\pi f_c t)$$
$$\phi_2(t) = -\sqrt{\frac{2}{E_g}} g(t) \sin(2\pi f_c t)$$

Modulação em Fase (PSK)

- Nesta base, as formas de onda são

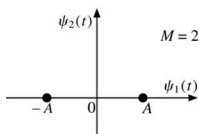
$$s_m(t) = \sqrt{\frac{E_g}{2}} \cos\left(\frac{2\pi}{M}(m-1)\right)\phi_1(t) + \sqrt{\frac{E_g}{2}} \sin\left(\frac{2\pi}{M}(m-1)\right)\phi_2(t)$$

- Os vetores da constelação PSK são representados como

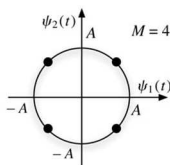
$$\mathbf{s}_m = \left(\sqrt{\frac{E_g}{2}} \cos\left(\frac{2\pi}{M}(m-1)\right), \sqrt{\frac{E_g}{2}} \sin\left(\frac{2\pi}{M}(m-1)\right) \right)$$

Modulação em Fase (PSK)

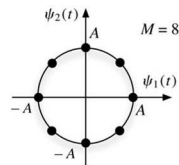
- Nomes especiais são dados em função do M
 - BPSK - $M = 2$, QPSK - $M = 4$, 8-PSK - $M = 8$



(a)



(b)



(c)

- A distância Euclidiana entre símbolos vale

$$d_{mn} = \sqrt{\|\mathbf{s}_m - \mathbf{s}_n\|^2} = \sqrt{E_g \left[1 - \cos \left(\frac{2\pi}{M} (m - n) \right) \right]}$$

Modulação em Fase (PSK)

- A distância mínima ocorre quando $|m - n| = 1$

$$d_{min} = \sqrt{E_g \left[1 - \cos \left(\frac{2\pi}{M} \right) \right]} = \sqrt{2E_g \left[\sin^2 \left(\frac{\pi}{M} \right) \right]}$$

- Com $E_{(b)MED} = E_b$

$$d_{min} = 2\sqrt{\left(\log_2 M \times \sin^2 \frac{\pi}{M} \right) E_b}$$

- Para grandes valores de M (π/M pequeno)

$$d_{min} \approx 2\sqrt{\frac{\pi^2 \log_2 M}{M^2} E_b}$$

Modulação em Amplitude de Quadratura (QAM)

- QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*) é uma mistura de PAM com PSK
- As formas de onda são dadas por

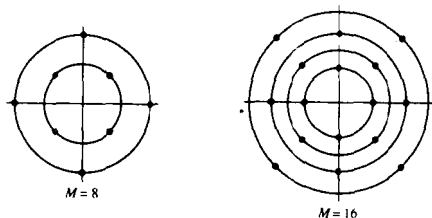
$$\begin{aligned}s_m(t) &= \operatorname{Re}[(A_{mi} + jA_{mq})g(t)e^{j2\pi f_c t}] \\ &= A_{mi}g(t)\cos 2\pi f_c t - A_{mq}g(t)\sin 2\pi f_c t, \quad m = 1, 2, \dots, M\end{aligned}$$

- Sendo A_{mi} e A_{mq} as amplitudes de quadratura em que a informação é transportada
- Como visto anteriormente, as formas de onda podem ainda ser representadas como

$$\begin{aligned}s_m(t) &= \operatorname{Re}[r_m e^{j\theta_m} e^{j2\pi f_c t}] = r_m \cos(2\pi f_c t + \theta_m) \\ r_m &= \sqrt{A_{mi}^2 + A_{mq}^2}, \quad \theta_m = \arctan A_{mq}/A_{mi}\end{aligned}$$

Modulação em Amplitude de Quadratura (QAM)

- Desta representação, nota-se que QAM é uma combinação PAM-PSK
 - M_1 -PAM com M_2 -PSK resultando em $M = M_1 M_2$ PAM-PSK



- Como no PSK, a dimensão do espaço de sinais é $N = 2$, com

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{E_g}} g(t) \cos(2\pi f_c t)$$

$$\phi_2(t) = -\sqrt{\frac{2}{E_g}} g(t) \sin(2\pi f_c t)$$

Modulação em Amplitude de Quadratura (QAM)

- Nesta base, as formas de onda são

$$s_m(t) = A_{mi}\sqrt{\frac{E_g}{2}}\phi_1(t) + A_{mq}\sqrt{\frac{E_g}{2}}\phi_2(t)$$

- Os vetores da constelação QAM são representados como

$$\mathbf{s}_m = \left(A_{mi}\sqrt{\frac{E_g}{2}}, A_{mq}\sqrt{\frac{E_g}{2}} \right)$$

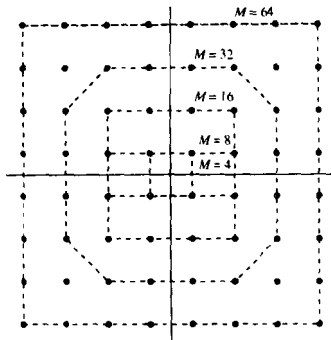
- Da constelação, tem-se que

$$E_m = \|\mathbf{s}_m\|^2 = \frac{E_g}{2}(A_{mi}^2 + A_{mq}^2)$$

$$d_{mn} = \sqrt{\|\mathbf{s}_m - \mathbf{s}_n\|^2} = \sqrt{\frac{E_g}{2}[(A_{mi} - A_{ni})^2 + (A_{mq} - A_{nq})^2]}$$

Modulação em Amplitude de Quadratura (QAM)

- Quando as amplitudes assumem os valores $\{(2m - 1 - M), m = 1, 2, \dots, M\}$, o espaço de sinais é retangular



- Neste caso especial

$$d_{min} = \sqrt{2E_g}$$

Modulação em Amplitude de Quadratura (QAM)

- Se $M = 2^{2k_1}$, ou seja, $M = 4, 16, 64, 256, \dots$, com amplitudes $\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(\sqrt{M} - 1)$ em ambas as direções

$$\begin{aligned}
 E_{MED} &= \frac{1}{M} \frac{E_g}{2} \sum_{m=1}^{\sqrt{M}} \sum_{n=1}^{\sqrt{M}} (A_m^2 + A_n^2) \\
 &= \frac{E_g}{2M} \times \frac{2M(M-1)}{3} = \frac{M-1}{3} E_g
 \end{aligned}$$

- Neste caso,

$$\begin{aligned}
 E_{(b)MED} &= \frac{M-1}{3 \log_2 M} E_g \\
 d_{min} &= \sqrt{\frac{6 \log_2 M}{M-1} E_{(b)MED}}
 \end{aligned}$$

PAM, PSK e QAM

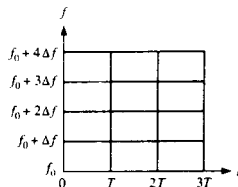
- Sinais podem ser representados por

$$s_m(t) = \operatorname{Re}[A_m g(t) e^{j2\pi f_c t}], \quad m = 1, 2, \dots, M$$

- $A_m = \pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M-1)$ -PAM, $A_m = e^{j\frac{2\pi}{M}(m-1)}$ -PSK e $A_m = A_{mi} + jA_{mq}$ -QAM
- QAM tem como casos particulares PAM e PSK
- A dimensão do espaço de sinais é no máximo $N = 2$ independentemente do número de sinais na constelação (M)

Sinalização Multidimensional

- Para obter espaços com dimensão maior que dois, pode-se usar os domínios do tempo ou da frequência ou ambos
- No tempo, a ideia básica é subdividir o intervalo de sinalização em N sub-intervalos
 - Cada subintervalo pode ser usado para transmitir um elemento do vetor N -dimensional
- A mesma ideia vale no domínio da frequência
 - As frequências devem ter uma separação suficiente para evitar interferências



Sinalização Ortogonal

- Sinais ortogonais $s_m(t)$, $1 \leq m \leq M$, com a mesma energia, são definidos como

$$\langle s_m(t), s_n(t) \rangle = \begin{cases} 0 & m \neq n, 1 \leq m, n \leq M \\ E & m = n \end{cases}$$

- Estes sinais são linearmente independentes e $M = N$
- A base ortonormal correspondente é então dada por

$$\phi_j(t) = \frac{s_j(t)}{\sqrt{E}}, 1 \leq j \leq N$$

Sinalização Ortogonal

- Os M sinais são representados pelos vetores

$$\mathbf{s}_1 = (\sqrt{E}, 0, 0, \dots, 0)$$

$$\mathbf{s}_2 = (0, \sqrt{E}, 0, \dots, 0)$$

$$\vdots = \vdots$$

$$\mathbf{s}_M = (0, 0, 0, \dots, \sqrt{E})$$

- Assim, para $m \neq n$, $d_{mn} = d_{min} = \sqrt{2E}$, ou

$$d_{min} = \sqrt{2(\log_2 M)E_b}, \quad E_b = \frac{E}{k} = \frac{E}{\log_2 M}$$

Modulação FSK

- Caso especial da sinalização ortogonal em que os sinais diferem em frequência

$$\begin{aligned}
 s_m(t) &= \operatorname{Re}[s_{ml}(t)e^{j2\pi f_c t}], \quad 1 \leq m \leq M, \quad 0 \leq t \leq T \\
 &= \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(2\pi f_c t + 2\pi m \Delta f t), \\
 s_{lm}(t) &= \sqrt{\frac{2E}{T}} e^{j2\pi m \Delta f t}, \quad 1 \leq m \leq M, \quad 0 \leq t \leq T
 \end{aligned}$$

- Cada forma de onda tem energia E
- Δf representa a separação entre as frequências

Modulação FSK

- A ortogonalidade parte real do equivalente passa-baixa $s_{lm}(t)$ implica na ortogonalidade de $s_m(t)$, logo

$$\begin{aligned}
 \langle s_{lm}(t), s_{ln}(t) \rangle &= \frac{2E}{T} \int_0^T e^{j2\pi(m-n)\Delta f t} dt \\
 &= \frac{2E \sin(\pi T(m-n)\Delta f)}{\pi T(m-n)\Delta f} e^{j\pi T(m-n)\Delta f} \\
 \text{Re}[\langle s_{lm}(t), s_{ln}(t) \rangle] &= \frac{2E \sin(\pi T(m-n)\Delta f)}{\pi T(m-n)\Delta f} \cos \pi T(m-n)\Delta f \\
 &= \frac{2E \sin(2\pi T(m-n)\Delta f)}{2\pi T(m-n)\Delta f} \\
 &= 2E \text{sinc}(2\pi T(m-n)\Delta f)
 \end{aligned}$$

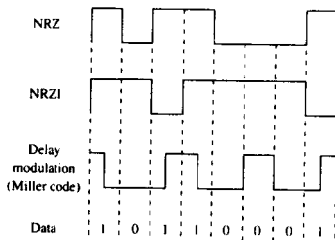
- Assim, os sinais são ortogonais se $\Delta f = k/(2T)$, sendo $\Delta f = 1/(2T)$ o valor mínimo para a separação entre as frequências

Sinalização Ortogonal

- Além do procedimento usado para a obtenção da constelação FSK, outras construções são possíveis
- Sinais de Hadamard
 - Obtidas a partir de matrizes de Hadamard (ortogonais)
- Sinalização simplex
 - Os M vetores são obtidos subtraindo-se a média de M sinais ortogonais
- Sinais oriundos de códigos binários

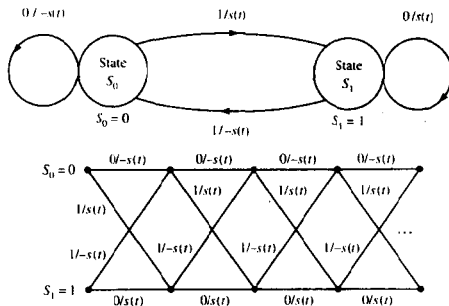
Modulação com Memória

- Nos esquemas vistos anteriormente, k bits de informação que chegam ao modulador são convertidos em uma das $M = 2^k$ formas de onda
 - Não há memória nesses casos
- Em esquemas com memória, a saída atual do modulador depende da informação que chega e também de seu estado (memória)
 - Codificação NRZI (banda base) - $b_k = a_k \oplus b_{k-1}$, sendo a_k a entrada e b_k a saída



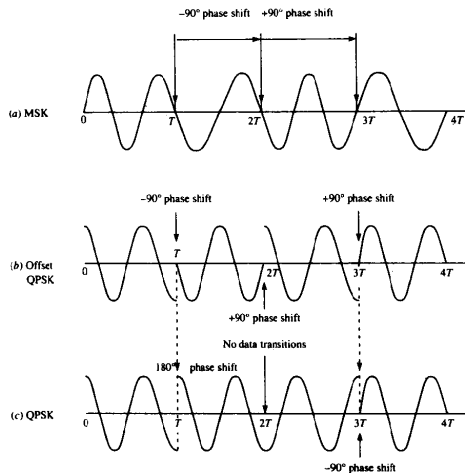
Modulação com Memória

- Diagrama de transição de estados e de treliça para a codificação NRZI



Modulação com Fase Contínua

- Uma classe importante de métodos de modulação digital envolve a restrição de que a fase do sinal deve ser contínua
 - Modulador em fase ou frequência com memória



Modulação com Fase Contínua

- Continuous-Phase Modulation (CPM) é uma técnica de modulação com memória que engloba
 - CPFSK (Continuous-phase frequency shift keying)
 - GMSK (Gaussian minimum-shift keying)
 - MSK (Minimum-shift keying)
- Em CPM, a fase da portadora é expressada como

$$\phi(t; \mathbf{I}) = 2\pi \sum_{k=-\infty}^n I_k h_k q(t - kT), \quad nT \leq t \leq (n+1)T$$

- I_k - sequência de símbolos M -ários do alfabeto $\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M-1)$
- h_k - sequência de índices de modulação
- $q(t)$ - forma de onda escolhida

Modulação com Fase Contínua

- A forma de onda $q(t)$ pode ser representada como

$$q(t) = \int_0^t g(\tau) d\tau$$

- Se $g(t) = 0$ para $t > T$, denomina-se de CPM de resposta completa
- Se $g(t) \neq 0$ para $t > T$, denomina-se de CPM de resposta parcial
- Formas de ondas típicas são: LREC (retangulares), LRC (cosseno levantado) e GMSK (gaussiano)

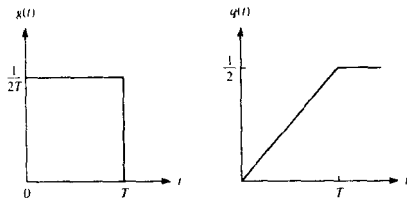
$$g(t) = \begin{cases} 1/(2LT) & 0 \leq t \leq LT \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$

$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{2LT}(1 - \cos \frac{2\pi t}{LT}) & 0 \leq t \leq LT \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$

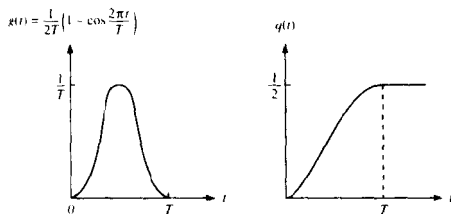
$$g(t) = 1/\sqrt{\ln 2} [Q(2\pi B(t - T/2)) - Q(2\pi B(t + T/2))]$$

Modulação com Fase Contínua

- Pulsos para CPM com resposta completa

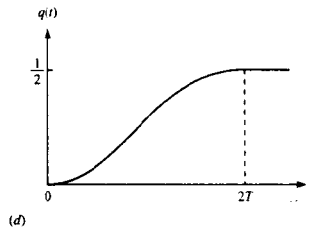
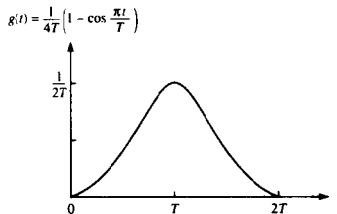
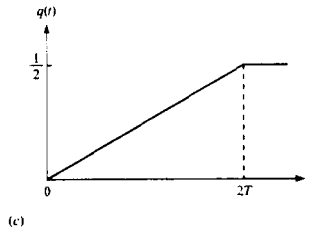
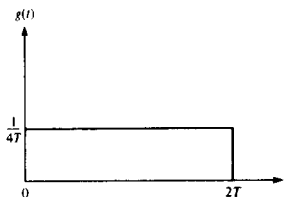


(a)



Modulação com Fase Contínua

- Pulsos para CPM com resposta parcial



Modulação com Fase Contínua

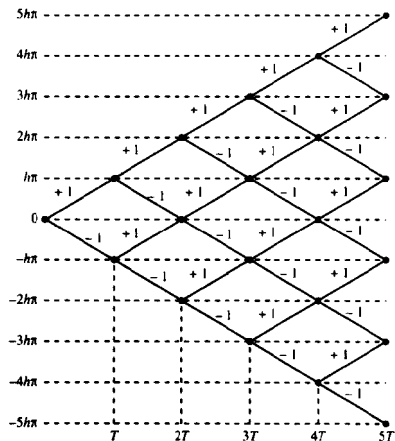
- O sinal modulado em CPM pode ser escrito como

$$s(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos [2\pi f_c t + \phi(t; \mathbf{I}) + \phi_0]$$

- O tipo de modulação CPM é determinado pela escolha de h_k e $g(t)$
- Em CPFSK, $h_k = h = 2f_d T$ (f_d é o valor de pico do desvio em frequência) e $g(t)$ é um pulso retangular com resposta total
- Dependendo da sequência de informação, as fases seguem uma trajetória dentre as inúmeras possíveis especificadas em um diagrama

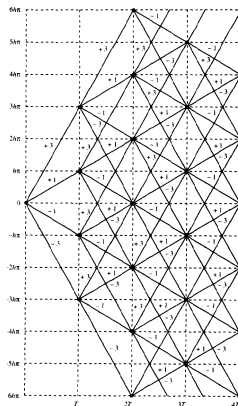
Modulação com Fase Contínua

- Trajetoória de fases para CPFSK binário ($I_m = \pm 1$)



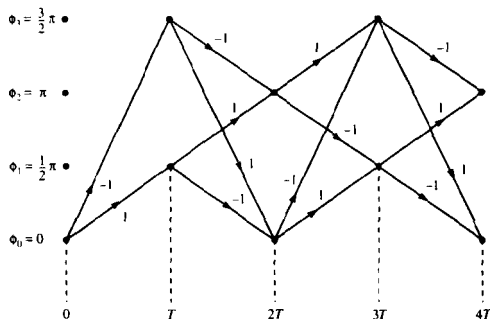
Modulação com Fase Contínua

- Trajetória de fases para CPFSK quaternário ($I_m = \pm 1, \pm 3$)



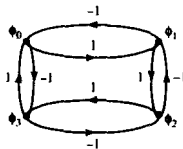
Modulação com Fase Contínua

- Outras representações para as fases podem ser obtidas considerando que os ângulos são equivalentes na faixa $(0, 2\pi)$
- No CPFSK binário com $h = 1/2$, uma representação em treliça é dada por



Modulação com Fase Contínua

- Nesse caso (CPFSK binário com $h = 1/2$), o diagrama de estados é dado por



- CPFSK com $h = 1/2$ é conhecido como MSK (Minimum-shift keying)
- Em MSK, a fase da portadora é expressada como

$$\phi(t; \mathbf{I}) = \theta_n + \frac{1}{2}\pi \left(\frac{t - nT}{T} \right) I_n, \quad nT \leq t \leq (n+1)T$$

Modulação com Fase Contínua

- O sinal modulado em MSK pode ser escrito como

$$\begin{aligned} s(t) &= \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos \left[2\pi f_c t + \theta_n + \frac{1}{2}\pi \left(\frac{t - nT}{T} \right) l_n \right] \\ &= \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos \left[2\pi \left(f_c + \frac{1}{4T} l_n \right) t - \frac{1}{2}n\pi l_n + \theta_n \right] \end{aligned}$$

- No caso binário, as duas frequências possíveis são

$$f_1 = f_c - \frac{1}{4T}, \quad f_2 = f_c + \frac{1}{4T}$$

- A separação entre as frequências $\Delta f = f_2 - f_1$ é a mínima necessária para garantir a ortogonalidade dos sinais $\Delta f = 1/(2T)$

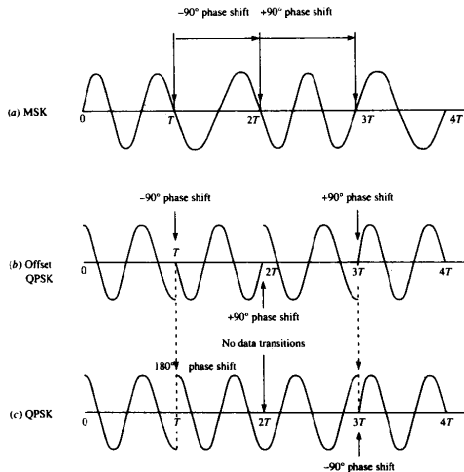
Modulação OQPSK (Offset QPSK)

- Outro esquema com memória pode ser obtido atrasando-se uma das componentes (fase e quadratura) de um sinal QPSK (PSK com $M = 4$)
- O sinal OQPSK pode ser escrito como

$$s(t) = A \left[\left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} I_{2n} g(t - 2nT) \right) \cos 2\pi f_c t + \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} I_{2n+1} g(t - 2nT - T) \right) \sin 2\pi f_c t \right]$$

Modulação com Memória

- Formas de onda MSK, OQPSK e QPSK



Modulação com Memória

- No QPSK tradicional, podem ocorrer transições de 180 graus
- No OQPSK, as transições estão limitadas a ± 90 graus
- Em relação ao espectro, QPSK e OQPSK são similares, pois as transições de fase são mais frequentes, apesar de menores
- Pulsos não retangulares podem ser usados para suavizar o espectro
 - Envelope não é constante (problema com amplificadores não lineares)
 - OQPSK é preferível nesse caso
- MSK possui fase contínua, mas possui saltos em frequência
 - O espectro pode ser suavizado com pulsos gaussianos (GMSK - padrão GSM)