

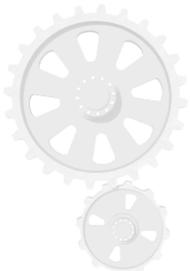


Engrenagens helicoidais, cônicas e sem-fim

Alan Christie da Silva Dantas

Motivação

- Situações onde a suavidade de movimento são imprescindíveis e onde a velocidade é muito grande.



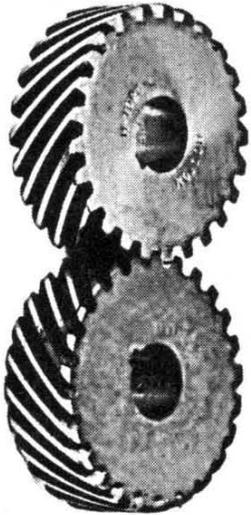
Engrenagens Helicoidais

- São quase idênticas às engrenagens de dentes retos com a exceção que seus dentes são inclinados de um ângulo de hélice Ψ .
- O Ângulo de hélice normalmente varia entre 10 e 45° . O ângulo pode ser direito ou esquerdo.
- Apresentam dentes mais reforçados para o mesmo passo e diâmetro



Engrenagens Helicoidais

- Engrenamento paralelo



(a) Opposite-hand pair meshed on parallel axes

- O deslizamento inicia pela extremidade do dente varrendo a face de forma cruzada
- Mais silenciosas
- Produzem menos vibração

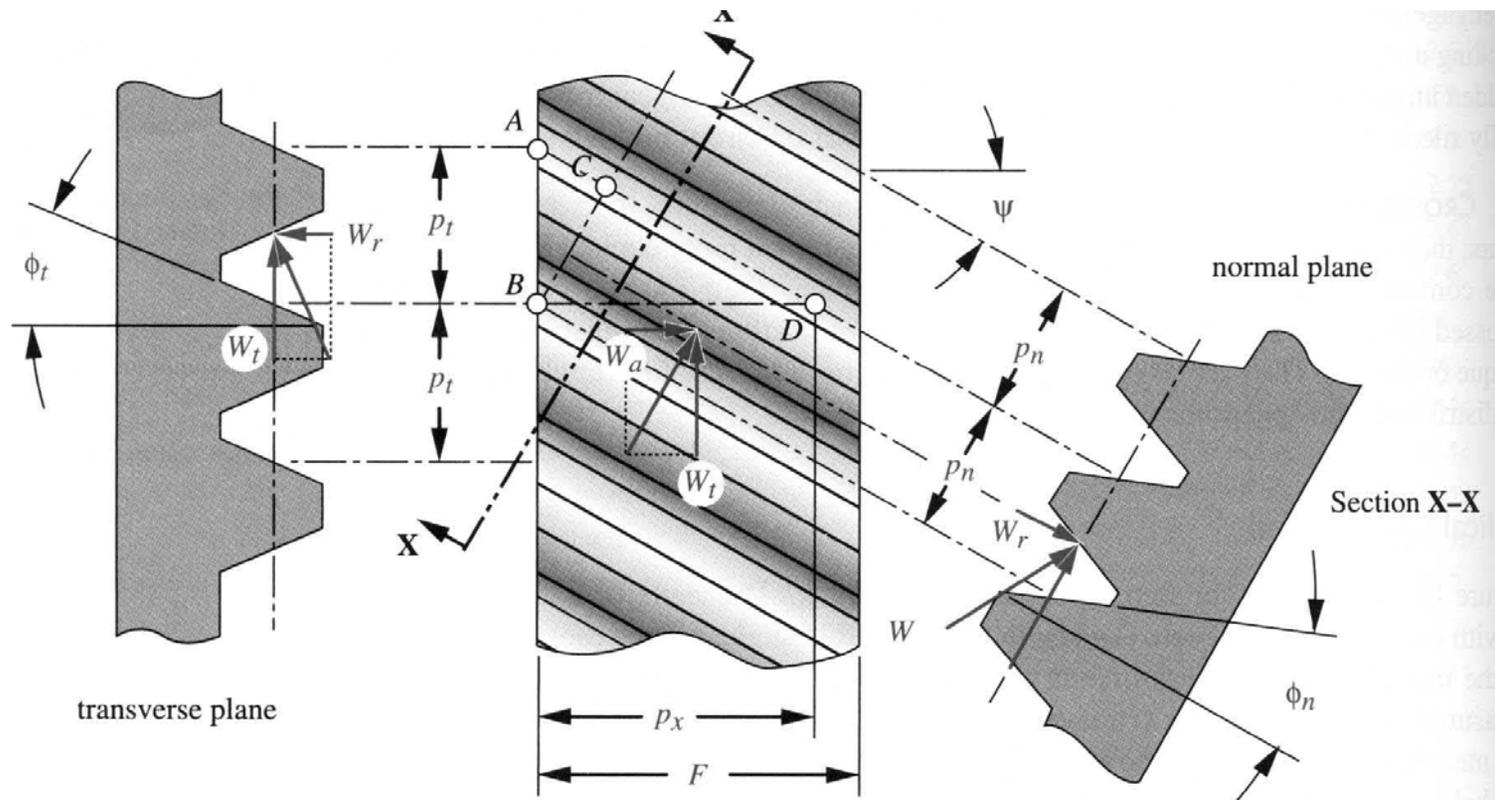
- Engrenamento cruzado



(b) Same-hand pair meshed on crossed axes

- Os dentes escorregam sem rolamento
- Contato pontual
- Capacidade de carregamento reduzida
- Utilização para cargas leves

Geometria das Eng. helicoidais



$$p_t = p_n / \cos \psi$$

$$p_x = p_n / \sin \psi$$

Geometria

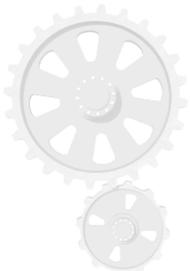
- Passo diametral normal

$$p_d = \frac{N}{d} = \frac{\pi}{p_c} = \frac{\pi}{p_t}$$

$$p_{nd} = p_d / \cos \psi$$

- Angulos de pressão

$$\tan \phi_t = \tan \phi = \tan \phi_n / \cos \psi$$



Forças aplicadas

$$W_t = \frac{T_p}{r_p} = \frac{2T_p}{d_p} = \frac{2p_d T_p}{N_p}$$

$$W_r = W_t \tan \phi$$

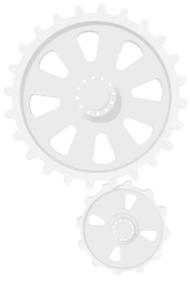
$$W_a = W_t \tan \psi$$

$$W = \frac{W_t}{\cos \psi \cos \phi_n}$$



Número virtual de dentes N_e

- A espessura do dente no plano virtual é $1/\cos\Psi$ vezes o definido para o ângulo normal. (gerando dentes mais fortes).
- N_e define uma engrenagem virtual que é equivalente a uma engrenagem de dentes retos com N_e dentes com dentes mais resistentes à flexão e ao contato

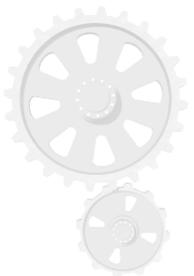


Número virtual de dientes N_e

$$N_e = \frac{2\pi r_e}{p_n} = \frac{\pi d}{p_n \cos^2 \psi}$$

$$N_e = \frac{\pi d}{p_t \cos^3 \psi}$$

$$N_e = \frac{N}{\cos^3 \psi}$$

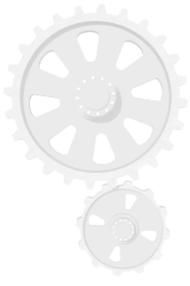


Relações de contato

- Transversal m_f
 - É a mesma que para engrenagens retas
- Axial
 - A hélice produz uma relação de contato axial que é dada por:

$$m_F = \frac{F}{p_x} = \frac{F p_d \tan \psi}{\pi}$$

- Essa taxa é menor que 1.25 e indica o grau de entrelaçamento helical.



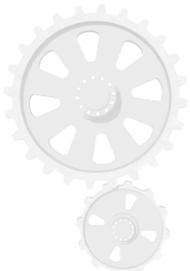
Tensões em Eng. Helicoidais

- Tensão de flexão
- Tensão de contato

$$\sigma_b = \frac{W_t p_d}{FJ} \frac{K_a K_m}{K_v} K_s K_B K_I$$

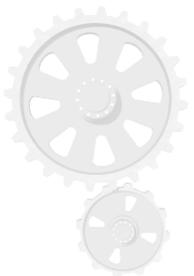
$$\sigma_b = \frac{W_t}{FmJ} \frac{K_a K_m}{K_v} K_s K_B K_I$$

$$\sigma_c = C_p \sqrt{\frac{W_t}{FId} \frac{C_a C_m}{C_v} C_s C_f}$$



Cálculo de tensões

- A grande diferença entre o cálculo de tensões em engrenagens retas e helicoidais são as diferentes tabelas para os valores de I e J , que passam a ser função de Ψ .

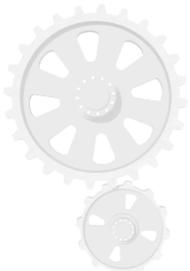


Cálculo de I

$$I = \frac{\cos \phi}{\left(\frac{1}{\rho_p} \pm \frac{1}{\rho_g} \right) d_p m_N}$$

onde:

$$m_N = \frac{F}{L_{min}}$$



Cálculo de l

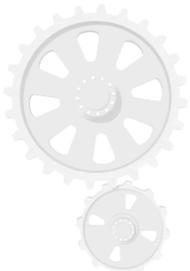
L_{\min} é o menor comprimento das linhas de contato, que será:

n_r = fractional part of m_p

n_a = fractional part of m_F

if $n_a \leq 1 - n_r$ then
$$L_{\min} = \frac{m_p F - n_a n_r p_x}{\cos \psi_b}$$

if $n_a > 1 - n_r$ then
$$L_{\min} = \frac{m_p F - (1 - n_a)(1 - n_r)p_x}{\cos \psi_b}$$



Cálculo de I

Onde:

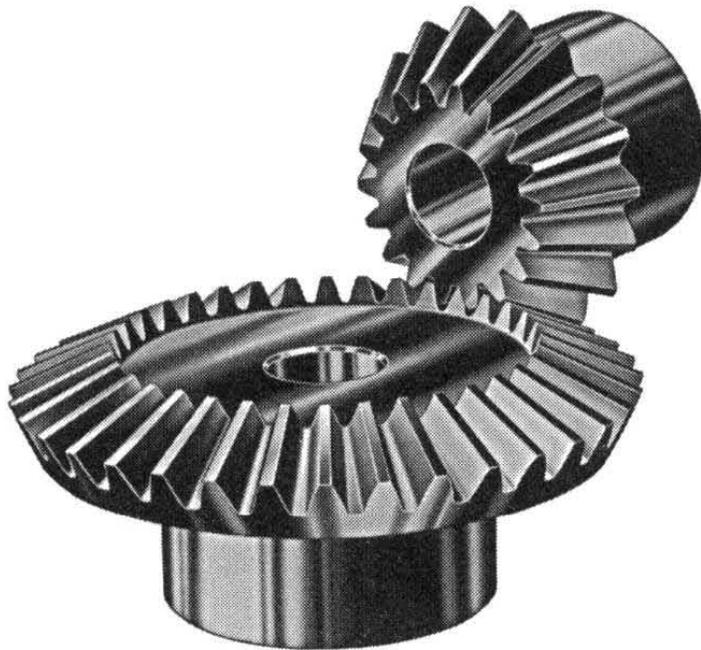
$$\psi_b = \cos^{-1} \left(\cos \psi \frac{\cos \phi_n}{\cos \phi} \right)$$

e

$$\rho_p = \sqrt{\left\{ 0.5 \left[(r_p + a_p) \pm (C - r_g - a_g) \right] \right\}^2 - (r_p \cos \phi)^2}$$

$$\rho_g = C \sin \phi \mp \rho_p$$

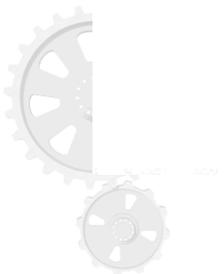
Engrenagens cônicas



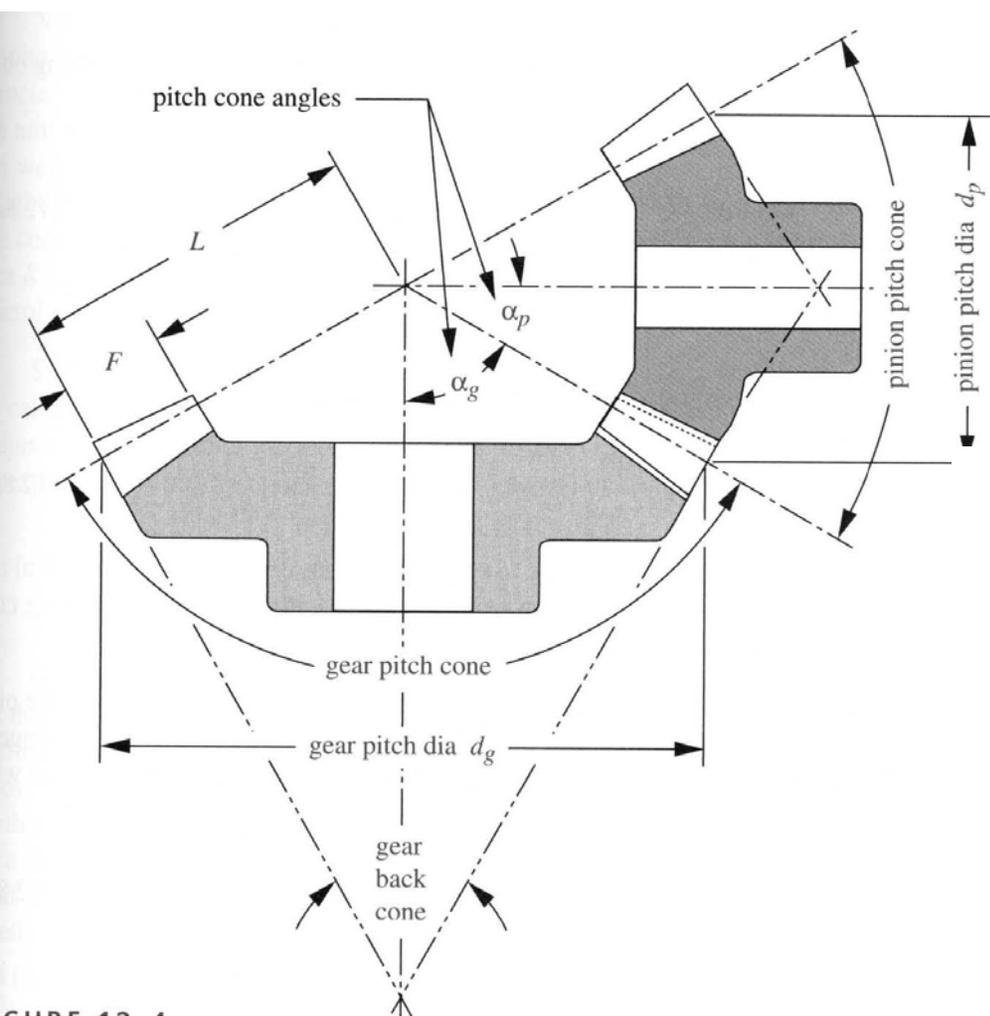
(a)



(b)



Geometria e nomenclatura



$$L = \frac{r_p}{\sin \alpha_p} = \frac{d_p}{2 \sin \alpha_p} = \frac{d_g}{2 \sin \alpha_g}$$

$$m_G = \frac{\omega_p}{\omega_g} = \frac{N_g}{N_p} = \frac{d_g}{d_p} = \tan \alpha_g = \cot \alpha_p$$

Forças

- Para engrenagens cônicas retas

$$W_a = W_t \tan \phi \sin \alpha$$

$$W_r = W_t \tan \phi \cos \alpha$$

$$W = W_t / \cos \phi$$

- Para eng. Cônicas espirais

$$W_a = \frac{W_t}{\cos \psi} (\tan \phi_n \sin \alpha \mp \sin \psi \cos \alpha)$$

$$W_r = \frac{W_t}{\cos \psi} (\tan \phi_n \cos \alpha \pm \sin \psi \sin \alpha)$$

$$W_t = \frac{2T}{d_m}$$



Tensões

- Flexão

$$\sigma_b = \frac{2T_p}{d} \frac{p_d}{FJ} \frac{K_a K_m K_s}{K_v K_x} \quad \text{psi}$$

$$\sigma_b = \frac{2000T_p}{d} \frac{1}{FmJ} \frac{K_a K_m K_s}{K_v K_x} \quad \text{MPa}$$

$K_x = 1$ para eng. Cônicas retas e

$K_x = 1.15$ para eng. cônicas
espiral

- Contato

