



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO**  
**MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE**  
**NACIONAL - PROFMAT**

**ANTONIO SANTOS DE ARAÚJO FILHO**

**UM ESTUDO SOBRE O USO DE PLANILHAS ELETRÔNICAS NO**  
**ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA COM ÊNFASE NOS**  
**SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO PRICE E SAC**

**JUAZEIRO - BA**

**2019**

**ANTONIO SANTOS DE ARAÚJO FILHO**

**UM ESTUDO SOBRE O USO DE PLANILHAS ELETRÔNICAS NO  
ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA COM ÊNFASE NOS  
SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO PRICE E SAC**

Dissertação apresentada à Universidade Federal do Vale do São Francisco – UNIVASF, Campus Juazeiro, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Ramalho Silva

**JUAZEIRO – BA**

**2019**

A663e Araújo Filho, Antonio Santos de.  
Um estudo sobre o uso de planilhas eletrônicas no ensino de matemática financeira com ênfase nos sistemas de amortização Price e SAC / Antonio Santos de Araújo Filho. -- Juazeiro, 2019  
xii, 93f. : il; 29 cm.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional \_ PROFMAT) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro - BA, 2019.

Orientador: prof. Dr. Alexandre Ramalho Silva.

1. Matemática financeira. 2. Planilhas eletrônicas. 3. Sistemas de amortização. I. Título. II. Silva, Alexandre Ramalho. III. Universidade Federal do Vale do São Francisco.

CDD 650.01513

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Integrado de Biblioteca SIBI/UNIVASF

Bibliotecário: Renato Marques Alves, CRB 5 -1458.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO**  
**MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE**  
**NACIONAL - PROFMAT**

**FOLHA DE APROVAÇÃO**

Antonio Santos de Araújo Filho

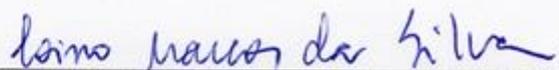
UM ESTUDO SOBRE O USO DE PLANILHAS ELETRÔNICAS NO  
ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA COM ÊNFASE NOS  
SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO PRICE E SAC

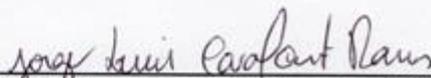
Dissertação apresentada como  
requisito parcial para obtenção do  
título de Mestre em Matemática,  
pela Universidade Federal do Vale  
do São Francisco.

Aprovada em: 12 de julho de 2019.

**Banca Examinadora**

  
Prof. Dr. Alexandre Ramalho Silva, PROFMAT/UNIVASF

  
Prof. Dr. Lino Marcos da Silva, PROFMAT/UNIVASF

  
Prof. Dr. Jorge Luis Cavalcanti Ramos, CCOMP/UNIVASF

À minha família (esposa, filho, mãe e irmãos) por me fortalecer para superar novos desafios.

Ao meu pai Antonio (in memoriam) pelo incentivo que me deu em buscar novos conhecimentos.

## AGRADECIMENTOS

Ao senhor Deus, pela presença superior e por ter me permitido chegar até aqui.

À minha família, especialmente à minha esposa Sylvania e ao nosso filho Anthony Guilherme, de quem busco energia para enfrentar e superar os desafios que a vida me proporciona.

Aos colegas de curso, professores e coordenação do PROFMAT, Campus Juazeiro-BA, pelas discussões, ensinamentos e troca de conhecimentos sobre os mais variados assuntos trabalhados durante o mestrado.

Ao professor Alexandre Ramalho, pela orientação da dissertação de mestrado.

Aos colegas Alexandre e Fredson, pelas resenhas e descontração durante as longas viagens que fizemos a Juazeiro para assistirmos as aulas desse curso.

Por fim, quero agradecer a todos que contribuíram de alguma forma para a realização deste trabalho, incluindo o apoio financeiro<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001

## RESUMO

Vivemos hoje em uma sociedade marcada pela propaganda voltada à compra de vestimentas, de aparelhos eletrônicos, de bens duráveis como veículos e habitação, de pacotes de viagens, de empréstimos tomados a bancos, de serviços de assinaturas, a exemplo de planos oferecidos por operadoras de telefonia celular, bem como de produtos alimentícios. Soma-se a isso a forte presença da tecnologia ao alcance de todos, especialmente de nossos discentes, exigindo que estes estejam preparados para atuar de forma consciente no que diz respeito a aumentos, descontos, promoções, comparações de preços, parcelas e juros que se paga. Nesse contexto, a inserção dos sistemas de amortização Price e SAC ao conteúdo de matemática financeira do ensino médio é importante porque a grande maioria das vendas a prazo é feita pelo primeiro sistema, já o segundo, por estar mais relacionado a financiamentos ligados à compra de imóveis (casas, apartamentos, entre outros). No entanto, trabalhar todo o conteúdo de matemática financeira de uma forma mais dinâmica é o centro desse trabalho. Diante disso e buscando uma ferramenta que pudesse ser analisada como auxílio nessa tarefa pedagógica para resolver esses dois problemas presentes em três turmas de 3ª série de ensino médio, fez-se o uso de planilhas eletrônicas cuja análise foi direcionada ao dinamismo (tanto no sentido de despertar o discente para a interação entre estes softwares e o usuário através das várias funções existentes em qualquer planilha eletrônica quanto no sentido de verificar as contribuições dessas ferramentas para a dinâmica das aulas de matemática financeira como um todo, relacionadas a atividades em grupos, à cooperação, à discussão e à participação dos discentes envolvidos) que esses softwares podem proporcionar durante o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de matemática financeira. A maneira trabalhada seguiu a metodologia da pesquisa-ação. Nesse contexto, foi respondida à pergunta *Como o uso de planilhas eletrônicas dinamiza as aulas de matemática financeira na 3ª série do ensino médio?* Os resultados obtidos responderam de forma satisfatória a essa indagação.

Palavras-chaves: Planilha eletrônica. Matemática financeira. Sistemas de amortização. Ensino de Matemática.

## ABSTRACT

We live today in a society marked by advertising aimed at buying clothing, electronics, durable goods such as vehicles and housing, travel packages, loans taken from banks, and subscription services, such as plans offered by cell phones, as well as food products. Added to this is the strong presence of technology available to all, especially our students, requiring them to be prepared to act conscientiously with regard to increases, discounts, promotions, comparisons of prices, pay. In this context, the insertion of the amortization systems Price and SAC into the content of high school financial mathematics is important because the great majority of the term sales is made by the first system, and the second, because it is more related to financing related to the purchase of (houses, apartments, among others). However, working on all financial mathematics content in a more dynamic way is the focus of this work. In view of this and looking for a tool that could be analyzed as an aid in this pedagogical task to solve these two problems present in three classes of 3rd grade of high school, was made the use of electronic spreadsheets whose analysis was directed to the dynamism (in the sense of to arouse the student to the interaction between these softwares and the user through the various functions existing in any spreadsheet in order to verify the contributions of these tools to the dynamics of the financial mathematics classes as a whole related to group activities, cooperation, the discussion and participation of the students involved) that these software can provide during the process of teaching and learning the content of financial mathematics. The worked way followed the research-action methodology. In this context, the question was answered How does the use of spreadsheets dynamize the financial mathematics classes in the 3rd grade of high school? The results obtained satisfactorily answered this question.

Keywords: Spreadsheet. Financial mathematics. Amortization systems. Mathematics Teaching.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Esquema ilustrativo, sem entrada, para 5 pagamentos iguais.....	30
Figura 2 – Esquema ilustrativo com entrada mais 2 pagamentos iguais .....	31
Figura 3 – Ilustração de um esquema para cálculo de pagamento único .....	32
Figura 4 – Série uniforme de pagamentos .....	34
Figura 5 – Identificação das células A3 e B5.....	40
Figura 6 – Tela inicial do LibreOffice Calc .....	41
Figura 7– Tela inicial do Excel .....	42
Figura 8 – Tela inicial do Google Planilhas .....	42
Figura 9 – Cálculo de um montante usando o Calc, o Excel e o Google Planilhas ...	43
Figura 10 – Resolução da Questão 1.....	80
Figura 11 – Caixa de nome e barra de fórmulas do Calc .....	81
Figura 12 – Resolução da Questão 2.....	81
Figura 13 – Símbolo para formatar como moeda no Calc .....	82
Figura 14 – Primeiro modo de resolução da Questão 3 .....	83
Figura 15 – Segundo modo de Resolução da Questão 3 .....	83
Figura 16 – Resolução da Questão 4.....	84
Figura 17 – Resolução da Questão 5.....	85
Figura 18 – Resolução da Questão 6.....	86
Figura 19 – Resolução da Questão 7.....	86
Figura 20 – Resolução da Questão 7 usando o Assistente de Funções do Calc.....	87
Figura 21 – Resolução da Questão 8.....	88
Figura 22 – Anúncio fictício de uma propaganda de refrigerador .....	89
Figura 23 – Resolução da Questão 9.....	89
Figura 24 – Resolução da Questão 10.....	90
Figura 25 – Ilustração de uma promoção fictícia de <i>smartphone</i> .....	91
Figura 26 – Resolução da questão 11.....	91
Figura 27 – Resolução da Questão 12 a).....	93
Figura 28 – Resolução da Questão 12 b).....	94
Figura 29 – Resolução da Questão 13 a).....	95
Figura 30 – Resolução da Questão 13 b) – parte 1 e 13 c) .....	96
Figura 31 – Resolução da Questão 13 b) – parte 2.....	97

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Montantes nos sistemas de juros simples e de juros compostos .....	27
Gráfico 2 – Montantes nos sistemas de juros simples e de juros compostos no intervalo [0,1] .....	28
Gráfico 3 – Média aritmética de RC e RPC dos grupos por turma .....	65
Gráfico 4 – Prestações no Sistema Price e no Sistema SAC .....	95

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Determinando a fórmula do montante no regime de juros compostos ...	25
Quadro 2 – Comparação entre juros simples e juros compostos. ....	26
Quadro 3 – Diferença entre juros simples e juros compostos.....	28
Quadro 4 – Exemplo de planilha de amortização do Sistema Price .....	35
Quadro 5 – Simulação de financiamento de compra de um objeto .....	37
Quadro 6 – Exemplo de planilha de amortização do Sistema SAC .....	38
Quadro 7 – Comparação entre os sistemas Price e SAC .....	38
Quadro 8 – Dados coletados de Entrevistas em lojas .....	58
Quadro 9 – Respostas dos professores pesquisados .....	60
Quadro 10 – Classificação das respostas dos grupos da turma A .....	63
Quadro 11 – Frequência absoluta e frequência relativa das respostas dos grupos da turma A.....	63
Quadro 12 – Classificação das respostas dos grupos da turma B .....	64
Quadro 13 - Frequência absoluta e frequência relativa das respostas dos grupos da turma B.....	64
Quadro 14 – Classificação das repostas dos grupos da turma C .....	64
Quadro 15 – Frequência absoluta e frequência relativa das repostas dos grupos da turma C.....	64
Quadro 16 – Média aritmética dos grupos por turma.....	65
Quadro 17 – Pontos positivos e pontos negativos das planilhas eletrônicas na visão dos alunos .....	66
Quadro 18 – Planilha de amortização no sistema Price, parcialmente preenchida.	102
Quadro 19 – Planilha de amortização no sistema Price, preenchida.....	103

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio

IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

IOF – Imposto sobre Operações Financeiras (crédito, câmbio, seguro ou sobre operações relativas a títulos ou valores mobiliários)

MEC – Ministério da Educação

OCDE – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>13</b>
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	<b>17</b>
<b>3 MATEMÁTICA FINANCEIRA</b> .....	<b>23</b>
3.1 OS SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO PRICE E SAC .....	33
<b>4 PLANILHAS ELETRÔNICAS E MATEMÁTICA FINANCEIRA</b> .....	<b>40</b>
<b>5 METODOLOGIA</b> .....	<b>44</b>
5.1 TÉCNICAS USADAS PARA A COLETA DE DADOS.....	46
5.2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	48
<b>6 RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>58</b>
6.1 RESULTADOS DOS FORMULÁRIOS .....	58
6.1.1 Formulário 1.....	58
6.1.2 Formulário 2.....	60
6.2 RESULTADOS DO QUESTIONÁRIO .....	62
6.3 RESULTADOS DA AUTOAVALIAÇÃO .....	66
6.4 OBSERVAÇÕES, DISCUSSÕES E REFLEXÕES.....	68
<b>7 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>72</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>75</b>
<b>APÊNDICE A – QUESTÕES E RESOLUÇÕES USANDO O CALC</b> .....	<b>80</b>
<b>APÊNDICE B – SEQUÊNCIA DIDÁTICA</b> .....	<b>98</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A educação básica brasileira, de forma mais notável a pública, vem passando por muitos problemas com relação ao ensino e a aprendizagem. Dados divulgados pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), com relação ao Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa, 2015), que avalia, a cada três anos, o desempenho de estudantes de 15 anos, nas áreas de ciências, leitura e matemática, com foco em uma dessas áreas a cada edição, mostram que o desempenho médio dos discentes ainda é baixo. Em se tratando de matemática, o rendimento caiu quando comparado a 2012. Vale ressaltar que os estudantes das redes federal e particular de ensino tiveram rendimento melhor do que os alunos das redes estadual e municipal.

Ainda falando em desempenho dos estudantes brasileiros, os resultados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) 2015 através do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) (BRASIL, 2015) mostram que há muito a ser feito para melhorar a educação. Com relação ao Ensino Médio, etapa mais crítica da educação básica, já que os resultados das etapas inicial e final do Ensino Fundamental das redes pública e privada são melhores, o valor obtido do IDEB do Brasil foi de 3,7. Esse índice baixo indica que a meta de 4,3 não foi alcançada, conseqüentemente ficando ainda muito longe do valor 6,0, que é uma média, segundo MEC, correspondente a um sistema de educação considerado de boa qualidade, podendo ser comparado ao de países desenvolvidos. Isso mostra que o nível de proficiência adequado para a educação básica, principalmente com relação ao Ensino Médio, ainda está distante de ser alcançado.

Vale lembrar que a rede pública alcançou no IDEB 2015, índice 3,5, e a rede privada, índice 5,3. Contudo, nenhuma região alcançou sua meta de IDEB projetada, mesmo considerando o resultado por rede de ensino.

Os dados mais recentes do IDEB<sup>2</sup>, mais precisamente relacionados ao ano de 2017, não trouxeram novidade alguma sobre o que foi dito anteriormente. O IDEB do

---

<sup>2</sup> Fonte: Fonte: INEP/SAEB e Censo Escolar, 2018

Brasil para o Ensino Médio foi de 3,8, quando o projetado foi 4,7. A rede pública obteve novamente 3,5, e a privada, 5,8, para as projeções 4,4 e 6,7, respectivamente.

A forma que a matemática financeira é trabalhada no Ensino Médio, bem como a desmotivação de muitos discentes com relação à disciplina Matemática, incluindo o conteúdo em questão, contribuíram para a realização dessa pesquisa. O assunto abordado pelos livros sobre essa parte da Matemática é, de maneira geral, incompleto, pois não contempla os principais sistemas de amortização, tais como o sistema Price, que têm forte presença nas diversas modalidades de pagamentos a prazo; e o sistema SAC, relacionado a financiamentos ligados à compra de imóveis (casas, apartamentos, entre outros). Nesse contexto, nossos discentes precisam ter uma formação mais completa com relação à matemática financeira, já que vão encontrar no cotidiano diversas situações nas quais se exige conhecimentos sobre aumentos de preços, descontos, compras à vista ou, no caso do sistema Price, compras a prazo, juros e financiamentos. Por outro lado, o conteúdo normalmente tratado, muitas vezes, não faz referência ao uso de ferramentas importantes que poderiam auxiliar o professor no processo de ensino e aprendizagem desse assunto, a exemplo de planilhas eletrônicas.

Essas informações estão relacionadas também ao público-alvo dessa pesquisa, formado por discentes de três turmas de 3ª série do Ensino Médio. Porém, o direcionamento dado aqui refere-se a buscar uma forma mais dinâmica de trabalhar o conteúdo de matemática financeira nessas séries, incluindo a inserção dos sistemas de amortização Price e SAC a esse conteúdo, fazendo-se uso de planilhas eletrônicas, pois nas turmas de 3ª série do Ensino Médio dos anos anteriores, do mesmo Colégio no qual a pesquisa foi realizada, a inclusão desses sistemas nas aulas de matemática financeira não foi feita, além de se ter observado falta de motivação dos discentes com um assunto tão importante no meio social, o que influenciou negativamente na atratividade das aulas. No caso específico das turmas participantes dessa pesquisa, quando do término do conteúdo de matemática financeira que costumeiramente se faz, após discussão em sala, o anseio de se ter aulas mais dinâmicas ganhou força e se mostrou necessário. Por outro lado, a percepção de que os sistemas de amortização Price e SAC devam fazer parte também das aulas de matemática financeira surgiu nas aulas do PROFMAT quando na ocasião esse conteúdo foi trabalhado.

Neste trabalho, buscou-se responder a seguinte pergunta: *Como o uso de planilhas eletrônicas dinamiza as aulas de matemática financeira na 3ª série do ensino médio?*

O objetivo geral é *analisar o processo de ensino e aprendizagem de matemática financeira, especialmente com relação aos sistemas de amortização Price e SAC, utilizando planilhas eletrônicas como ferramentas de ensino.*

Os objetivos específicos são:

- Investigar a viabilidade da utilização de planilhas eletrônicas como ferramentas para o ensino e aprendizagem de matemática financeira em turmas de 3ª série do Ensino Médio;
- Analisar os impactos positivos no ensino de matemática financeira por meio da abordagem dos sistemas de amortização Price e SAC em turmas de 3ª série do Ensino Médio;
- Verificar a percepção dos discentes pelo dinamismo natural presente nas planilhas eletrônicas no sentido da interação entre *software* e usuário;
- Verificar o dinamismo provocado pelas planilhas eletrônicas durante a realização de atividades em grupos no sentido da cooperação, discussão e participação dos discentes envolvidos.

A interação entre pesquisador e pesquisados foi baseada na pesquisa-ação, a qual segue uma linha diferente da maioria dos trabalhos de pesquisa, incluindo as dissertações do PROFMAT, sendo algumas citadas e comentadas no Referencial Teórico, já que no contexto da pesquisa-ação os participantes atuam de forma ativa na pesquisa. Nesse sentido, esse trabalho visa também despertar ao leitor que há outra forma de pesquisar e de colocar os participantes da pesquisa como seres que têm algo a dizer, que opinam, que avaliam o seu aprendizado, não se restringindo a apenas fornecerem dados principalmente quantitativos, analisados apenas pelo pesquisador.

As atividades realizadas, em quase sua totalidade, fizeram parte de uma sequência didática.

No capítulo 2, intitulado REFERENCIAL TEÓRICO, é feita uma discussão acerca do uso de planilhas eletrônicas no processo de ensino e aprendizagem

balizada pelos documentos oficiais e pelo conhecimento pedagógico relacionado ao tema.

No Capítulo 3, MATEMÁTICA FINANCEIRA, são apresentados os conceitos de matemática básica, tais como juros e os sistemas de amortização Price e SAC.

O Capítulo 4, PLANILHAS ELETRÔNICAS E MATEMÁTICA FINANCEIRA, define o que é planilha eletrônica e exibe como ela está estruturada. Mostra também algumas opções existentes de planilhas eletrônicas.

No Capítulo 5, METODOLOGIA, são apresentados e justificados o método e técnicas usados nesse trabalho.

O Capítulo 6, RESULTADOS E DISCUSSÕES, mostra os resultados coletados ao longo da pesquisa, bem como faz colocações sobre as informações obtidas.

Na sequência, são feitas as CONSIDERAÇÕES FINAIS acerca de todo trabalho de pesquisa, comparando a questão norteadora com os resultados obtidos.

Por fim, seguem as REFERÊNCIAS e os APÊNDICES.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

A Matemática é uma ciência relevante para a sociedade, conforme destacam os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000, p. 40),

Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessária tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional.

Nesse contexto, em que se coloca a importância da Matemática nos mais variados campos do saber, o que inclui também diversos tipos de negócios envolvendo matemática financeira, a relevância do conhecimento que o discente deve ter sobre esse conteúdo específico diz respeito ao fato dele poder atuar no meio social com mais prudência no que se refere a consumo e tomada de decisões mais acertadas frente às diversas questões referentes a compras, vendas, parcelamentos e juros, presentes no seu cotidiano.

Assim, é necessário que se busquem formas de tornar o ensino desse conteúdo mais dinâmico e atraente para o educando. Nesse sentido, o uso de Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) merece atenção, especificamente o uso de planilhas eletrônicas.

Segundo Dante (2011), “em uma era de tecnologia e comunicação, é fundamental que os alunos se familiarizem com o computador e com programas específicos para aprofundar sua aprendizagem matemática.” As planilhas eletrônicas são um bom exemplo, já que podem ser uma ferramenta de cálculo bastante interessante nas situações que envolvem uma grande quantidade de dados, assim como em coisas simples e cotidianas como as planilhas de orçamento doméstico.

O uso de planilhas eletrônicas para fins educativos, apesar de não terem sido planejadas como ferramentas para esses propósitos, está apoiado pelas Orientações

Curriculares para o Ensino Médio no que diz respeito a área de Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias, mais especificamente com relação à Matemática, ao colocar que “Considerando a Matemática para a Tecnologia, deve-se pensar na formação que capacita para o uso de calculadoras e planilhas eletrônicas, dois instrumentos de trabalho bastante corriqueiros nos dias de hoje”. (BRASIL, 2006, p. 87).

No caso específico da matemática financeira e reforçando o exposto acima, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio destacam a relevância do uso de planilhas eletrônicas, ao ressaltar que

As planilhas eletrônicas, mesmo sendo ferramentas que não foram pensadas para propósitos educativos, também podem ser utilizadas como recursos tecnológicos úteis à aprendizagem matemática. Planilhas oferecem um ambiente adequado para experimentar sequências numéricas e explorar algumas de suas propriedades, por exemplo, comparar o comportamento de uma sequência de pagamentos sob juros simples e juros compostos (BRASIL, 2006, p. 89).

Segundo Borba (2017), é necessário que a chegada de uma mídia, qualitativamente diferente, contribua para que ocorra mudanças nas práticas tradicionalmente vigentes.

Niess et al (2010 apud AIETA; CABRAL; VIANNA, 2016) afirmam que a utilização de tecnologia provoca mudanças na dinâmica da sala de aula, bem como na relação entre professor e aluno e que necessita ser mediada por um professor capaz de provocar situações que contribuam para o aprendizado dos discentes.

Não se pretende aqui sugerir a substituição do lápis, do papel, do quadro branco, do marcador para quadro branco ou de outra mídia tradicional pelo emprego do computador, ou mesmo por um *smartphone*, ambos com *softwares* específicos, a exemplo das planilhas eletrônicas. “Aqui vale observarmos o fato de que lançar mão do uso de tecnologia informática não significa necessariamente abandonar as outras tecnologias. É preciso avaliar o que queremos e qual a mídia mais adequada para atender o nosso propósito.” (BORBA; PENTEADO, 2017, p.64)

Os *softwares* educacionais ou que tenham finalidades educacionais são ferramentas de apoio para a educação, reforçadas por muitos autores.

Para Tajra (2008), existem, basicamente, duas conceituações para o *software* educacional. Uma delas refere-se ao programa desenvolvido de maneira específica para fins educativos, como é o caso, por exemplo, do GeoGebra<sup>3</sup>, um software livre de matemática dinâmica que reúne geometria, álgebra e cálculo. Pode-se citar também o Cabri-Géomètre<sup>4</sup>, outro software dinâmico que facilita o estudo de geometria, porém com licença paga. Já a outra conceituação menciona qualquer programa cuja utilização é voltada para alcançar resultados educativos.

Nesse último, estão inseridas as planilhas eletrônicas, que embora não tenham sido desenvolvidas para finalidades educativas, conforme já citado, podem ser utilizadas para esse fim. Ainda de acordo com Tajra (2008), as planilhas eletrônicas possibilitam a realização de cálculos, de maneira mais rápida, a partir dos dados fornecidos, bem como a construção de gráficos, fazendo-se uso desses dados; permitem que sejam trabalhadas fórmulas e funções matemáticas. Além disso, “as planilhas eletrônicas estimulam o desenvolvimento das habilidades lógico-matemáticas e de interpretações gráficas.” (TAJRA, 2008, p.65). Complementando, para Baker e Sugden (2003 apud AIETA; CABRAL; VIANNA, 2016) a planilha eletrônica permite que dados, fórmulas e gráficos estejam simultaneamente disponíveis na mesma tela, possibilitando também que os discentes possam resolver problemas complexos, bem como manusear um número grande de informações sem necessariamente exigir conhecimento e emprego do uso de programação.

Ratificando isso, Chavante e Prestes (2016) colocam a importância que muitos *softwares* têm para a educação ao destacar a interatividade que eles proporcionam, uma vez que permitem explorar ao mesmo tempo diferentes representações (algébrica, numérica e gráfica), as quais estão presentes também nas planilhas eletrônicas. Com isso, possibilitam ao aluno fazer conexão entre essas

---

<sup>3</sup> Fonte: < [https://static.geogebra.org/help/docuPT\\_PT.pdf](https://static.geogebra.org/help/docuPT_PT.pdf)>. Acesso em: 21 mar. 2019.

<sup>4</sup> Fonte: < <http://www2.uesb.br/cursos/matematica/matematicavca/wp-content/uploads/mc101.pdf>>. Acesso em: 21 mar. 2019.

representações e, conseqüentemente, contribuem para um melhor entendimento do conteúdo trabalhado.

Morgado (2003), em sua tese de doutorado, relacionada com a formação de professores e o uso de planilhas eletrônicas, através de um curso a distância, destaca a importância do uso desses softwares na educação, conforme o exposto a seguir:

É importante ressaltar que as construções por meio das planilhas eletrônicas possibilitam interatividade, ou seja, uma relação dinâmica entre as ações dos alunos e reações do ambiente, resultado de suas operações mentais. Os objetos matemáticos que podem ser representados na tela do computador (fórmulas, tabelas, gráficos etc) constitui-se na materialização de ações mentais dos alunos (MORGADO, 2003, p.41)

Considerando o caso específico da resolução de problemas, Morgado (2003) coloca que o emprego das planilhas em atividades desse tipo tem muita utilidade quando são abordadas questões do cotidiano relacionadas com matemática financeira, estatística, dentre outras. Nesse contexto, de acordo com essa autora, as planilhas constituem num meio dinâmico ao permitir a manipulação direta sobre representações matemáticas que se apresentam na tela do computador.

Há muitos trabalhos de pesquisa do PROFMAT que fazem ligações entre a matemática financeira e as planilhas eletrônicas, colocando os sistemas de amortização Price e SAC e as planilhas eletrônicas Calc ou Excel como parte central ou como parte integrante de estudo. Pode-se citar o trabalho realizado por Lima (2017), referente a uma pesquisa exploratória através de uma investigação bibliográfica que trata de Educação Financeira e de Financiamentos Imobiliários, fazendo-se aplicação dos Sistemas SAC e Price e utilizando a planilha Excel como ferramenta de apoio, além de propor atividades envolvendo esses sistemas a alunos de 2ª série do ensino médio, a qual não incluiu, pelo próprio direcionamento, aplicação em sala de aula.

Outro trabalho de pesquisa nesse contexto foi realizado por Santos (2013) que fez um estudo dos Sistemas de amortização Price e SAC, também como pesquisa bibliográfica, tendo como recurso de apoio a planilha Excel.

Pode-se citar ainda Marques (2016) que fez um trabalho de pesquisa bibliográfica voltada ao estudo da matemática financeira e incluiu, dentre outros tópicos, os sistemas Price e SAC, fazendo-se uso da planilha Calc, mas, assim como os autores citados e pela linha de pesquisa, não foram realizadas atividades em sala de aula.

Complementando, o trabalho de Duda (2014) trata de uma abordagem sobre Progressões e matemática financeira, incluindo os sistemas de amortização Price e SAC, fazendo uso de recursos tecnológicos como a planilha Excel, além de propor atividades com aplicativo no contexto da matemática financeira, voltadas principalmente para discentes de Ensino Médio, mas sem aplicações em sala de aula.

Já Santos (2014) realizou um trabalho de pesquisa direcionado para a matemática financeira, não incluindo os sistemas de amortização Price e SAC, no qual foram trabalhadas atividades em um laboratório de Informática, através do uso da planilha Calc, para discentes das três séries do Ensino Médio, incluindo uma turma de Educação de Jovens e Adultos (EJA).

No entanto, esses trabalhos do PROFMAT citados diferem da proposta apresentada aqui. Por um lado, os quatro primeiros contemplaram o campo da investigação, da pesquisa bibliográfica e, mesmo no caso em que há propostas de atividades que podem ser aplicadas em sala de aula, pela própria linha de pesquisa, não ocorreu, de fato, a aplicação em sala. Com relação ao trabalho de Santos (2014), que contemplou a aplicação de atividades em laboratório de Informática, houve algumas semelhanças do que se pretendeu neste trabalho por permitir que os discentes expressassem suas opiniões, através de questionários, sobre a realização de atividades em grupos, para as turmas maiores. Mas o fato desse autor propor um questionário formado por questões fechadas e a realização de atividades individuais, no caso de turmas pequenas, já iniciam as diferenças. As outras e mais importantes diferenças estão relacionadas ao fato dos discentes atuarem de maneira mais ativa na pesquisa proposta aqui, em que há mais interação e cooperação entre os participantes e entre estes e o pesquisador, bem como devido ao motivo de se fazer reuniões entre pesquisador e representantes dos discentes pesquisados, para discussões sobre dúvidas, opiniões, sugestões e o andamento da pesquisa, de se ter um momento coletivo, envolvendo todos os discentes e o pesquisador, para mostrar

os resultados coletados e se fazer uma avaliação acerca do processo de ensino e aprendizagem no contexto da pesquisa realizada.

Vale ressaltar que todos os trabalhos mencionados do PROFMAT têm sua relevância no que se refere ao campo de pesquisa envolvendo matemática financeira e planilhas eletrônicas e que o propósito deste trabalho é apenas uma maneira diferente de pesquisa, principalmente quanto ao envolvimento e participação do público-alvo e do pesquisador.

Diante dessas informações, o uso de planilhas eletrônicas como ferramenta para o ensino de matemática financeira, incluindo os sistemas de amortização Price e SAC, tem apoio no sentido de permitir explorar a elaboração ou entendimento de fórmulas, efetuar cálculos, construir tabelas, esboçar gráficos, reforçar e revisar esse conteúdo trabalhado em sala de aula, de maneira dinâmica, em que cooperação, interação e participação de discentes envolvidos estejam presentes nesse contexto.

### 3 MATEMÁTICA FINANCEIRA

A matemática financeira é um importante ramo da matemática com aplicações diversas. Quando tomamos emprestada determinada quantia (capital) a uma instituição financeira, pagamos juros por isso, os quais representam uma forma de compensação pelo valor tomado por certo número de períodos (tempo), podendo este ser dado em meses, bimestres, semestres, anos, entre outros. Analogamente, quando depositamos uma quantia na caderneta de poupança, por exemplo, estamos emprestando dinheiro ao banco e, sendo assim, devemos receber também uma compensação de acordo com o tempo de aplicação. Perguntas como “É melhor comprar à vista ou a prazo certo produto, dado que podemos aplicar e fazer render o dinheiro que seria pago no ato da compra, sob determinadas condições?” “E se a compra for à vista, qual o percentual de desconto sobre o preço exposto na vitrine?” estão inseridas nesse contexto, bem como os juros que se paga ao comprar um celular em 10 vezes iguais ou mesmo ao financiar uma casa.

É relevante o uso da matemática financeira quando o assunto é importação e exportação de um país, especificamente na conversão de moedas, a exemplo do real e do dólar norte-americano, sendo esta última uma moeda padrão para diversos países nas negociações internacionais. Alia-se a isso o funcionamento dos pequenos comércios, das feiras livres, no cálculo das contas envolvendo os consumos de energia e de água de uma residência. Enfim, a presença desse tópico no dia a dia de uma sociedade, desde a forma mais simples como comprar pão e cafezinho, até outras mais sofisticadas envolvendo bancos e empresas, por exemplo, é algo natural.

No âmbito escolar, exercícios e problemas de matemática financeira depende de conhecimentos sobre porcentagem, acréscimos e descontos sucessivos, juros simples e juros compostos. A porcentagem ou taxa percentual, cujo símbolo é “ % ” (lê-se: por cento), é uma fração de denominador 100 ou qualquer outra representação equivalente a ela. Por exemplo, 12 % é o mesmo que  $\frac{12}{100}$ , que é equivalente a  $\frac{6}{50}$  ou  $\frac{3}{25}$  ou 0,12.

Uma situação em que se busca o novo preço (valor) de determinado produto que tinha preço igual a  $P$ , mas que sofreu um acréscimo de 7% sobre o preço  $P$ , depois

teve um desconto de 10% e, em seguida, outro acréscimo de 3%, pode ser resolvida utilizando-se a fórmula sobre aumentos e descontos sucessivos, a saber:

$$V_f = V_0 \cdot (1 \pm i_1) \cdot (1 \pm i_2) \cdot \dots \cdot (1 \pm i_n) \quad (1)$$

em que,

$V_f$ : valor final,

$V_0$ : valor inicial e

$i_n$ : taxa percentual.

O uso do sinal positivo está relacionado com acréscimo, e do negativo, com desconto.

Assim, esse problema em que se pede para determinar o valor do novo preço de determinado produto, pode ser resolvido aplicando a fórmula (1) da seguinte maneira:

$V_f = P \cdot (1 + 0,07) \cdot (1 - 0,10) \cdot (1 + 0,03)$ , ou seja,  $V_f = P \cdot (1,07) \cdot (0,90) \cdot (1,03)$  em que  $P = V_0$ .

No sistema de juros simples, os juros de cada período são calculados apenas sobre o capital. Assim, para um período apenas, os juros podem ser calculados por:

$$J = C \cdot i \quad (2)$$

em que,

$J$ : juros (rendimento),

$C$ : capital (ou principal) e

$i$ : taxa de juros.

Como eles têm o comportamento de uma função linear, o rendimento, considerando  $t$  períodos (tempo), referentes a determinada taxa, pode ser calculado pela fórmula:

$$J = C \cdot i \cdot t \quad (3)$$

Usa-se também o termo montante ( $M$ ), que é a soma do capital aplicado com os juros, conforme a seguinte fórmula:

$$M = C + J \quad (4)$$

Fazendo a substituição da fórmula (3) em (4), tem-se que:

$$M = C + C \cdot i \cdot t \therefore M = C \cdot (1 + i \cdot t) \quad (5)$$

Por outro lado, o sistema de juros compostos é, segundo Samanez (2007), o mais comum no dia a dia do sistema financeiro e do cálculo econômico. Nele, os juros calculados a cada período são somados ao capital para o cálculo dos juros do período seguinte, ou seja, os juros do período seguinte são calculados sobre o montante do período anterior. É o mesmo que dizer que os juros calculados de um período são incorporados ao capital, formando um novo capital, para o cálculo dos juros do período seguinte.

Esse regime de capitalização tem o comportamento de uma função do tipo exponencial. Com base nessa ideia, seguem os cálculos (Quadro 1) para obtenção da fórmula que permite determinar o montante nesse sistema. Para isso, considerou-se que um capital  $C$  foi aplicado à taxa  $i\%$  ao período, durante  $t$  períodos, e a pergunta: Qual será o montante ( $M$ ) gerado ao final de  $t$  períodos?

Quadro 1 – Determinando a fórmula do montante no regime de juros compostos

Período	Início	Juros	Montante no fim do período
1º período	$C$	$i \cdot C$	$M_1 = C + i \cdot C = C \cdot (1 + i)^1$
2º período	$M_1$	$i \cdot M_1$	$M_2 = M_1 + i \cdot M_1 = M_1 \cdot (1 + i)^1 = C \cdot (1 + i)^1 \cdot (1 + i)^1$ $M_2 = C \cdot (1 + i)^2$
3º período	$M_2$	$i \cdot M_2$	$M_3 = M_2 + i \cdot M_2 = M_2 \cdot (1 + i)^1 = C \cdot (1 + i)^2 \cdot (1 + i)^1$ $M_3 = C \cdot (1 + i)^3$
...	...	...	...
t-ésimo período	$M_{t-1}$	$i \cdot M_{t-1}$	$M_t = M_{t-1} + i \cdot M_{t-1} = M_{t-1} \cdot (1 + i)^1 = C \cdot (1 + i)^{t-1} \cdot (1 + i)^1$ $M_t = C \cdot (1 + i)^t$

Fonte: O autor (2019).

No fim de  $t$  períodos, o montante gerado será dado pela seguinte fórmula:

$$M = C \cdot (1 + i)^t \quad (6)$$

A demonstração do Teorema 1 a seguir prova a validade dessa fórmula (6).

### Teorema 1

No regime de juros compostos, um capital  $C_0$  transforma-se, depois de  $n$  períodos de tempo, à uma taxa de juros  $i$ , em um montante  $C_n = C_0(1 + i)^n$ .

### Demonstração:

Vamos usar o princípio de indução finita.

Seja a proposição  $P(n)$ :  $C_n = C_0(1 + i)^n$ . Para um único período, teremos,  $P(1)$ :  $C_1 = C_0(1 + i)$ , que é verdadeira, já que basta multiplicar o capital inicial pelo fator  $(1 + i)$ , que é a razão de uma progressão geométrica, sendo  $i$  a taxa constante de juros, para se obter o montante relacionado ao fim de um período. Em suma, o capital cresce em PG a essa razão. Supondo  $P(n)$  verdadeira, para algum  $n \geq 1$ ,  $P(n + 1)$  também o será. De fato,  $P(n + 1)$ :  $C_{n+1} = C_n(1 + i)$ , mas pela hipótese de indução,  $P(n)$  é verdadeira. Logo, temos:  $C_{n+1} = C_0(1 + i)^n(1 + i) = (1 + i)^{n+1}$ . Logo,  $P(n + 1)$  é verdadeira. Portanto,  $C_n = C_0(1 + i)^n$  ■

Como o montante também pode ser escrito da forma  $M = C + J$ , então para o cálculo dos juros, basta fazer  $J = M - C$ .

Para exemplificar e comparar os dois sistemas de juros, considere uma aplicação de R\$ 200,00 ( $C$ ), a uma taxa de 7% ao mês ( $i$ ), durante 5 meses ( $t$ ). O Quadro 2 exhibe os juros gerados individualmente e o montante no fim do mês.

Quadro 2 – Comparação entre juros simples e juros compostos.

Período	Juros simples		Juros compostos	
	$J = C \cdot i \cdot t$	M no fim do mês: $M = J + C = C \cdot (1 + i \cdot t)$	$J = M - C$	M no fim do mês: $M = C \cdot (1 + i)^t$
1º mês	R\$ 14,00	R\$ 214,00	R\$ 14,00	R\$ 214,00
2º mês	R\$ 14,00	R\$ 228,00	R\$ 14,98	R\$ 228,98
3º mês	R\$ 14,00	R\$ 242,00	R\$ 16,03	R\$ 245,01
4º mês	R\$ 14,00	R\$ 256,00	R\$ 17,15	R\$ 262,16
5º mês	R\$ 14,00	R\$ 270,00	R\$ 18,35	R\$ 280,51

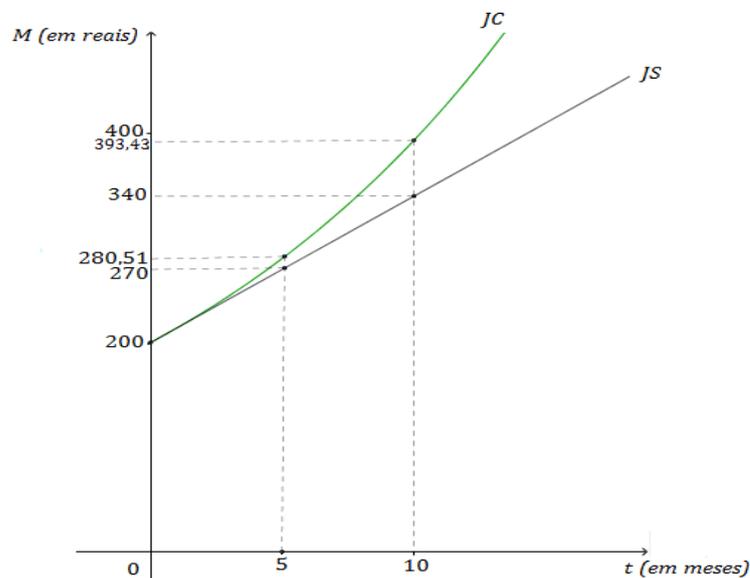
Fonte: O autor (2019).

Observe que os juros gerados individualmente no sistema de juros simples em cada mês são todos iguais a R\$14,00, conseqüentemente, o montante aumenta R\$14,00 a cada mês seguinte. Assim, os valores dos montantes desse quadro formam uma progressão aritmética (PA) de cinco termos em que o primeiro termo vale 214 e a razão é igual a 14, a saber: PA (214, 228, 242, 256, 270), considerando-se apenas os valores de  $t$  pertencentes ao conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Por outro lado, para  $t$  real e não negativo, os montantes relacionados ao regime de juros simples podem ser calculados através da função afim  $M_s(t) = 200 + 14t$ .

Com relação ao regime de capitalização composta, os juros gerados individualmente em cada mês, são maiores no mês seguinte em relação ao mês anterior, pois o cálculo é feito sobre o montante do mês anterior e não apenas sobre o principal, como acontece no regime de juros simples, conforme já foi mencionado. Nesse caso, os valores dos montantes no regime de juros compostos formam uma progressão geométrica (PG) em que o primeiro termo vale 214 e a razão é igual a  $1 + i$ , isto é, 1,07, a saber: PG (214; 228,98; 245,01; 262,16; 280,51), para  $t \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Se  $t$  for um número real não negativo, então os montantes podem ser obtidos através da função do tipo exponencial  $M_c(t) = 200 \cdot (1,07)^t$ .

A seguir, estão os gráficos das duas funções citadas, no mesmo plano cartesiano.

Gráfico 1 – Montantes nos sistemas de juros simples e de juros compostos



Fonte: O autor (2019).

Os gráficos apresentados só confirmam que, em condições idênticas, o montante produzido no sistema de juros compostos cresce mais rapidamente do que no sistema de juros simples. Mas, isso sempre é verdade? Será que os juros produzidos no sistema de juros compostos são sempre maiores do que os juros produzidos no sistema de juros simples, considerando-se as mesmas condições?

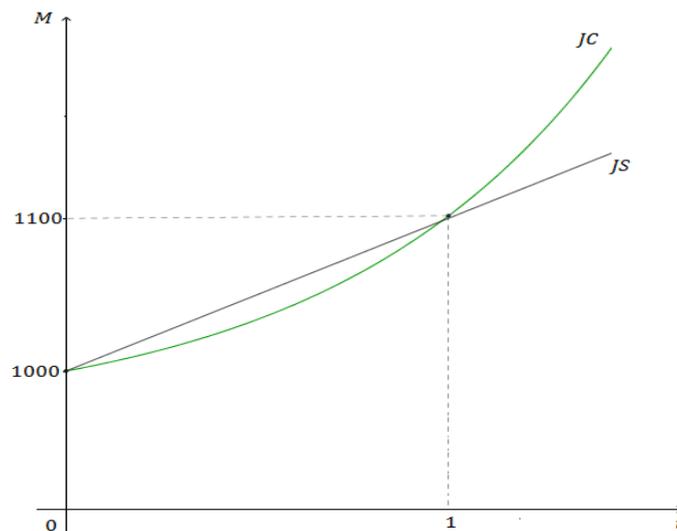
A resposta é **não**, pois no caso de o período ser menor do que um, conforme está mostrado no Quadro 3 e no Gráfico 2, em que foi feita uma aplicação de R\$1.000,00, a uma taxa de 10% a.m., durante 6 meses, o montante no sistema de juros simples é superior do que o montante no sistema de juros compostos.

Quadro 3 – Diferença entre juros simples e juros compostos

Tempo t	Juros simples	Juros compostos
0,3 de um mês	$M_{0,3} = 1.030,00$	$M_{0,3} = 1.029,00$
0,5 de um mês	$M_{0,5} = 1.050,00$	$M_{0,5} = 1.048,81$
0,8 de um mês	$M_{0,8} = 1.080,00$	$M_{0,8} = 1.079,23$
1 mês	$M_1 = 1.100,00$	$M_1 = 1.100,00$
2 meses	$M_2 = 1.200,00$	$M_2 = 1.210,00$
3 meses	$M_3 = 1.300,00$	$M_3 = 1.331,00$
4 meses	$M_4 = 1.400,00$	$M_4 = 1.464,10$
5 meses	$M_5 = 1.500,00$	$M_5 = 1.610,51$
6 meses	$M_6 = 1.600,00$	$M_6 = 1.771,56$

Fonte: Adaptado de GIMENES (2006).

Gráfico 2 – Montantes nos sistemas de juros simples e de juros compostos no intervalo [0,1]



Fonte: O autor (2019).

O Quadro 3 e o correspondente Gráfico 2 ratificam o que foi dito, já que o segmento representante dos juros simples (JS), está acima do gráfico representante do regime de juros compostos, no intervalo (0,1). Observe também que a igualdade dos montantes nos dois sistemas ocorre apenas em  $t = 0$  e para o tempo exato de 1 mês.

No sistema de juros simples, falar em uma taxa de 3% ao mês é o mesmo que 36% ao ano ( $3\% \times 12$ ) e vice-versa, pois são taxas proporcionais. Por outro lado, no sistema de juros compostos, uma taxa de 3% ao mês equivale à taxa aproximada de 42,6% ao ano, conforme o cálculo seguinte:

$$1 + i = (1 + 0,03)^{12} \Rightarrow i = 1,426 - 1 \therefore i \cong 42,6\% \text{ a. a.}$$

Diz-se que 36% ao ano com capitalização mensal é a taxa nominal (taxa declarada) e 42,6% ao ano é a taxa efetiva (taxa realmente usada nos cálculos financeiros cujo período de referência é igual ao período de capitalização).

Outra questão importante na matemática financeira, envolvendo o regime de juros compostos, é determinar o preço à vista ou valor presente (VP) de uma quantia, dado que se conhece o seu valor futuro (VF). O contrário, ou seja, determinar o valor futuro, sendo conhecido o valor presente, já está mostrado no Quadro 2, bastando para isso, considerar na fórmula (6) o capital  $C$  como valor presente, e o montante  $M$  (dívida), como valor futuro. Essas duas situações envolvendo valor futuro e valor presente fazem parte da chamada equivalência de capitais em que o valor de uma quantia depende da época a qual ela se refere.

Uma outra interpretação para a fórmula  $C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$ , que é a própria fórmula (6), com  $C_n = M$ ,  $C_0 = C$  e  $n = t$  é, de acordo com Morgado e Carvalho (2015), a seguinte: uma quantia que hoje tem valor igual a  $C_0$ , será transformada depois de  $n$  períodos de tempo, à taxa de  $i\%$  ao período, em uma quantia igual a  $C_0 \cdot (1 + i)^n$ . Ainda, para esses autores, essa é a fórmula fundamental da equivalência de capitais: Para obter o valor futuro, basta multiplicar o valor presente por  $(1 + i)^n$  e, para obter o valor presente, basta dividir o valor futuro por  $(1 + i)^n$ .

Nesse contexto, seguem alguns exemplos com suas respectivas resoluções.

**Exemplo 1** Determine o preço à vista de um produto cujo pagamento com cheque pré-datado para dois meses, a uma taxa de juros de 4,5 % ao mês no crediário, será de R\$ 753,50.

Resolução:

Considerando a equivalência de capitais, partindo da fórmula  $C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$ , temos:  $C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$ . Como  $C_0 = VP$ , ou seja, o valor presente ou preço à vista, e  $C_n = VF$ , o valor futuro, segue que  $VP = \frac{753,50}{(1,045)^2} \therefore VP = 690$ .

Portanto, o preço à vista é igual a R\$ 690,00.

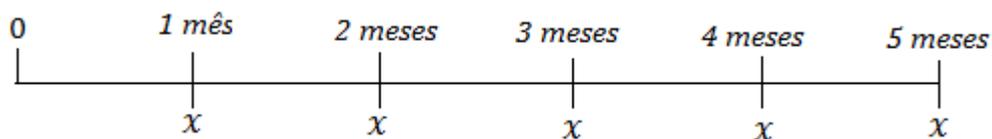
## Exemplo 2

Um *smartphone* tem preço à vista de R\$ 700,00 ou em 5 vezes iguais de  $x$  reais, com primeiro pagamento para 30 dias, à taxa de 4% ao mês. Com base nessas informações, determine o valor de  $x$ .

Resolução:

Considere o seguinte esquema (Figura 1):

Figura 1 – Esquema ilustrativo, sem entrada, para 5 pagamentos iguais



Fonte: O autor (2019).

Aplicando o conceito de equivalência de capitais, temos:

$$VP = \frac{x}{(1+i)^1} + \frac{x}{(1+i)^2} + \frac{x}{(1+i)^3} + \frac{x}{(1+i)^4} + \frac{x}{(1+i)^5}$$

$$\Rightarrow 700 = \frac{x}{(1,04)^1} + \frac{x}{(1,04)^2} + \frac{x}{(1,04)^3} + \frac{x}{(1,04)^4} + \frac{x}{(1,04)^5}$$

$$\Rightarrow (1,04)^5 \cdot 700 = (1,04)^4 x + (1,04)^3 x + (1,04)^2 x + (1,04)x + x$$

$$\Rightarrow 851,657 = 5,416x \therefore x \cong 157,25.$$

Assim, o valor de cada parcela, isto é, o valor de  $x$ , é igual a R\$ 157,25.

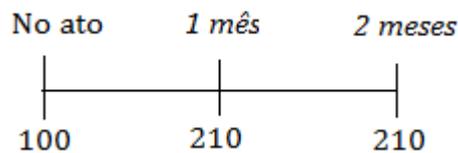
### Exemplo 3

Silvania Comprou para o seu filho Anthony um carrinho de pedal em uma loja nas seguintes condições: entrada de R\$ 100,00 mais 2 parcelas mensais e iguais de R\$ 210,00. Sabendo que o preço à vista do carrinho é de R\$ 480,00, qual foi a taxa mensal de juros cobrada pela loja?

Resolução:

Considere o seguinte esquema (Figura 2):

Figura 2 – Esquema ilustrativo com entrada mais 2 pagamentos iguais



Fonte: O autor (2019).

Aplicando o conceito de equivalência de capitais, temos:

$$480 = 100 + \frac{210}{(1+i)^1} + \frac{210}{(1+i)^2} \Rightarrow 380 = \frac{210}{(1+i)^1} + \frac{210}{(1+i)^2} \quad (7)$$

Fazendo  $k = 1 + i$  e substituindo em (7), vem:

$$380 = \frac{210}{k} + \frac{210}{k^2} \Rightarrow 380k^2 - 210k - 210 = 0 \quad (8)$$

Resolvendo a equação do 2º grau (8), obtém-se  $k' = 1,0694$  e  $k'' = -0,5168$  (não serve). Assim,  $k = 1,0694$ . Como  $k = 1 + i$ , segue que  $i = 0,0694$ .

Portanto, a taxa cobrada pela loja foi de 6,94% ao mês.

### Exemplo 4 (ENEM – 2017)

Um empréstimo foi feito à uma taxa mensal de  $i\%$ , usando juros compostos, em oito parcelas fixas iguais a  $P$ . O devedor tem a possibilidade de quitar a dívida antecipadamente a qualquer momento, pagando para isso o valor atual das parcelas ainda a pagar. Após a 5ª parcela, resolve quitar a dívida no ato de pagar a 6ª parcela.

A expressão que corresponde ao valor total pago pela quitação do empréstimo é

- a)  $P \left[ 1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} \right]$
- b)  $P \left[ 1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{2i}{100}\right)} \right]$
- c)  $P \left[ 1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} \right]$
- d)  $P \left[ \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{2i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{3i}{100}\right)} \right]$
- e)  $P \left[ 1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^3} \right]$

Resolução:

A resolução dessa questão envolve apenas o conhecimento teórico sobre equivalência de capitais, não havendo, portanto, exigência de cálculos longos para se chegar a um resultado numérico.

O que se busca é descobrir a expressão que resulta no valor atual (ou valor presente) da dívida quando paga juntamente com a 6ª parcela. Nesse caso, o valor a ser pago é igual ao pagamento  $P$  da 6ª parcela mais os pagamentos antecipados de 1 mês da 7ª parcela e de 2 meses, da 8ª parcela, conforme representado a seguir:

$$VA = P + \frac{P}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{P}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} = P \left[ 1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} \right], \text{ que corresponde a alternativa a.}$$

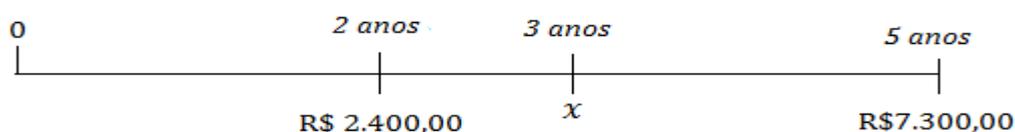
### Exemplo 5

Roberto contraiu uma dívida de R\$ 2.400,00 para pagar ao final de 2 anos e outra dívida de R\$ 7.300,00 para pagar ao final de 5 anos. Se ele desejar quitar as duas dívidas na forma de pagamento único ao final de 3 anos, considerando-se uma taxa de 9% a.a., a juros compostos, qual deverá ser o valor desse pagamento único?

Resolução:

Considere o seguinte esquema (Figura 3):

Figura 3 – Ilustração de um esquema para cálculo de pagamento único



Fonte: O autor (2019).

Aplicando o conceito de equivalência de capitais, o valor desse pagamento único deve ser igual à soma dos dois pagamentos atualizados para o terceiro ano. Assim, temos:

$$x = 2400 \cdot (1,09) + 7300 \cdot (1,09)^{-2} \cong 8760,26.$$

Portanto, o valor do pagamento único será de R\$ 8.760,26.

### 3.1 OS SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO PRICE E SAC

A palavra amortizar significa “pagar (dívida, empréstimo etc.) aos poucos ou em prestações” (HOUAISS, 2011, p.54). É nesse contexto que estão inseridos o Sistema de Amortização Francês, também conhecido como Sistema Price ou Tabela Price, e o Sistema de Amortização Constante (SAC). Eles são, de acordo com Morgado e Carvalho (2015), os sistemas usuais de amortização, sendo o primeiro, concordando com Balestri (2016), o mais comum entre os financiamentos.

O Sistema Price foi desenvolvido pelo inglês Richard Price (1723-1791), cujos estudos abrangeram, de acordo com Xavante e Prestes (2016), as áreas de matemática, filosofia, economia e política. Segundo Samanez (2007), o nome Sistema de Amortização Francês está associado ao fato ter sido utilizado primeiramente na França, no século XIX. Ainda de acordo com esse autor, o Sistema Price ou Tabela Price foi uma homenagem a Price por ele ter incorporado a teoria do juro composto às amortizações de empréstimos, no século XVIII. Ele é caracterizado pela utilização do sistema de juros compostos os quais incidem sobre o saldo devedor. Nesse sistema, as prestações são iguais, periódicas e sucessivas. Cada parcela é composta por amortização e juros; a amortização é menor, considerando-se os primeiros pagamentos da dívida, pois nesse caso os juros pagos são maiores.

São várias as aplicações envolvendo o sistema Price. Pode fazer parte, por exemplo, a compra de celular, de roupas, de televisores, de itens presentes na cozinha (geladeira, fogão, panelas, entre outros), considerando-se o saldo devedor em parcelas iguais, assim como tomar um empréstimo consignado, entre outros.

Antes de seguir com exemplos, o Teorema 2, que está escrito e demonstrado abaixo, trata, no contexto da equivalência de capitais, do valor de uma série uniforme

de  $n$  pagamentos, bem como permite determinar o cálculo de cada parcela  $P$  da série a qual está intrinsecamente ligada ao Sistema Price.

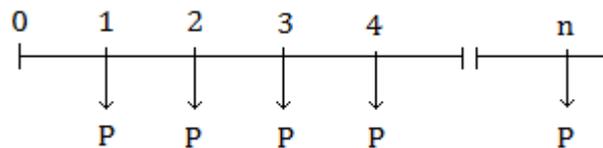
**Teorema 2** (Adaptado de Morgado e Carvalho, 2015)

O valor de uma série uniforme de  $n$  pagamentos iguais a  $P$ , um tempo antes do primeiro pagamento, é, considerando a taxa de juros  $i$ , igual a  $C = \frac{P[1-(1+i)^{-n}]}{i}$ .

**Demonstração:**

Considere o esquema apresentado na figura 4.

Figura 4 – Série uniforme de pagamentos



Fonte: O autor (2019).

Considerando a época 0, o valor da série é igual a:

$$C = \frac{P}{1+i} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + \frac{P}{(1+i)^4} + \dots + \frac{P}{(1+i)^n}$$

Nesse caso,  $C$  representa a soma  $S_n$  dos  $n$  primeiros termos de uma progressão geométrica em que o primeiro termo é  $a_1 = \frac{P}{1+i}$  e a razão é  $q = \frac{1}{1+i}$ .

Substituindo  $S_n$  por  $C$ , e os valores de  $a_1$  e de  $q$  na fórmula  $S_n = \frac{a_1(q^n-1)}{q-1}$ , vem:

$$C = \frac{\frac{P}{1+i}[(\frac{1}{1+i})^n-1]}{\frac{1}{1+i}-1} \Rightarrow C = \frac{\frac{P}{1+i}[(\frac{1}{1+i})^n-1]}{-\frac{i}{1+i}} \Rightarrow C = \frac{p[(\frac{1}{1+i})^n-1]}{-i} \therefore C = \frac{p[1-(1+i)^{-n}]}{i}. \quad (9)$$

Por outro lado, para encontrar o valor de  $P$ , basta isolá-lo nessa fórmula (9). Fazendo isso, vem:

$$P = \frac{C \cdot i}{1 - (1+i)^{-n}} \quad (10)$$

em que, no contexto do sistema Price,

P: valor de cada prestação (pagamento),

C: valor do produto ou do empréstimo,

i: taxa de juros e

n: número de prestações.

Veja a seguir um exemplo do Sistema Price (Quadro 4) para o valor de R\$4.000,00, a uma taxa de 3% a.m., para 5 parcelas, sendo a primeira para pagamento um mês após o empréstimo.

Quadro 4 – Exemplo de planilha de amortização do Sistema Price

n	J (R\$) (Juros)	A (R\$) (Amortização do saldo devedor)	P (R\$) (Pagamento P = J + A)	SD (R\$) (Saldo devedor)
0	–	–	–	4000,00
1	120,00	753,42	873,42	3246,58
2	97,40	776,02	873,42	2470,56
3	74,12	799,30	873,42	1671,26
4	50,14	823,28	873,42	847,98
5	25,44	847,98	873,42	0,00
<b>Total (R\$)</b>	<b>367,10</b>	<b>4.000,00</b>	<b>4.367,10</b>	–

Fonte: O autor (2018).

Pode-se observar que os pagamentos são iguais a R\$ 873,42. Para obter esse valor, basta substituir em (10) os dados do exemplo, a saber:

$$P = \frac{4000 \cdot 0,03}{1 - (1 + 0,03)^{-5}} \cong \mathbf{873,42}.$$

Os juros, que são calculados sobre o saldo devedor, vão diminuindo com o tempo, e a amortização do saldo devedor vai aumentando, até R\$ 847,98. Para encontrar R\$ 120,00, basta calcular 3% de R\$ 4.000,00; para encontrar R\$753,42, efetua-se a subtração 873,42 – 120,00. Já o saldo devedor de R\$3.246,58 é encontrado, fazendo-se 4.000,00 – 753,42. Após o pagamento da 5ª e última parcela, a dívida é quitada, uma vez que o valor da última amortização é igual ao saldo devedor.

A Fotografia 1 apresenta uma oferta real de um televisor em uma das lojas pesquisadas.

Fotografia 1 – Proposta de venda de um televisor



Fonte: Tirada pelo autor da pesquisa

A loja forneceu, para esclarecimento de seus clientes, a taxa cobrada na operação que foi de 1,20 % ao mês. Para encontrar o valor da parcela igual a R\$ 117,12, basta substituir na fórmula (10) o valor de R\$ 1599,00 para C; 15, para o número de parcelas e 1,20% a.m. para a taxa  $i$  de juros.

Vale lembrar que nem sempre o que é mostrado de valor ao cliente é o que realmente entra nos cálculos de prestações, como acontece por exemplo em empréstimos *consignados e financiamentos* de uma forma geral, os quais além de incluírem o imposto sobre operações financeiras (IOF<sup>5</sup>) podem incluir também outras cobranças de taxas ou tarifas as quais aumentam o valor das parcelas. Como exemplo, observe o Quadro 5, baseado em uma simulação fornecida por uma das lojas pesquisadas. Foram feitas algumas adaptações com relação ao modelo de planilha, além da exclusão do nome da financeira e de alguns itens em branco.

<sup>5</sup> O nome completo do IOF é Imposto sobre Operações Financeiras (crédito, câmbio, seguro ou sobre operações relativas a títulos ou valores mobiliários)

Quadro 5 – Simulação de financiamento de compra de um objeto

<b>VALOR SOLICITADO</b>	<b>R\$ 500,00</b>	PRÊMIO SEGURO	R\$ 23,64
PLANO	6		
TAXA (a.m.)	7,50%	<b>VALOR FINANCIADO C/IOF</b>	<b>R\$ 530,60</b>
DATA DE COMPRA	22/03/18	VALOR DA PRESTAÇÃO	R\$ 113,04
DATA 1º VENCIMENTO	22/04/18	IOF <sup>6</sup> CALCULADO	R\$ 6,96
CARÊNCIA	0		
% CET a.m.	9,27		
% CET a.a.	194,15	SALDO DEVEDOR FINAL CIENTE	<b>R\$678,25</b>

Pode-se notar que o valor base para o cálculo das prestações não é R\$500,00, mas sim R\$530,60, quantia que inclui a soma do IOF (R\$6,96) com o valor de um seguro (R\$23,64). Ao substituir na fórmula (10) o valor de R\$530,64, para C; a taxa de 7,5%, para i e n por 6, obtém-se a parcela de R\$113,04. Nota-se ainda que o custo efetivo total (9,27%) ao mês é maior que a taxa percentual de 7,5% a.m.

No Sistema de Amortização Constante (SAC), como o próprio nome já exhibe, a amortização da dívida a cada parcela é constante. Nele, cujo cálculo dos juros é feito também sobre o saldo devedor, o valor das parcelas vai diminuindo com o passar do tempo. É muito utilizado em financiamentos imobiliários. Para Gimenes (2006), “Em financiamentos de longo prazo, principalmente no setor produtivo, esse sistema tem ampla utilização no Brasil.”

Segundo Samanez (2007, p.155), “esse tipo de sistema às vezes é usado pelos bancos comerciais em seus financiamentos imobiliários e também, em certos casos, em empréstimos a empresas privadas, por meio de entidades governamentais.”

Observe a seguir um exemplo do SAC (Quadro 6), tomando como base os mesmos dados para a construção do Quadro 4 no sistema Price.

<sup>6</sup> A cobrança de IOF para empréstimos e financiamentos geralmente já é embutida nas parcelas. Cobra-se uma alíquota de 0,38% pelo valor do empréstimo e mais 0,0082% ao dia.

Quadro 6 – Exemplo de planilha de amortização do Sistema SAC

<b>n</b>	<b>J (R\$)</b> (Juros)	<b>A (R\$)</b> (Amortização do saldo devedor)	<b>P (R\$)</b> (Pagamento $P = J + A$ )	<b>SD (R\$)</b> (Saldo devedor)
0	–	–	–	4000,00
1	120,00	800,00	920,00	3200,00
2	96,00	800,00	896,00	2400,00
3	72,00	800,00	872,00	1600,00
4	48,00	800,00	848,00	800,00
5	24,00	800,00	824,00	0,00
<b>Total (R\$)</b>	<b>360,00</b>	<b>4000,00</b>	<b>4360,00</b>	–

Fonte: O autor (2018).

Pode-se observar que a amortização é igual a R\$ 800,00, que é o quociente entre o valor do produto (ou do empréstimo) e o número de prestações (parcelas), ou seja, 4000,00 dividido por 5. Nota-se também os juros pagos os quais são calculados sobre o saldo devedor (3% de R\$ 3200,00 = R\$ 96,00, por exemplo), assim como observa-se o valor das prestações, sendo este decrescente no decorrer do tempo e encontrado somando-se juros com amortização.

Comparando os dois sistemas, nota-se que o total de juros pagos no Sistema Price é maior do que os juros pagos no SAC, porém, neste último, as parcelas iniciais são maiores do que no primeiro, o que significa maior rapidez na diminuição do saldo devedor, justificando, assim, o porquê de se pagar menos juros no SAC.

Observe no resumo a seguir (Quadro 7) algumas diferenças entre esses dois sistemas.

Quadro 7 – Comparação entre os sistemas Price e SAC

	<b>Price</b>	<b>SAC</b>
Prestações	constantes	decrescentes
Amortizações	crescentes	constantes
Saldo devedor	o decréscimo aumenta a cada prestação	o decréscimo é constante

Fonte: Adaptado de CHAVANTE, PRESTES (2016).

Vale ratificar mais uma vez que em situações reais com relação a empréstimos e outros financiamentos, o valor das prestações pode sofrer alterações

devido à incidência de cobranças e outras taxas. Além disso, há estabelecimentos comerciais que mesmo vendendo um produto em 10 vezes iguais, a exemplo do celular, não utiliza sempre um programa ou uma calculadora que permita usar o sistema Price na construção das parcelas presentes nesse sistema. O que é feito, algumas vezes, é apenas uma divisão do valor exposto na vitrine, o qual já está acrescido de taxas do próprio estabelecimento, pelo número de parcelas em questão, sem seguir o cálculo das parcelas através de fórmulas ou planilhas prontas.

#### 4 PLANILHAS ELETRÔNICAS E MATEMÁTICA FINANCEIRA

As planilhas eletrônicas são constituídas por colunas (representadas por letras) e linhas (representadas por números) e o encontro entre elas, identificadas nessa ordem, denomina-se célula. Nessas células são inseridas as informações pretendidas (números, fórmulas, palavras, entre outros). Por exemplo, a célula A3 é o encontro da coluna A com a linha 3, a célula B5 é o encontro da coluna B com a linha 5, e assim por diante, conforme mostra a Figura 5.

Figura 5 – Identificação das células A3 e B5

	A	B
1		
2		
3		
4		
5		

Fonte: O autor (2019).

Há muitas opções de planilhas eletrônicas que podem ser utilizadas para fins didáticos, especialmente quando o assunto em questão é a matemática financeira. São exemplos o LibreOffice Calc, ou simplesmente Calc, planilha adotada nesse trabalho como principal, a qual faz parte do pacote LibreOffice (antigo BOffice), que é um software livre, desenvolvido pela The Document Foundation, uma fundação sem fins lucrativos; a planilha Excel do pacote Office da Microsoft, que é muito comum de ser encontrada instalada em computadores e em celulares e que também serviu como apoio nesse trabalho. Além delas, pode-se citar ainda o Google Planilhas, uma importante ferramenta da Google com características semelhantes às duas primeiras e de fácil acesso na internet para quem a desejar. Dentre os três tipos de planilhas apresentadas, somente o Excel não é oferecido gratuitamente para ser instalado em um computador pessoal.

Ainda com relação ao pacote LibreOffice, além de ter a licença livre, é compatível, de acordo com o exposto pela The Document Foundation, com os sistemas operacionais Windows, GNE/Linux e Apple Mac OSX.

Organizar dados em tabelas, quadros, bem como construir gráficos, criar ou explorar fórmulas já prontas são recursos disponíveis dessas ferramentas e que

podem ser utilizados para auxiliar no ensino e aprendizagem de matemática financeira no Ensino Médio.

Nesse trabalho, os exemplos do uso de planilhas eletrônicas estão concentrados principalmente no Calc, APÊNDICE A, com o nome QUESTÕES E RESOLUÇÕES USANDO O CALC, no qual estão resolvidas e comentadas as questões de uma atividade (Questionário) aplicada em sala de aula.

Veja a seguir a tela inicial de cada planilha citada.

Figura 6 – Tela inicial do LibreOffice Calc

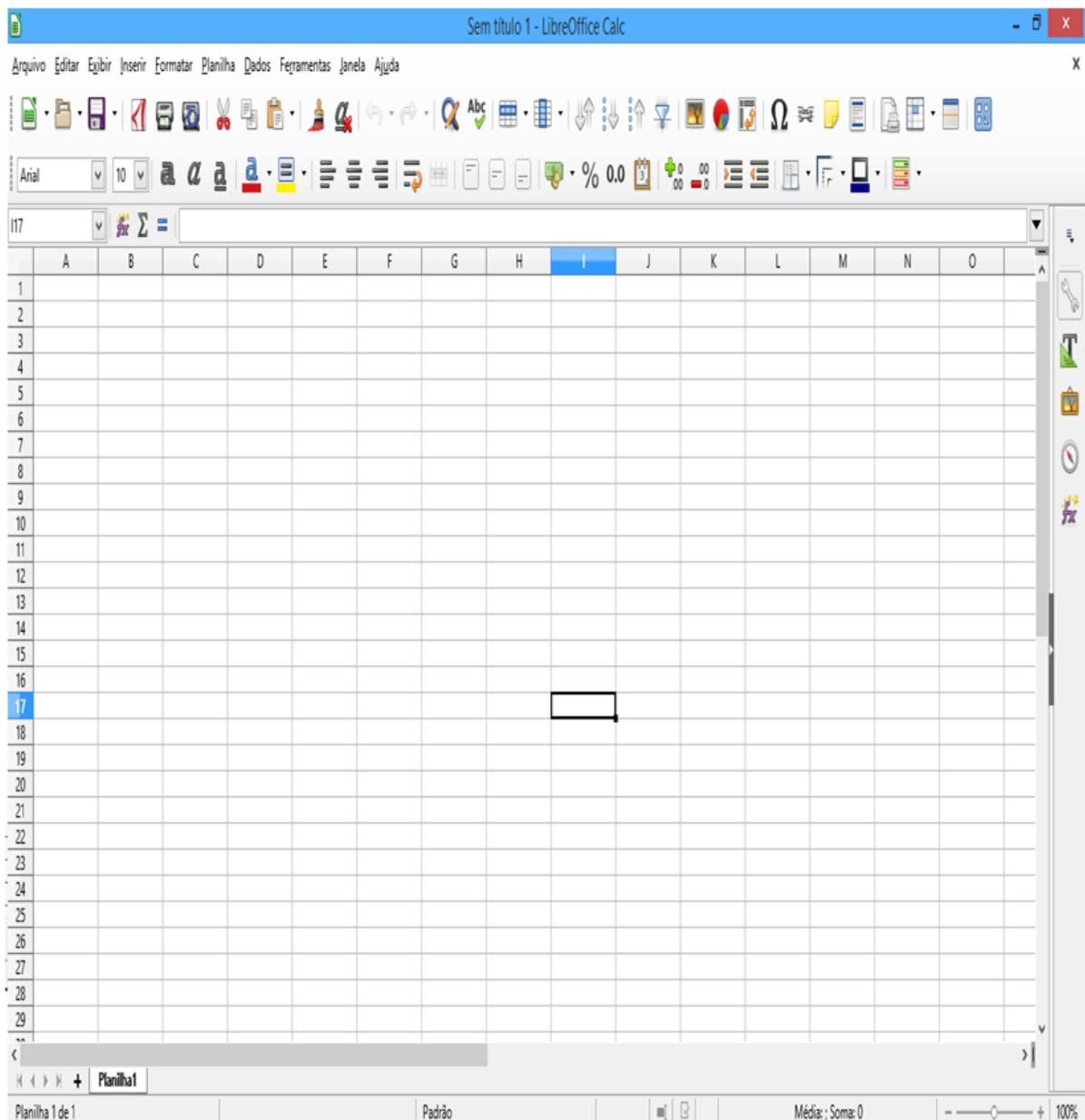
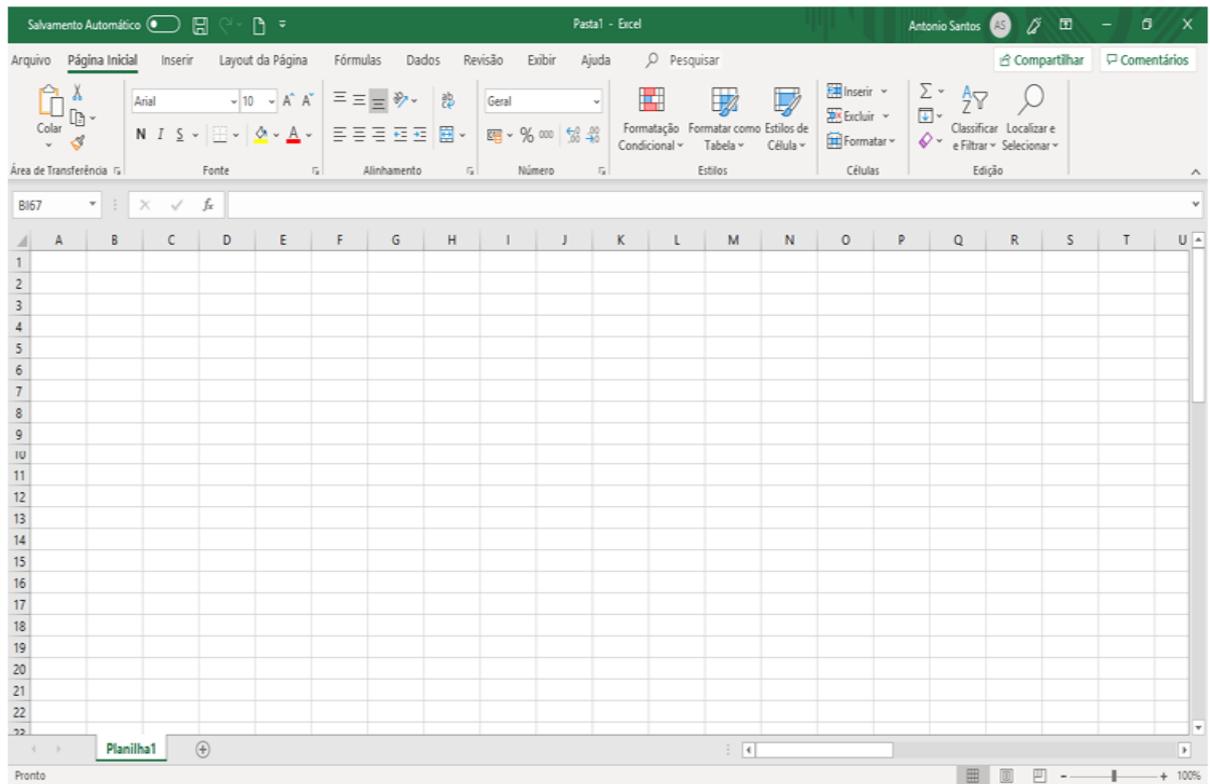
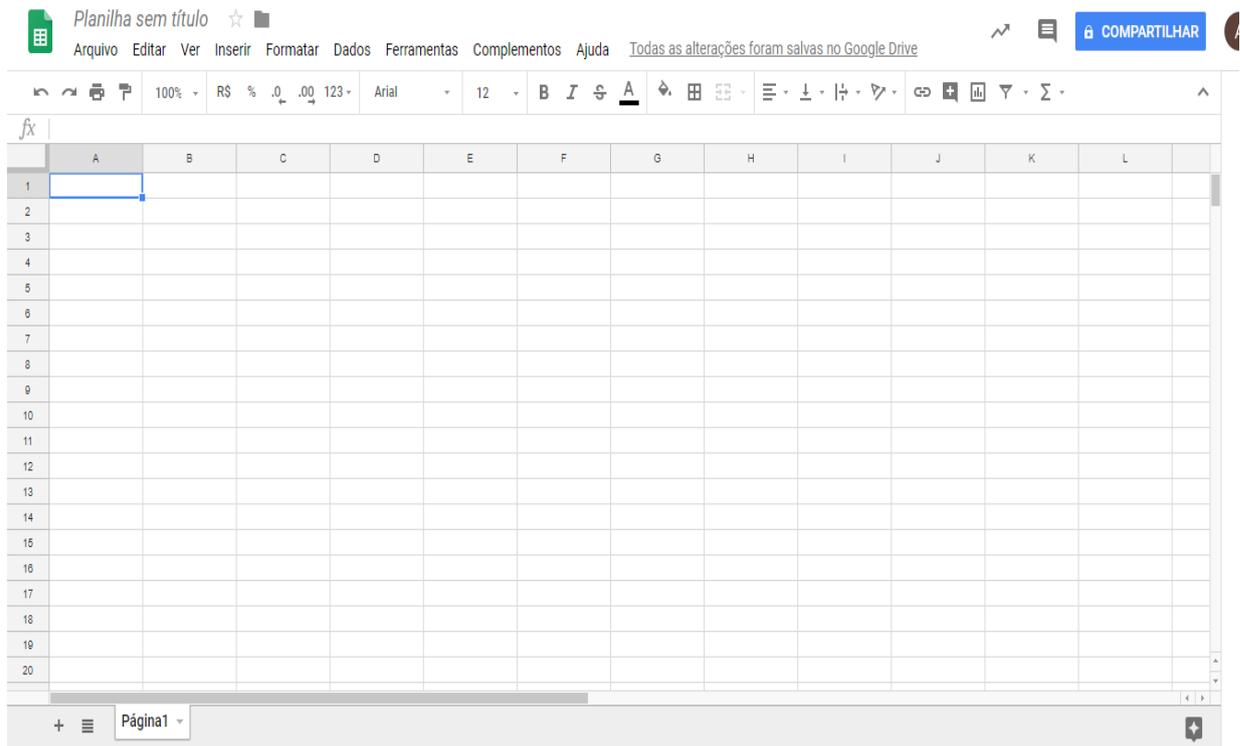


Figura 7– Tela inicial do Excel



Fonte: Microsoft

Figura 8 – Tela inicial do Google Planilhas



Fonte: Google

Observe na Figura 9 a solução de um mesmo exemplo utilizando o LibreOffice Calc, o Microsoft Excel e o Google Planilhas, envolvendo o cálculo do montante de uma aplicação de R\$ 740,00, a juros compostos, à taxa de 2,5% a.m., após um período de 7 meses.

Figura 9 – Cálculo de um montante usando o Calc, o Excel e o Google Planilhas

The figure displays three different spreadsheet applications used to solve the same problem. Each application shows a table with the following data:

	A	B	C	D	E
1	Capital (C) em R\$	740,00			
2	taxa (i) a.m.	2,5			
3	tempo (t) em meses	7			
4	Montante (M) em R\$	879,63			

The formula in cell B4 is  $=B1*(1+B2/100)^B3$ . The Google Planilhas interface also shows the formula  $M = C \cdot (1 + i)^t$  in the formula bar.

Fonte: O autor (2019).

A fórmula do montante “ $=B1*(1+B2/100)^B3$ ” que é exibida na Figura 9, nas três planilhas e que dá origem ao valor de R\$ 879,63, localizado na célula B4, é equivalente à fórmula  $M = C \cdot (1 + i)^t$  já mencionada no Capítulo 3.

Vale lembrar que cada um desses três softwares tem muitas particularidades, mas não cabe aqui, nem tampouco é o objetivo desse trabalho, fazer uma exploração minuciosa acerca disso. O uso de planilhas eletrônicas se restringiu a alguns recursos úteis no processo de ensino e aprendizagem de matemática financeira cujos exemplos de como manuseá-las limitaram-se, principalmente, às soluções comentadas das questões apresentadas no APÊNDICE A e das atividades propostas em sala de aula, dando a dimensão do uso dessas ferramentas em harmonia com o que se pretendeu nesse trabalho.

## 5 METODOLOGIA

Essa pesquisa foi realizada na cidade de Várzea da Roça-BA e região, nos meses de março e abril de 2018. Teve como público-alvo três turmas de 3ª série do Ensino Médio de um colégio Estadual dessa cidade, denominadas aqui de A, B e C, sendo uma do turno matutino, composta por alunos da sede, e duas do turno vespertino, formada em sua grande maioria por alunos da Zona Rural. Juntas, somaram 73 alunos.

Os participantes em questão pertencem quase todos a famílias de baixa renda. A faixa etária predominante foi de 17 anos, já que houve também casos de discentes que ainda iriam completar 17 anos, e outros com 18 anos completos ou a completar.

A coleta de dados ocorreu em duas etapas distintas. Na primeira, foi realizada no mês de março, apenas pelo autor da pesquisa, uma coleta de dados relacionada às diversas formas de pagamentos, principalmente a prazo, em lojas de eletrodomésticos e de aparelhos eletrônicos, como *smartphones*, tablets, entre outros, cujo objetivo foi obter informações ligadas à matemática financeira, com ênfase no sistema Price, e que pudessem ser compartilhadas com os alunos participantes da pesquisa, uma vez que são lugares próximos do meio social dos discentes envolvidos.

A segunda e mais importante etapa ocorreu no período compreendido entre a última semana de março ao final de abril de 2018, com duração aproximada de 1 mês e uma semana, com variação de datas de início e de término porque ocorreu, em quase sua totalidade, em sala de aula, obedecendo aos dias e horários da disciplina Matemática em cada turma participante. Essa etapa contou com a colaboração dos representantes dos grupos das turmas pesquisadas, de dois professores de Matemática, além do pesquisador, mas que pela maneira como a pesquisa ocorreu, como descrita a frente, houve o envolvimento e a participação efetiva de quase todos os discentes pesquisados.

A pesquisa utilizada nesse trabalho tem abordagens qualitativa e quantitativa, sendo a primeira a principal. A abordagem qualitativa seguiu com mais ênfase o contexto da pesquisa-ação. Esse tipo de pesquisa é, de acordo com Thiollent (2011, p.20)

um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo.

O sentido da pesquisa com base empírica é, conforme Thiollent (2011, p.15),

[...] da pesquisa voltada à descrição de situações concretas e para a intervenção ou ação orientada em função da resolução de problemas efetivamente detectados nas coletividades consideradas.

Por outro lado, a pesquisa teórica é descrita por esse autor como sendo de suma importância para referenciar todo o trabalho, independente da pesquisa ser empírica no contexto da pesquisa-ação ou não.

Segundo Tanajura e Bezerra (2015),

O uso da pesquisa-ação surgiu da lacuna existente entre teoria e prática, com a característica de poder intervir no decorrer do processo de forma inovadora e não apenas como mais uma metodologia, cuja recomendação se dá ao final de uma pesquisa.

A pesquisa-ação não se limita a investigações que seguem, em sua maioria, ao modo acadêmico tradicional.

Em geral, a ideia da pesquisa-ação encontra um contexto favorável quando os pesquisadores não querem limitar suas investigações aos aspectos acadêmicos e burocráticos da maioria das pesquisas convencionais. Querem pesquisas nas quais as pessoas implicadas tenham algo a “dizer” e a “fazer”. Não se trata de simples levantamento de dados ou de relatórios a serem arquivados. Com a pesquisa-ação os pesquisadores pretendem desempenhar um papel ativo na própria realidade dos fatos observados. (THIOLLENT, 2011, p. 22)

Complementando, a pesquisa-ação emancipatória, segundo Barbier (2007, p.60),

implica três pontos essenciais: - pressupõe-se que os pesquisadores técnicos (por exemplo, os docentes de uma escola) percebam o processo educativo como um objeto passível de pesquisa; - pressupõe-se que esses pesquisadores percebam a natureza social e as consequências da reforma em curso; - pressupõe-se, enfim, que eles compreendam a pesquisa mesma como uma atividade social e política, portanto ideológica.

O método da pesquisa-ação, para Barbier (2007), envolve o planejamento, a ação, a observação e a reflexão e, em seguida, um novo planejamento da experiência em curso.

De acordo com Dionne (2007), a associação entre pesquisadores e participantes faz parte do processo central da pesquisa-ação e que só tem valor se voltada à mudança e alimentação da própria ação e o engajamento de todos os envolvidos na ação.

A pesquisa-ação é aplicada, de acordo com Thiollent (2011), em diversas áreas, sendo as de educação, de serviço social e de extensão ou comunicação rural as mais empregadas, mas coloca sua expansão em outras áreas a exemplo das ciências ambientais e as da saúde.

Foram levados em conta o processo de ensino e aprendizagem dos alunos e a forma como eles aprenderam o conteúdo de matemática financeira, expondo suas opiniões sobre o aprendizado e sobre o emprego de planilhas eletrônicas e o dinamismo que elas proporcionam na compreensão desse assunto. Além disso, envolveu a troca de conhecimentos entre os próprios alunos participantes e entre os alunos e o pesquisador.

A abordagem quantitativa nesse trabalho diz respeito ao número de acertos e de erros de uma atividade (questionário) aplicada inicialmente em sala de aula aos alunos, depois, concluída fora do ambiente escolar. Além disso, por quantificar também os resultados coletados de entrevistas envolvendo donos e ou representantes de estabelecimentos comerciais acerca das formas de pagamentos, principalmente a prazo, a seus clientes.

## 5.1 TÉCNICAS USADAS PARA A COLETA DE DADOS

Esse trabalho contou com o emprego de várias técnicas de pesquisa. Técnica de pesquisa é, para Marconi e Lakatos (2003, p. 174), “um conjunto de preceitos ou processos de que se serve uma ciência ou arte; é a habilidade para usar esses preceitos ou normas, a parte prática. Toda ciência utiliza inúmeras técnicas na obtenção de seus propósitos.”

As técnicas de coleta de dados praticadas nessa pesquisa foram a pesquisa bibliográfica, a entrevista, a observação, o formulário e o questionário. Foram coletadas também informações acerca de discussões e reflexões feitas coletivamente em sala de aula, como avaliação do processo de pesquisa. Nesse caso, houve, por um lado, momentos compatíveis com um seminário, já que foram apresentados e discutidos os dados coletados de um questionário e, por outro, um momento de entrevista coletiva, uma vez que foram lançadas perguntas para a turma acerca do

processo de ensino e aprendizagem de matemática financeira. Para Thiollent (2011), em certos casos pode-se empregar técnicas tradicionais, a exemplo do questionário e da entrevista individual, para obtenção de informações complementares.

Com relação à pesquisa bibliográfica, técnica imprescindível em qualquer tipo de pesquisa, foram consultadas diversas fontes de informação (livros, sites, revistas, artigos, dissertações de mestrado, tese de doutorado, entre outros) sobre matemática financeira, planilhas eletrônicas e sobre o rendimento de alunos brasileiros de escolas públicas e privadas nos exames IDEB e PISA.

A entrevista, de acordo com Gil (2008, p.109), “pode-se definir como a técnica em que o investigador se apresenta frente ao investigado e lhe formula perguntas, com o objetivo de obtenção dos dados que interessam à investigação.” Nesse caso, foram realizadas em sete lojas da cidade de Várzea da Roça-BA e Região, no ramo de eletrodomésticos e eletrônicos, a exemplo de celulares e *tablets*, cuja finalidade foi saber, de gerentes, proprietários ou vendedores, o sistema usado nas vendas a prazo, cujo objetivo foi obter informações para serem compartilhadas em sala com as turmas participantes da pesquisa.

Outra entrevista foi realizada com dois professores de Matemática, um do atual quadro de funcionários e ou outro ex-professor do colégio, mas que continua atuando em outras escolas no ensino dessa disciplina. A finalidade foi discutir e coletar informações voltadas às Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs), especialmente com relação ao uso de planilhas eletrônicas no ensino de matemática financeira.

A observação, de acordo com Severino (2016, p.134), “É todo procedimento que permite acesso aos fenômenos estudados. É etapa imprescindível em qualquer tipo ou modalidade de pesquisa”. Ela ocorreu no próprio ambiente da sala de aula durante a utilização de planilhas eletrônicas no processo de ensino e aprendizagem de matemática financeira.

O questionário foi outra técnica utilizada na pesquisa. De acordo com Gil (2008, p.121),

Pode-se definir questionário como a técnica de investigação composta por um conjunto de questões que são submetidas a pessoas com o propósito de obter informações sobre conhecimentos, crenças, sentimentos, valores, interesses, expectativas, aspirações, temores, comportamento presente ou passado etc.

A diferença entre questionário e formulário, segundo Gil (2008), está no fato do primeiro não contar com a presença do pesquisador. Ele foi constituído, nesse trabalho, principalmente por questões abertas. Apesar de ter sido realizado na forma de atividade, respondido uma parte em sala pelos alunos e com a presença do pesquisador, e concluído fora das dependências do ambiente escolar, sem a presença do pesquisador, manteve-se aqui o nome de questionário.

As informações foram coletadas também através de anotações pelo pesquisador do que se observou em sala de aula em relação às discussões dos grupos com o professor, portanto havendo interação de ambos, durante o processo de ensino e aprendizagem de matemática financeira com o uso de planilhas eletrônicas, bem como de discussões e reflexões realizadas coletivamente em sala de aula, conforme citadas acima, como avaliação final da pesquisa. Coletou-se ainda por cada representante dos grupos das turmas pesquisadas uma autoavaliação sobre o emprego de planilhas eletrônicas na compreensão do conteúdo de matemática financeira, destacando, entre outros, pontos positivos e pontos negativos na visão de cada grupo. Essa autoavaliação fez parte da 14ª questão de uma atividade (Questionário), já mencionada, com questões de matemática financeira, aplicada em todas as turmas participantes da pesquisa.

Todas as informações coletadas dessa pesquisa foram resumidas em Quadros e Textos e organizadas no Capítulo 6 denominado Resultados e Discussões.

## 5.2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Como houve discussão com cada turma participante sobre a necessidade de se ter aulas mais dinâmicas de matemática financeira ao término da primeira parte desse conteúdo, bem como pelo fato de o pesquisador já ter conhecimento da ausência dos sistemas de amortização Price e SAC a esse assunto de Ensino Médio, não foi preciso fazer diagnóstico novamente em sala de aula para descobrir esses problemas centrais da pesquisa.

As atividades relacionadas com a pesquisa foram feitas separadamente em cada turma<sup>7</sup>. Em sala de aula, foram realizadas as seguintes etapas:

---

<sup>7</sup> Como não foi obtido o direito de divulgação de imagens nem dos nomes dos participantes e ou lugares que fizeram parte da pesquisa, nomes de pessoas, imagens e lugares não foram identificados aqui.

### **1ª) Diagnóstico das turmas sobre o conhecimento de planilhas eletrônicas e disponibilidade de recursos**

Essa etapa teve duração de 1 aula.

Inicialmente, antes mesmo do diagnóstico em si, foi comentado com a turma sobre uma pesquisa que seria realizada em sala com todos os alunos e que envolveria planilhas eletrônicas e matemática financeira. Naquele momento, a primeira parte de matemática financeira que costumeiramente era passada a cada ano já tinha sido concluída, mas ainda faltavam mais exercícios e uma revisão do assunto, o qual se mostrou pouco atrativo conforme discussões realizadas em sala. Após essa introdução verbal sobre a pesquisa, teve início um levantamento diagnóstico cujo objetivo foi verificar o conhecimento de cada aluno sobre planilhas eletrônicas, e se já tinha alguma planilha instalada em algum celular. Como o Colégio não dispõe de laboratório de informática, perguntou-se também aos alunos presentes se tinham ou não notebook que pudessem ser utilizados nas aulas seguintes de matemática financeira.

Sobre planilhas eletrônicas, os alunos das três turmas, em quase sua totalidade, não tinham conhecimento a respeito desse assunto, e os que o tinham, citaram apenas a planilha Excel. Nesse momento o pesquisador comentou superficialmente sobre o LibreOffice Calc o qual seria assunto do próximo encontro. Em seguida, verificou-se que apenas duas planilhas já estavam instaladas em um número razoável de *smartphones*: Excel e Google Planilhas, porém presentes em menos da metade de cada turma e mesmo sem que o aluno fizesse uso delas. Somou-se a isso o número de *notebooks* dos alunos de cada turma ser insuficiente para a realização de atividades em duplas e, mesmo para grupos de três alunos, a quantidade de aparelhos não era adequada.

As ações tomadas estão descritas em sua maioria a partir da 2ª etapa. No entanto, vale mencionar a primeira que logo teve de ser reavaliada, a saber: *trabalhar com mais frequência na pesquisa com trios ou mesmo duplas de alunos, para melhor acompanhamento e obtenção de resultados não individuais*. Mas, devido aos empecilhos que surgiram, foi necessário aumentar o número de componentes por grupos e fazer uso da planilha Calc e Excel, o que está dentro da pesquisa-ação e da qual o replanejamento faz parte.

A solução encontrada por todos foi instalar o LibreOffice Calc nos notebooks disponíveis dos alunos e em alguns disponíveis no Colégio e fazer uso concomitante

dos *smartphones* com a planilha Excel instalada. Nesse sentido, como o foco principal da pesquisa à luz da pesquisa-ação não é o rendimento quantitativo o qual privilegia mais o lado individual do que o coletivo, o direcionamento da pesquisa foi mantido.

Outra ação foi a *realização de entrevistas*, em momentos distintos, com dois professores de Matemática. Essas entrevistas foram focadas no uso de planilhas eletrônicas como ferramentas didáticas para o processo de ensino e aprendizagem de matemática financeira, incluindo como parte importante a validade da inserção dos sistemas de amortização Price e SAC a esse conteúdo nas turmas participantes desse trabalho.

## **2ª) Recursos básicos e funcionamento das planilhas eletrônicas Calc e Excel**

Nessa etapa, durante quatro aulas de Matemática, na forma de Oficina, foram trabalhados e com orientações através de Data Show, os seguintes pontos:

- Exibição da tela principal de cada planilha;
- Instalação<sup>8</sup> do LibreOffice Calc em notebooks acessando o site: <<https://pt-br.libreoffice.org/>>;
- Alguns recursos e funcionamento do LibreOffice Calc e do Excel, a saber: digitação de dados, fórmulas, o reconhecimento (ou revisão) de algumas operações da matemática, principalmente multiplicação (\*), divisão (/) e potenciação (^), já que o símbolo que representa cada operação não é o usual;
- Construção de tabelas e gráficos;
- Salvar o arquivo criado.

Nesse período, o manuseio de planilhas no celular e em *notebooks*, a troca de informações entre alunos e entre alunos e pesquisador também ocorreram de forma ativa, inclusive entre alunos de grupos diferentes quando as dúvidas de manuseio das planilhas foram aparecendo.

## **3ª) Revisão de conteúdo**

Essa etapa teve duração de duas aulas.

---

<sup>8</sup> Houve problemas de instalação devido à Internet não está funcionando bem, porém, nos casos em que isso ocorreu, seguiu-se com as orientações e exemplos em Data show e com o acompanhamento por celular. Foi sugerido e orientada a instalação do Calc fora do ambiente escolar para as aulas seguintes.

A utilização de planilhas eletrônicas em sala de aula foi feita, intencionalmente, logo após já ter sido passada a primeira parte de matemática financeira (porcentagem, aumentos e descontos sucessivos, lucro e prejuízo, juros simples e juros compostos, equivalência de capitais, entre outros). O objetivo nesse caso foi utilizar a planilha para revisar e reforçar o conteúdo já trabalhado, observando o dinamismo que seu uso provoca nas aulas, bem como observar as discussões sobre dúvidas, erros e acertos dos discentes.

A turma foi dividida em cinco grupos de quatro e de cinco alunos e, dentro de cada grupo, eleito pelos seus componentes, um representante. De posse da planilha e com dados inicialmente fornecidos pelo professor, como forma de acompanhamento, foi pedido para cada grupo calcular percentuais de quantias, efetuar cálculos envolvendo aumentos e descontos sucessivos, montar e manipular as fórmulas de juros simples e de juros compostos, dentre outros. Nesse cenário, teve-se o cuidado de digitar os dados em algumas células da planilha e as fórmulas, em outras, para que fosse percebida por todos a atualização simultânea dos resultados ao serem feitas alterações de valores nas células. Em seguida, e finalizando essa etapa, cada grupo ficou livre para fazer mudanças nos valores digitados nas células e observar a atualização automática das respostas. Percebeu-se a participação, discussão, dúvidas e sugestões de quase todos os componentes dentro do próprio grupo, bem como houve interação entre os discentes e o pesquisador.

#### **4ª) Inserção dos sistemas de amortização Price e SAC**

Essa etapa teve duração de três aulas.

O que se considerou aqui como segunda parte de matemática financeira diz respeito aos sistemas de amortização Price e SAC, já que são pouco explorados a nível de ensino médio e por serem um dos destaques desse trabalho. Inicialmente, foram mostrados em Data Show uma planilha já preenchida parcialmente com um exemplo sobre o sistema Price para um total de cinco pagamentos, exibindo os dados dos dois primeiros pagamentos, no mesmo padrão dos exemplos sobre esse sistema presentes no capítulo 3, conforme mostra o Quadro 9.

Quadro 9 – Planilha de amortização no sistema Price, parcialmente preenchida

	A	B	C	D	E
1	Empréstimo C (R\$)	1.000,00			
2	$i = 3,0 \% \text{ a.m.}$	3,0%			
3	$n = n^\circ \text{ de prestações}$	5			
4	$P = C.i/(1-(1+i)^{-n})$	218,35			
5	<b>n</b>	<b>J (R\$)</b> (Juros)	<b>A (R\$)</b> (Amortização do saldo devedor)	<b>P (R\$)</b> (Pagamento $P = J + A$ )	<b>SD (R\$)</b> (Saldo devedor)
6	0	–	–	–	1000,00
7	1	30,00	188,35	218,35	811,65
8	2	24,35	194,01	218,35	617,64
9					
10					
11					
12	<b>Total (R\$)</b>				

Fonte: O autor (2018).

Comentou-se sobre taxa de juros, valor tomado, número de pagamentos, valor de cada pagamento (parcela), como se calcula os juros, a amortização e o saldo devedor. Compartilhou-se também, e sem citar nomes, sobre a forma de pagamentos e parcelas que algumas lojas da cidade de Várzea da Roça e Região, no ramo de eletrodomésticos e eletrônicos, como smartphones, tablets, entre outros, adotam em suas vendas, com ênfase no sistema Price. A obtenção dos dados ocorreu através de entrevistas, cujos resultados também se encontram no Capítulo 6 RESULTADOS E DISCUSSÕES. Em seguida, foi demonstrado em quadro branco, usando equivalência de capitais, a fórmula  $P = \frac{c.i}{1-(1+i)^{-n}}$ , a qual permite calcular o valor de cada prestação. Para isso, usou-se o conceito de soma de progressão geométrica, conforme já foi demonstrada no Capítulo 3. Após essa parte, retomou-se o exemplo da planilha, e a turma foi dividida em grupos de quatro e de cinco pessoas e com os mesmos componentes das divisões anteriores. Na sequência, cada grupo digitou as mesmas informações da planilha mostrada em Data Show a fim de permitir um melhor acompanhamento das atividades propostas. Continuando, os grupos preencheram o resto da planilha, de acordo com o Quadro 10.

Quadro 10 – Planilha de amortização no sistema Price, preenchida

	A	B	C	D	E
1	Empréstimo C (R\$)	1.000,00			
2	$i = 3,0 \% \text{ a.m.}$	3,0%			
3	$n = n^{\circ} \text{ de prestações}$	5			
4	$P = C.i/(1-(1+i)^{-n})$	218,35			
5	<b>n</b>	<b>J (R\$)</b> (Juros)	<b>A (R\$)</b> (Amortização do saldo devedor)	<b>P (R\$)</b> (Pagamento $P = J + A$ )	<b>SD (R\$)</b> (Saldo devedor)
6	0	–	–	–	1000,00
7	1	30,00	188,35	218,35	811,65
8	2	24,35	194,01	218,35	617,64
9	3	18,53	199,83	218,35	417,81
10	4	12,53	205,82	218,35	211,99
11	5	6,36	211,99	218,35	0,00
12	<b>Total (R\$)</b>	<b>91,77</b>	<b>1.000,00</b>	<b>1.091,77</b>	–

Fonte: O autor (2018)

Depois, foi mostrada a construção de gráfico de barras com os dados dos juros e dos pagamentos. A seguir, o arquivo foi salvo, mas não foi fechado, pois cada grupo foi convidado a fazer alterações nos dados do exemplo, para perceberem a atualização automática na planilha e no gráfico construído. Pediu-se também que fossem construídos outros gráficos envolvendo outras colunas da planilha de amortização, como saldo devedor e amortização, juros e saldo devedor, entre outros, bem como a critério de cada grupo, a fim de perceberem a dinâmica e a interatividade oferecidas pela planilha e, conseqüentemente, favorecer um ambiente propício para que ocorra dinamismo envolvendo a interação, discussão e a troca de conhecimentos entre os componentes de cada grupo e, em consequência disso, de toda turma.

Em seguida, foi mostrada em Data Show uma planilha preenchida parcialmente sobre o sistema SAC na qual foram utilizados os mesmos dados do exemplo com o sistema Price para posteriores comparações com o sistema Price, obedecendo o padrão empregado nas planilhas de amortização mostradas também no Capítulo 4, conforme os quadros 11 e 12.

Quadro 11 - Planilha de amortização no sistema SAC, parcialmente preenchida

	A	B	C	D	E
1	Empréstimo C (R\$)	1.000,00			
2	$i = 3,0 \% \text{ a.m.}$	3,0%			
3	$n = \text{n}^\circ \text{ de prestações}$	5			
4	$A = C/n$	200,00			
5	<b>n</b>	<b>J (R\$)</b> (Juros)	<b>A (R\$)</b> (Amortização do saldo devedor)	<b>P (R\$)</b> (Pagamento $P = J + A$ )	<b>SD (R\$)</b> (Saldo devedor)
6	0	–	–	–	1000,00
7	1	30,00	200,00	230,00	800,00
8	2	24,00	200,00	224,00	00,00
9					
10					
11					
12	<b>Total (R\$)</b>				

Fonte: O autor (2018)

A explicação sobre cada item presente no SAC seguiu de forma semelhante ao que foi feito para o Price, atendidas as diferenças dos dois sistemas. Assim, por exemplo, para o cálculo da amortização, basta dividir R\$ 1000,00 por 5, que dá R\$200,00. Calcula-se 3% de R\$ 1000,00, que resulta em R\$30,00. O valor da primeira parcela (R\$ 230,00) é igual à soma dos juros com a amortização, ou seja, de R\$30,00 + R\$200,00. O cálculo do saldo devedor é idêntico ao que foi feito no sistema Price. Nesse caso, basta efetuar R\$1000,00 – R\$200,00, que dá R\$800,00.

Após efetuados todos os cálculos necessários, o preenchimento ficou como o indicado no quadro 12 a seguir.

Quadro 12 - Planilha de amortização no sistema SAC, preenchida

	A	B	C	D	E
1	Empréstimo C (R\$)	1.000,00			
2	$i = 3,0 \% \text{ a.m.}$	3,0%			
3	$n = n^\circ \text{ de prestações}$	5			
4	$A = C/n$	200,00			
5	<b>n</b>	<b>J (R\$)</b> (Juros)	<b>A (R\$)</b> (Amortização do saldo devedor)	<b>P (R\$)</b> (Pagamento $P = J + A$ )	<b>SD (R\$)</b> (Saldo devedor)
6	0	–	–	–	1000,00
7	1	30,00	200,00	230,00	800,00
8	2	24,00	200,00	224,00	600,00
9	3	18,00	200,00	218,00	400,00
10	4	12,00	200,00	212,00	200,00
11	5	6,00	200,00	206,00	0,00
12	<b>Total (R\$)</b>	90,00	1000,00	1090,00	–

Fonte: O autor (2018)

Em seguida, depois da construção desse quadro, da construção de gráfico envolvendo juros e pagamentos e da manipulação de dados pelos grupos, cada equipe foi convidada a analisar simultaneamente as duas planilhas e os dois gráficos, destacando as diferenças entre eles. Foi sugerido também que cada equipe praticasse em casa o que tinha sido trabalhado em sala, uma vez que nas duas aulas seguintes seria aplicado em cada grupo uma atividade na forma de questionário sobre todo o conteúdo de matemática financeira trabalhado em sala.

Com o intuito de analisar o andamento da pesquisa, foram realizadas no ambiente escolar, pequenas reuniões de até trinta minutos, com os representantes de cada grupo, às vezes com outros componentes dos próprios grupos, sobre dúvidas e sugestões, colocadas e discutidas com o professor pesquisador cujo tema principal foi o manuseio de planilhas eletrônicas, mas envolveu o próprio conteúdo de matemática financeira, especialmente os sistemas de amortização Price e SAC.

## 5ª) Avaliação 1

A avaliação foi realizada considerando-se momentos distintos. Durante duas aulas, com a presença do pesquisador, e extraclasse, com os mesmos grupos de quatro e cinco alunos, para a conclusão da atividade, através de um questionário impresso, contendo 14 questões (2 fechadas e 12 abertas). Esse questionário contemplou a primeira parte do conteúdo de matemática financeira e os sistemas de amortização Price e SAC, a fim de verificar o aprendizado da turma sobre todo assunto trabalhado, tendo o Calc e o Excel como ferramentas de apoio didático para a resolução das questões. Em uma delas, a 14ª, cada grupo falou sobre o que foi aprendido, descreveu pontos positivos e pontos negativos relacionados ao uso de planilha durante as aulas de matemática financeira. Durante a resolução das questões dessa atividade, quer seja no ambiente de sala de aula, com a presença do observador, quer seja fora dele, sem a sua presença, não houve interação ou interferência do pesquisador, em relação ao primeiro caso, que pudesse influenciar nas respostas, mas somente a observação não participante<sup>9</sup>.

Pode-se notar que essa avaliação teve, por um lado, o levantamento quantitativo de dados voltado para o entendimento do conteúdo trabalhado e, por outro, um levantamento qualitativo sobre a percepção coletiva dos grupos durante todo o processo de ensino e aprendizagem de matemática financeira, fazendo-se uso das planilhas eletrônicas.

Ficou combinado o envio das respostas para o *e-mail* do professor pesquisador ou através de *pen drive*, pelo representante de cada equipe, e antes do próximo encontro. O recolhimento por *pen drive* ocorreu no próprio ambiente escolar, fora do horário de aula de Matemática das turmas pesquisadas.

---

<sup>9</sup> Na observação não participante, o pesquisador toma contato com a comunidade, grupo ou realidade estudada, mas não se integra a ela: permanece de fora. Presencia o fato, mas não participa dele; não se deixa envolver pelas situações; faz mais o papel de espectador. Isso, porém, não quer dizer que a observação não seja consciente, dirigida, ordenada para um fim determinado. O procedimento tem caráter sistemático. (MARCONI; LAKATOS, 2013, p. 193)

## 6ª) Avaliação 2

Esse encontro teve duração de duas aulas.

Inicialmente foram apresentados a cada grupo através de material impresso e em Data show os resultados do Questionário, exceto da 14ª questão. A seguir, a turma foi convidada a avaliar coletivamente, mas com respostas individuais, todo processo de ensino e aprendizagem de matemática financeira durante o qual foram utilizadas planilhas eletrônicas, discutindo e refletindo com o pesquisador. Além dos comentários acerca de pontos positivos e pontos negativos já perguntados no Questionário, foram lançadas também outras questões, dentre elas, as seguintes:

- ✓ *O que você achou da inclusão dos sistemas de amortização Price e SAC ao conteúdo de matemática financeira?*
- ✓ *Como você analisa o seu envolvimento e participação dentro de seu grupo bem como de seus colegas, levando-se em conta a cooperação, a discussão e a participação nas atividades propostas, incluindo nessa análise as contribuições das planilhas eletrônicas para as aulas de Matemática?*

As respostas foram anotadas e descritas, assim como as do Questionário, no Capítulo 6.

## 6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este capítulo traz os resultados e discussões obtidos durante a realização de toda pesquisa, contemplando anotações de discussões e observações em sala, de entrevistas em lojas e de entrevistas a dois professores de Matemática. Traz também os dados da aplicação de uma atividade na forma de Questionário, penúltima etapa da sequência didática, envolvendo todo o processo de ensino e aprendizagem de matemática financeira. Como fechamento da pesquisa, os dados trazem ainda anotações sobre uma avaliação coletiva, última etapa da sequência didática e da pesquisa, acerca de todo o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de matemática financeira em sala de aula, incluindo a divulgação dos resultados da atividade (Questionário) acima mencionada, porém com ênfase na reflexão voltada a inserção dos sistemas de amortização Price e SAC e se houve ou não dinamismo das aulas com o uso das planilhas eletrônicas nesse estudo.

### 6.1 RESULTADOS DOS FORMULÁRIOS

#### 6.1.1 Formulário 1

Seguem os resultados das Entrevistas<sup>10</sup>, Quadro 8, realizadas em lojas da cidade de Várzea da Roça e Região, denominadas aqui de Loja1, Loja 2, e assim por diante, até Loja 7, através de um pequeno Formulário contendo quatro questões (Q1, Q2, Q3 e Q4). Elas ocorreram no mês de março de 2018.

Quadro 8 – Dados coletados de Entrevistas em lojas

Q	LOJA 1	LOJA 2	LOJA 3	LOJA 4	LOJA 5	LOJA 6	LOJA 7
1	A; B; C; D	A; C; D	A; B; C; D	A; B; C; D			
2	Não	Não	Não	Não	Não	Não	Não
3	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
4	*	—	*	*	—	—	—

Fonte: O autor (2018)

<sup>10</sup> Na verdade, mesmo sendo a predominância de uma *Entrevista focalizada* na qual, segundo Gil (2008), o entrevistador permite que o entrevistado fale livremente acerca do assunto e, quando houver desvio do foco da entrevista pelo respondente, o entrevistador faz interferência afim da retomada do assunto original, houve ainda momentos de uma *Entrevista estruturada* para posterior comparação entre os estabelecimentos comerciais, já que durante a entrevista foram feitas também perguntas idênticas, não necessariamente seguindo uma ordem rigorosa, a todos os entrevistados, com base em um pequeno formulário e cujas respostas são as exibidas nesse Quadro.

Observa-se que para a questão 1 na qual foi perguntada qual a forma de pagamento usada por cada loja e dadas as opções A, para a forma à vista; B, a prazo, no crediário da própria loja; C, a prazo, usando cartão de crédito, e D, a prazo, sem cartão de crédito, por uma financeira, todas as lojas responderam que utilizam esses quatro modos de vendas, exceto a loja 5, que não tem crediário próprio, só por financeira. Para a questão 2, “Você conhece o sistema de amortização Price?”, a resposta foi não para todas; já para a 3ª questão, “Você utiliza algum programa específico para o cálculo das prestações a prazo?”, a resposta foi Sim para todas.

A questão 4 (Opcional) foi reservada a observações ou comentários pelo seu respectivo representante (gerente, vendedor ou dono) sobre a forma de pagamento próprio de cada loja, sem o uso de cartão de crédito ou de boleto bancário, incluindo mostrar alguma simulação de venda. As lojas 1, 3 e 4 são de pequeno porte e, embora usem as quatro formas mostradas acima, têm uma particularidade quanto ao crediário próprio. Segundo informações, para não ficar muito “pesado” para seus clientes, ao produto vendido nessa modalidade é dado um percentual de acréscimo conveniente a cada loja, sobre o preço à vista, e daí, sem usar programas ou planilhas para cálculos específicos de pagamentos, a depender do conhecimento sobre o cliente, faz-se uma simples divisão em determinado número de parcelas com ou sem entrada. Nesse caso, como garantia para os pagamentos em espécie, são emitidas notas promissórias<sup>11</sup>, mas algumas vezes, apenas a confiança no cliente e com o preenchimento de seus dados em uma ficha de cadastro da loja, já é suficiente para a venda. Porém, mesmo ficando realmente mais barato para o cliente, se comparado principalmente à venda por financeiras, o Sistema Price não foi abandonado, mesmo que de forma inconsciente, uma vez que há diferença entre o preço à vista e o preço a prazo, além de uma programação parcelada de pagamentos iguais e mensais. Por outro lado, para clientes reconhecidos como não muito honestos ou aqueles novos em que não se tenha muita confiança quanto aos pagamentos, o direcionamento destes é feito por financeiras. Nesse caso, cabe a loja, com cadastro em uma dessas

---

<sup>11</sup> **NOTA PROMISSÓRIA.** Instrumento de crédito representado por uma promessa incondicional por escrito entre dois agentes, assinada por aquele que se compromete a pagar em determinada data uma soma determinada de dinheiro ao primeiro, ou ao portador da nota promissória.

instituições que financiam valores a juros e outras cobranças mais elevados, passar o preço à vista do produto, o qual na verdade já tem o lucro embutido da própria loja, garantido assim que esta não corra o risco de ficar sem receber.

Vale lembrar que o objetivo dessas entrevistas em lojas, conforme já foi explicado, foi obter material para ser compartilhado em sala de aula com as turmas participantes da pesquisa sem mencionar fonte específica.

### 6.1.2 Formulário 2

Os resultados deste Formulário 2 referem-se a entrevistas, contendo oito questões, feita a dois professores de Matemática e incluindo como tópicos principais o uso de planilhas eletrônicas no processo de ensino e aprendizagem de matemática financeira e a inserção dos Sistemas de amortização Price e SAC nesse conteúdo. Para preservar a identidade dos dois docentes foram adotadas as letras PX para um professor e PY para o outro. Essas entrevistas ocorreram também no mês de março de 2018. Seguem abaixo no Quadro 9, as respostas dos professores através de falas.

Quadro 9 – Respostas dos professores pesquisados

1. Qual o seu nome?	PX
	PY
2. Sei que você tem Licenciatura em Matemática pois trabalhamos ou já trabalhamos juntos neste colégio no qual a pesquisa está sendo realizada e, principalmente, pelo fato de ser professor efetivo da Rede Estadual de Ensino. Diante disso, avanço para a pergunta: Você tem Pós-graduação na área de MATEMÁTICA? Se Sim, qual (is) são o(s) curso(s)? Cite, caso tenha, só os principais.	“Não possuo pós-graduação”. (PX, Entrevista, 2018)
3. Há quantos anos você atua como professor de Matemática? E neste colégio no qual a pesquisa está sendo desenvolvida?	“Tenho pós-graduação na área de tecnologias da educação, já na área de matemática estou cursando o mestrado em matemática (PROFMAT)”. (PY, Entrevista, 2018)
4. Com qual frequência você faz uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) como ferramentas de apoio ao ensino em suas aulas de Matemática?	“Já atuo há 7 anos como professor, sempre nesta escola”. (PX, Entrevista, 2018)
	“Atuo como professor há 16 anos. Na escola em questão atuei durante 13 anos”. (PY, Entrevista, 2018)
	“Com pouca frequência”. (PX, Entrevista, 2018)
	“letra d”. (PY, Entrevista, 2018)

<p>a) Com muita frequência. ( )  b) Com pouca frequência. ( )  c) Não usa. ( )  d) A frequência de uso das TICs está condicionada ao conteúdo a ser trabalhado e à disponibilidade de recursos do colégio.</p>	
<p>5. Diante das informações negativas que tive com relação às turmas de 3ª séries do Ensino Médio desse colégio com base nas dificuldades apresentadas quanto ao aprendizado e ao pouco interesse pelo conteúdo de matemática financeira que costumemente trabalhamos, decidi fazer uma interferência quando for fazer a revisão desse assunto através do uso de planilhas eletrônicas. O que você acha disso?</p>	<p>“É uma maneira interessante para tentar estimular o interesse pelo assunto de matemática financeira”. (PX, Entrevista, 2018)</p> <p>“Todas as iniciativas buscando a melhoria do processo de ensino-aprendizagem são válidas. Ainda mais quando os resultados não estão sendo positivos. É notável que as metodologias tradicionais não atraem mais a atenção dos estudantes. O uso das planilhas eletrônicas deve atrair a atenção dos estudantes que hoje vivem em um mundo tecnológico, desde que escolhasse bem as estratégias”. (PY, Entrevista, 2018)</p>
<p>6. Você acha que a dinâmica presente nas planilhas eletrônicas pode ajudar a ter aulas de Matemática mais dinâmicas, contribuindo, por um lado, para despertar no discente a interatividade que esse tipo de software oferece entre discente e software e, por outro, contribuir para o interesse do discente pelas aulas de matemática financeira e, conseqüentemente, para o aprendizado? Se Sim, por quê?</p>	<p>“Creio que sim, pois a planilha eletrônica permite uma rápida visualização da dinâmica dos valores, o que pode trazer um interesse maior pelo conteúdo”. (PX, Entrevista, 2018)</p> <p>“Sim, pois os recursos disponíveis nas planilhas eletrônicas permitem uma maior praticidade para os cálculos. Com o uso constante das tecnologias da informação, os estudantes tendem a rejeitar métodos que não possuam estas respostas e rápidas e a possibilidade de interatividade presente nas planilhas”. (PY, Entrevista, 2018)</p>
<p>7<sup>12</sup>. O que você acha da inserção ao conteúdo de matemática financeira dos Sistemas de Amortização Price (ou Tabela Price) e do Sistema de Amortização Constante (SAC)? E do ensino e aprendizagem desses Sistemas através do uso de planilhas eletrônicas?</p>	<p>“É uma boa ideia, pois estes sistemas de amortização são bem usados nas transações financeiras atualmente”. (PX, Entrevista, 2018)</p> <p>Esta abordagem, apesar de não ser frequentemente trabalhado no ensino médio, permite uma aproximação maior com situações reais o que destaca ainda mais a relevância social deste conteúdo. Contudo, dificulta a formulação de questões e os cálculos sem o uso de recursos tecnológicos que são feitas nas avaliações como ENEM e outras provas de seleção como vestibulares e concursos”. (PY, Entrevista, 2018)</p>

<sup>12</sup> Inicialmente, foi realizada uma explicação detalhada sobre os sistemas de amortização Price e SAC a cada professor.

<p>8. Devido ao colégio não ter um laboratório de informática, conforme você já sabe, somando-se a isso o número reduzido de recursos tecnológicos presentes no mesmo, como notebooks, bem como o número insuficiente de discentes que o possuem, as atividades com as planilhas eletrônicas serão desenvolvidas em grupos com mais de três alunos, fazendo inevitavelmente uso também de <i>smartphones</i>. O que você pontua em termos positivos da dinâmica em grupos e, por extensão, das aulas de Matemática envolvendo toda turma, no sentido da interação, cooperação, participação e interesse pelo conteúdo de matemática financeira, incluindo nesse processo a inserção dos sistemas de amortização Price e SAC?</p>	<p>“Uma das vantagens de desenvolver o trabalho dessa forma é a discussão e conseqüente troca de experiências, que enriquecem o estudo e dá mais significado ao que está sendo estudado”. (PX, Entrevista, 2018)</p>
	<p>“Com certeza o uso dos <i>smartphones</i> colaboram com o trabalho visto que quase todos os estudantes possuem este tipo de aparelho, bastando somente solicitar que os mesmos baixem o programa previamente na loja de aplicativos, porém a funcionalidade na tela do celular é um pouco diferente dificultando o trabalho”. (PY, Entrevista, 2018)</p>

Fonte: O autor (2019).

Pode-se notar com base nas respostas dadas, que para os professores PX e PY o uso de planilhas eletrônicas como ferramenta de apoio didático no ensino e aprendizagem de matemática financeira é importante tanto pela praticidade e rapidez dos cálculos quanto por permitir discussão e troca de experiências em grupos. Além disso, a inserção dos sistemas de amortização a esse conteúdo é vista como uma maior aproximação do estudo com situações reais.

## 6.2 RESULTADOS DO QUESTIONÁRIO

O Questionário foi aplicado parcialmente em sala de aula e com a presença do pesquisador, nas três turmas, uma do turno matutino e duas do turno vespertino, nomeadas aqui de A, B e C, de um colégio estadual dessa cidade, e concluído fora da escola (extraclasse), sem a presença do pesquisador. Foram aplicadas catorze (14) questões, sendo duas (2) de múltipla escolha e doze (12) abertas. Dentre as questões abertas, a última é uma autoavaliação das turmas sobre todo o processo de ensino e aprendizagem de matemática financeira em que foram utilizadas planilhas eletrônicas. Cada resposta analisada foi identificada como Resposta Correta (RC), Resposta Parcialmente Correta (RPC), Resposta Incorreta (RI) e Não Respondeu (NR), para a ausência de resposta. As respostas definidas aqui como parcialmente corretas estão relacionadas à resolução correta de um item para as questões que têm mais de um, bem como para o caso em que o item foi quase todo concluído corretamente ou mesmo, por descuido, trocou-se um dado numérico por outro, mas seguiu-se o procedimento de forma correta.

A forma como ocorreu a aplicação do Questionário, bem como a classificação das respostas descritas acima reforçam as abordagens qualitativa e quantitativa da pesquisa, sendo a primeira predominante. No caso específico da resolução do questionário, para a obtenção de dados com imparcialidade, o papel do pesquisador restringiu-se ao campo da Observação não participante, durante o tempo em que essa atividade foi respondida em sala de aula, para não haver interação entre este e os grupos o que poderia interferir nos resultados.

Na sequência estão os resultados do Questionário. Vale lembrar que todas as questões de matemática financeira, exceto a 14ª, aplicadas nessa atividade, em grupo, estão resolvidas e comentadas no APÊNDICE A.

Quadro 10 – Classificação das respostas dos grupos da turma A

Grupos (Turma A)	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13
<b>G1</b>	RC	RC	RC	RC	RC	RC	RC	RC	RC	RC	RC	RC	RC
<b>G2</b>	RC	RC	RC	RC	RC	RPC	RC	RPC	RI	RPC	RPC	RPC	RPC
<b>G3</b>	RI	RC	RC	RC	RPC	RPC	RC	RC	RI	RC	RC	RC	RI
<b>G4</b>	RC	RC	NR	RC	RC	RPC	RC	RC	RI	RI	RPC	RC	NR
<b>G5</b>	RC	RC	RC	RC	RPC	RPC	RC	RC	RPC	RC	RC	RC	RC

Fonte: O autor (2019).

Quadro 11 – Frequência absoluta e frequência relativa das respostas dos grupos da turma A

Grupos (Turma A)	RC		RPC		RI		NR	
<b>G1</b>	13	100,00%	0	0,00%	0	0,00%	0	0,00%
<b>G2</b>	6	46,15%	6	46,15%	1	7,70%	0	0,00%
<b>G3</b>	8	61,54%	2	15,38%	3	23,08%	0	0,00%
<b>G4</b>	7	53,85%	2	15,38%	2	15,38%	2	15,38%
<b>G5</b>	10	76,92%	3	23,08%	0	0,00%	0	0,00%

Fonte: O autor (2019).

Observa-se que três dos cinco grupos dessa turma A tiveram bom aproveitamento, se forem consideradas respostas totalmente corretas. Por outro lado, considerando-se a soma das respostas corretas com as respostas parcialmente corretas, todos os grupos alcançaram mais de 69 %.

Na sequência estão as informações relacionadas com a turma B.

Quadro 12 – Classificação das respostas dos grupos da turma B

Grupos (Turma B)	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13
<b>G1</b>	RC	RC	RI	RC	RI	RPC	RC	NR	NR	RI	RPC	RPC	RPC
<b>G2</b>	RC	RC	RC	RI	RI	RPC	RC	NR	NR	NR	RPC	RPC	RPC
<b>G3</b>	RPC	RC	RC	RC	RC	RPC	RI	NR	NR	NR	RC	RPC	RPC
<b>G4</b>	RC	RC	RC	RC	RI	RPC	RI	NR	NR	NR	RC	RPC	RPC
<b>G5</b>	RC	RC	NR	RPC	RC	RPC	RC	NR	RI	RI	RPC	RPC	RPC

Fonte: O autor (2019).

Quadro 13 - Frequência absoluta e frequência relativa das respostas dos grupos da turma B

Grupos (Turma B)	RC		RPC		RI		NR	
<b>G1</b>	4	30,77%	4	30,77%	3	23,08%	2	15,38%
<b>G2</b>	4	30,77%	4	30,77%	2	15,38%	3	23,08%
<b>G3</b>	5	38,46%	4	30,77%	1	7,69%	3	23,08%
<b>G4</b>	5	38,46%	3	23,08%	2	15,38%	3	23,08%
<b>G5</b>	4	30,77%	5	38,46%	2	15,38%	2	15,38%

Fonte: O autor (2019).

Diante das informações apresentadas nos quadros 12 e 13, pode-se notar que o rendimento da turma B foi menor do que o rendimento da turma A, já que o maior percentual de RC foi de 38,46%, alcançados pelos grupos G3 e G4. Mas, por outro lado, como os percentuais de RPC dos cinco grupos analisados foram de 23,08%, 30,77% e de 38,46%, somando-se estes com os valores alcançados de RC, o resultado passa de 60% por cada grupo.

A seguir estão os dados coletados da turma C.

Quadro 14 – Classificação das repostas dos grupos da turma C

Grupos (Turma C)	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13
<b>G1</b>	RC	RC	RC	RC	RPC	RI	NR	RI	NR	NR	RPC	RPC	RPC
<b>G2</b>	RC	RC	RC	RC	RI	RPC	RPC	RI	RI	NR	RPC	RPC	RI
<b>G3</b>	RC	RC	NR	RC	RPC	RPC	RPC	NR	NR	NR	RPC	RPC	RPC
<b>G4</b>	RC	RC	RC	RC	RI	RPC	RC	NR	NR	NR	RC	RC	RPC
<b>G5</b>	RC	RC	RC	RC	RPC	RPC	RPC	NR	NR	NR	RPC	RPC	RPC

Fonte: O autor (2019).

Quadro 15 – Frequência absoluta e frequência relativa das repostas dos grupos da turma C

Grupos (Turma C)	RC		RPC		RI		NR	
<b>G1</b>	4	30,77%	4	30,77%	2	15,38%	3	23,08%
<b>G2</b>	4	30,77%	4	30,77%	3	23,08%	2	15,38%
<b>G3</b>	3	23,08%	6	46,15%	0	0,00%	4	30,77%
<b>G4</b>	7	53,85%	2	15,38%	1	7,69%	3	23,08%
<b>G5</b>	4	30,77%	5	38,46%	1	7,69%	3	23,08%

Fonte: O autor (2019).

Os dados apresentados nos quadros 14 e 15 mostram que o rendimento da turma C é semelhante ao da turma B. Uma exceção ficou por conta do grupo G4 que alcançou 53,85% de RC. Mas, da mesma forma como ocorreu na turma B, a soma dos percentuais de RC e RPC de cada grupo dessa turma passa de 60%.

Observando os quadros das três turmas com a classificação das respostas, nota-se que as questões Q8, Q9 e Q10 tiveram um índice menor de acertos. As dificuldades de montagem da equação e o não uso direto de apenas uma fórmula digitada na planilha contribuíram para esses resultados.

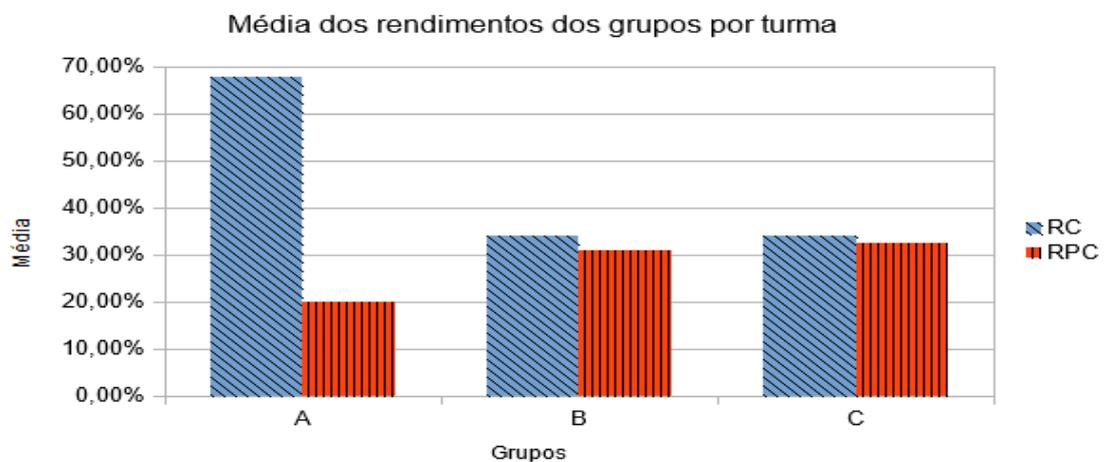
O quadro 16 e sua respectiva representação gráfica mostra a média aritmética de RC e RPC dos grupos de cada turma.

Quadro 16 – Média aritmética dos grupos por turma

Média por turma		
Turma	RC	RPC
A	67,69%	20,00%
B	33,85%	30,77%
C	33,85%	32,31%

Fonte: O autor (2019).

Gráfico 3 – Média aritmética de RC e RPC dos grupos por turma



Fonte: O autor (2019).

O rendimento médio dos grupos por turma apresentado nesse Gráfico 3 só confirma o que já foi dito anteriormente sobre cada uma. A turma A teve melhor rendimento do que as turmas B e C, que tiveram rendimentos semelhantes. Apesar

dos acertos RC não terem sido satisfatórios, para essas turmas, a soma deles com os acertos RPC passam de 60% para todas, mas nada a ser comemorado com relação a bom rendimento, se for considerado um aproveitamento de pelo menos 50% de RC. Por outro lado, mesmo sendo o rendimento quantitativo parte importante no processo educativo e que muito se cobra em sala de aula, bem como em exames externos, a exemplo de vestibulares e do ENEM, esse não foi o foco principal desse trabalho. Um detalhe a ser considerado é que, embora tenha sido prejudicado por muitos empecilhos, como a falta de computadores ou notebooks em quantidade suficientes, mesmo em grupos menores, para atender a demanda dos alunos, além do pouco tempo de contato da maioria dos discentes com as planilhas eletrônicas, os objetivos propostos caminharam no sentido positivo para serem alcançados. A abordagem principal é qualitativa e no contexto da pesquisa-ação. A análise do emprego de planilhas eletrônicas no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de matemática financeira, incluindo nesse processo a inserção dos sistemas de amortização Price e SAC, investigando-se o dinamismo que essa ferramenta proporciona, e a busca em responder à pergunta *Como o uso de planilhas eletrônicas dinamiza as aulas de matemática financeira na 3ª série do ensino médio?*, colocando o discente como participante ativo dessa pesquisa, são a essência desse trabalho.

### 6.3 RESULTADOS DA AUTOAVALIAÇÃO

O Quadro 17 refere-se à 14ª questão respondida pelos grupos. Ele mostra os pontos positivos e os pontos negativos observados, na visão dos alunos das três turmas pesquisadas, durante o uso do LibreOffice Calc e da planilha Excel no ensino de matemática financeira. Como houve muitas respostas semelhantes tanto dentro de uma mesma turma quanto às respostas das três turmas, foram excluídas aquelas quase idênticas. Para preservar os nomes dos estudantes foi adotada a seguinte identificação, mostrada com exemplos, a saber: AG1, para aluno da turma A e do grupo 1; BG2, para aluno da turma B e do Grupo 2 e CG5, para aluno da turma C e do grupo 5.

Quadro 17 – Pontos positivos e pontos negativos das planilhas eletrônicas na visão dos alunos

<b>Pontos positivos</b>
“[...] gostei muito de usar, por ter mais exatidão nos cálculos e por conta da facilidade da resolução das questões”. (AG1, Questionário, 2018)

<p>“O programa desenvolve em nós um conhecimento de construção de gráficos, planilhas, muito útil na matemática financeira por facilitar na resolução dos cálculos. O que pode estar interligado diretamente a uma profissão futura”. (AG4, Questionário, 2018)</p>
<p>“Os dados ficam mais organizados”. (BG1, Questionário, 2018)</p>
<p>“[...] o uso dos sistemas Price e SAC foram muito importantes para a aprendizagem dos conteúdos abordados, o preenchimento das tabelas e o entendimento dos quadros, contribuíram não só na área escolar, mas para toda a vida, pois a Matemática Financeira está muito presente no nosso dia a dia [...]”. (AG3, Questionário, 2018).</p>
<p>“Facilita muito e ajuda na hora de responder as questões”. (AG5, Questionário, 2018)</p>
<p>“Usando as fórmulas na planilha o resultado é automático”. (CG5, Questionário, 2018)</p>
<p>“Aprendizagem de algo novo”. (BG5, Questionário, 2018)</p>
<p>“Apreendi a construir uma tabela”. (CG1, Questionário, 2018)</p>
<p>“Facilita para organizar as finanças”. (AG2, Questionário, 2018)</p>
<p>“Achei rápido e dinâmico mudar o número e atualizar tudo, gostei”. (BG4, Questionário, 2018)</p>
<p>“Permite resolver as contas rapidamente”. (CG4, Questionário, 2018)</p>
<p>“Os pontos positivos é que com isso nós aprendemos a usar a planilha que pode nos ajudar ou servir daqui para frente e nos ajudou a resolver e entender algumas questões da matéria de matemática”. (BG3, Questionário, 2018)</p>
<p>“Entendi um pouco sobre esse novo assunto”. (CG3, Questionário, 2018)</p>
<p>“O uso dos programas referentes nos ajudou a aprender como montar tabelas financeiras, como utilizá-las de maneira fácil e prática, ajudando a calcular problemas financeiros com grande funcionalidade”. (AG3, Questionário, 2018)</p>
<p><b>Pontos negativos</b></p>
<p>“[...] a minha maior dificuldade foi de como passar algumas questões para a planilha” [...]. (AG1, Questionário, 2018)</p>
<p>“Por ser um programa trabalhoso, requer muita atenção, paciência e cuidado. Exige muito esforço e tempo, por ter inúmeras ferramentas [...]”. (AG4, Questionário, 2018)</p>
<p>“Não é bom fazer pelo celular”. (BG2, Questionário, 2018)</p>
<p>“Dificuldade para encaixar as fórmulas”. (CG3, Questionário, 2018)</p>

“Precisa de habilidade para colocar as fórmulas na tabela”. (BG3, Questionário, 2018)
“Dificuldade inicial de se aprender a usar a planilha”. (BG1, Questionário, 2018)
“Tive dificuldade com o uso do aplicativo”. (AG2, Questionário, 2018)
“Dificuldade em usar as fórmulas sem acompanhamento”. (CG2, Questionário, 2018)
“Cometi erro na hora de montar a fórmula”. (CG5, Questionário, 2018)
“Houve dificuldades iniciais por nunca termos utilizado os programas de planilhas, mas, logo aprendemos como desenvolver as atividades apresentadas”. (AG3, Questionário, 2018)

Fonte: O autor (2018)

Essa autoavaliação ratifica a importância do uso de planilhas eletrônicas no ensino de matemática financeira. Pode-se perceber que, apesar das dificuldades encontradas com o manuseio desses softwares, a maioria das respostas destaca a interação dos discentes com as planilhas, cita também a velocidade e exatidão nos cálculos, bem como coloca a importância do estudo dos sistemas Price e SAC com o uso dessas ferramentas.

Por outro lado, apesar de não ter ficado muito explícito o dinamismo que essas planilhas provocaram no sentido da cooperação, participação e discussão em grupos pelo uso das planilhas eletrônicas, através dessas falas descritas, isso aconteceu de forma satisfatória, por meio de Observações em sala de aula e de outras respostas dadas pelos discentes, explicitadas na Seção 6.4, durante o último encontro com cada turma.

#### 6.4 OBSERVAÇÕES, DISCUSSÕES E REFLEXÕES

Com relação às *Observações*, pode-se notar que as turmas receberam com desconfiança e até preocupação a inclusão de mais um assunto de matemática financeira. Mas que o pesquisador, ao propor o trabalho de pesquisa com a turma dividida em grupo, expondo e discutindo os caminhos a serem seguidos, no sentido de se ter aulas mais dinâmicas, percebeu-se mais segurança por parte da maioria dos alunos. Notou-se também que nessa divisão os alunos buscaram formação de grupos

por afinidade, o que foi permitido. Como a grande maioria não tinha notebook, nem havia laboratório de informática na escola, e que, por isso, foi necessária a divisão da turma em grupos maiores, até mesmo para o uso de smartphones mais adequados para tais finalidades, houve, em alguns momentos reservados para discussões em equipe, muita conversa. Mais importante do que isso, notou-se discussão, cooperação e participação acerca da revisão do conteúdo já trabalhado, fazendo-se uso de planilhas eletrônicas, bem como do entendimento, mesmo que parcial principalmente para as turmas do vespertino, do novo conteúdo pelos discentes. Em alguns momentos, os alunos de um grupo ajudaram aos colegas de outros grupos no que se refere a execução correta de atividades propostas em sala para que a turma pudesse se familiarizar com o uso de planilhas eletrônicas. Por outro lado, presenciou-se muita dificuldade por parte dos alunos quanto ao manuseio correto desses softwares, com maior frequência nos primeiros contatos, e mais ainda, com o uso de smartphones.

Nas discussões e reflexões realizadas em cada turma como atividade de avaliação coletiva, que fez parte do fechamento da pesquisa, com a presença do pesquisador e dos participantes por turma, isto é, os discentes, após ser entregue em material impresso a cada grupo e, ao mesmo tempo exibido em Data Show, o rendimento obtido no Questionário, exceto a 14ª questão, foram colocadas pelo pesquisador algumas questões que nortearam a avaliação desse trabalho, algumas semelhantes ao que se perguntou na 14ª questão.

Observe na sequência algumas respostas dadas por discentes das turmas pesquisadas, cujo objetivo foi discutir e avaliar com cada turma o uso das planilhas eletrônicas no processo de ensino e aprendizagem de matemática financeira, incluindo a inserção dos sistemas de amortização Price e SAC e o dinamismo provocado pelo uso dessas ferramentas. Esse dinamismo é no sentido de despertarem para as várias funções inerentes a esses tipos de softwares, como interação *software* e discente, atualização automática de dados, visualização simultânea de fórmula, tabela e gráfico em uma mesma tela, quer seja no sentido da dinâmica da aula como um todo, envolvendo cooperação, discussão e participação na realização de atividades pelos componentes dentro de cada grupo.

Ao lançar novamente para cada turma, em sua respectiva sala de aula, quais foram os pontos positivos e pontos negativos que pudessem resumir o que foi todo o

processo de ensino e aprendizagem de matemática financeira através do uso de planilhas eletrônicas, as várias respostas dadas não mudaram muito em relação às que foram expostas no Quadro 17. Por isso, evitou-se aqui escrevê-las novamente.

A seguir, estão outras perguntas feitas nesse último dia e suas respectivas respostas, dadas individualmente pelos alunos. Usou-se a identificação dos discentes, sem associar com seus grupos, conforme os exemplos: A1, para aluno1 da turma A; A2 para aluno 2 da turma A; B1, para aluno 1 da turma B e C1 para aluno 1 da turma C.

Com relação à pergunta “O que você achou da inclusão dos Sistemas Price e SAC ao conteúdo de matemática financeira?”, foram dadas algumas respostas, a saber: “Achei interessante, mesmo inicialmente tendo dificuldade para entender” (A1, AVALIAÇÃO, 2018). Outra foi “É importante para que a gente perceba a construção das parcelas, o que se paga e o que é abatido” (B1, AVALIAÇÃO, 2018) e “Achei um pouco complicada a construção da tabela de amortização” (C1, AVALIAÇÃO, 2018).

Uma resposta mais completa foi a seguinte:

*Os sistemas Price e SAC foram muito importantes para a aprendizagem na matemática financeira para entender como as parcelas são formadas nas compras parceladas que fazemos. Percebi como o preenchimento das tabelas é feito (A2, AVALIAÇÃO, 2018).*

Outro questionamento foi “Como você analisa o seu envolvimento e participação dentro de seu grupo bem como de seus colegas, levando-se em conta a cooperação, a discussão e a participação nas atividades propostas, incluindo nessa análise as contribuições das planilhas eletrônicas para as aulas de Matemática?”

*Bem, eu acho que todos do grupo participaram, se ajudaram a fazer as atividades passadas pelo professor. O grupo teve muita dúvida para mexer nas planilhas, mas todos se empenharam para entender o assunto. Acho que a discussão maior de usar a planilha tomou muito tempo, mas foi bom, as aulas ficaram mais participativas e atrativas (A3, AVALIAÇÃO, 2018).*

*No meu entender, todos os colegas de meu grupo, contando comigo, contribuíram nas atividades, ajudando na hora das dúvidas, como funciona a planilha que deu trabalho na hora das fórmulas. Foi bom. Só os resultados das questões é que não foram ótimos. (B1, AVALIAÇÃO, 2018).*

*A maioria dos participantes de meu grupo se envolveu nas atividades propostas. Eu não conhecia a planilha Excel e nem a planilha Calc, mas agora já sei que tem uma Excel no meu celular. O meu grupo fez o que deu para discutir e usar as planilhas para responder as questões. Teve colega da sala que ajudou também a usar a planilha no notebook. Tirando os problemas com o uso das planilhas, acho que as aulas ficaram mais interessantes. (C1, AVALIAÇÃO, 2018).*

Quando em cada turma foi perguntado, ao final da avaliação, para responder com uma das palavras SIM ou NÃO, como fechamento da pesquisa, se as aulas da disciplina Matemática, especificamente, durante o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de matemática financeira, através do uso de planilhas eletrônicas, ficaram mais dinâmicas no sentido de permitir mais interação dos discentes, envolvendo discussões em grupos, de permitir ao discente expor o seu pensamento sobre seu aprendizado, suas dúvidas, acertos e erros, a resposta da maioria, mesmo reforçando que houve muitas dificuldades nesse processo, foi SIM.

Essas respostas, aliadas a todas do Quadro 17, em conjunto com as Observações realizadas durante todo o processo de pesquisa, mesmo considerando os problemas enfrentados no percurso desse trabalho, indicam que a inserção dos sistemas de amortização Price e SAC, principalmente o Price, bem como a dinâmica e a atratividade das aulas de matemática financeira através do uso das planilhas eletrônicas, ocorreram de forma satisfatória.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho consistiu em *analisar o processo de ensino e aprendizagem de matemática financeira, especialmente com relação aos sistemas de amortização Price e SAC, utilizando planilhas eletrônicas como ferramentas de apoio*. Essa análise, que caracterizou o objetivo geral dessa pesquisa, direcionada a alunos de 3ª série do ensino médio, ocorreu a contento, assim como a resposta dada ao problema da pesquisa, apoiados pelos objetivos específicos.

Com base nos resultados obtidos, incluindo as discussões e observações em sala de aula entre pesquisador e participantes durante toda pesquisa, pode-se concluir que o problema da pesquisa *como o uso de planilhas eletrônicas dinamiza as aulas de matemática financeira na 3ª série do ensino médio?* foi respondido de forma satisfatória. Por um lado, a confirmação das importantes funções das planilhas eletrônicas, representadas aqui pelas planilhas Calc e Excel. Essas funções referem-se à organização dos dados das atividades e questões propostas dentro da matemática financeira. Além disso, por possibilitarem ao usuário realizar de forma fácil cálculos envolvendo as operações básicas da Matemática e a resolução de problemas, por proporcionarem a atualização automática dos resultados das atividades quando mudanças nos valores das células foram praticados, com maior ênfase durante a inserção dos sistemas de amortização Price e SAC nas turmas participantes. Complementando, por permitirem fazer a conexão entre valores, atualização das planilhas de amortização e do respectivo gráfico. Portanto, essas ferramentas proporcionaram aulas mais dinâmicas no sentido de interação entre esses softwares e os discentes.

O dinamismo nesse sentido também foi reforçado pelos próprios discentes quando foi pedido para citarem os pontos positivos das planilhas eletrônicas. Nesse contexto, o objetivo *verificar a percepção dos discentes pelo dinamismo natural presente nas planilhas eletrônicas no sentido da interação entre software e usuário, foi alcançado*.

Por outro lado, as planilhas eletrônicas proporcionaram dinamismo também ao permitirem que os discentes pudessem interagir entre si com discussões, cooperações e participação nas atividades propostas, envolvendo o conteúdo de

matemática financeira, bem como na busca pelo entendimento do manuseio dessas ferramentas, tornando este assunto mais próximo e atrativo para os discentes. Nesse caso, o objetivo *verificar o dinamismo provocado pelas planilhas eletrônicas durante a realização de atividades em grupos no sentido da cooperação, discussão e participação dos discentes envolvidos*, também foi verificado.

O objetivo *investigar a viabilidade da utilização de planilhas eletrônicas como ferramentas para o ensino e aprendizagem de matemática financeira em turmas de 3ª série do Ensino Médio* também foi alcançado. Nesse caso, constatou-se que é viável a utilização de planilhas eletrônicas em todo o conteúdo de matemática financeira, o que inclui, dentre outras possibilidades, montar fórmulas, resolver problemas e revisar o conteúdo trabalhado de forma mais significativa e interessante para o discente.

O objetivo *analisar os impactos positivos no ensino de matemática financeira por meio da abordagem dos sistemas de amortização Price e SAC em turmas de 3ª série do Ensino Médio* foi realizado. Com base nas respostas dos discentes, nas observações e discussões realizadas em sala, pode-se notar que a inserção dos sistemas de amortização Price e SAC foi positiva por levar o estudante a perceber a importância desses sistemas, principalmente o Price, nas compras parceladas. Outro ponto positivo foi proporcionar mais discussões em grupos nos problemas envolvendo planilhas de amortização referentes a cada sistema. Vale destacar ainda que a falta desse tópico no plano de curso da disciplina Matemática foi considerada um problema a ser resolvido, mas, por outro, a sua inserção serviu como aliada para que o discente percebesse a importância da matemática em sua vida em sociedade.

Como complemento às informações obtidas, mesmo não sendo um objetivo a ser alcançado nesse trabalho, o rendimento das turmas participantes, principalmente do turno vespertino, não foi muito bom. A parte estrutural da escola, o uso de smartphones ao invés de *notebooks*, bem como a falta de entendimento do próprio assunto contribuíram para que os resultados não fossem melhores.

Por fim, sugere-se que os sistemas de Amortização Price e SAC estejam presentes no conteúdo de matemática financeira em turmas de Ensino Médio, especialmente as de 3ª série, dada a importância que esses sistemas têm nas formas de pagamentos a prazo tão presentes no dia a dia de nossos discentes, principalmente se tratando do sistema Price. Por outro lado, sugere-se também que as planilhas

eletrônicas esteja mais presentes no ambiente escolar para que os discentes tenham mais familiaridade com o manuseio dessas ferramentas, o que exige acesso a equipamentos mais adequados como computadores ou *notebooks*, para que possam auxiliar a docentes e discentes no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos adequados para serem trabalhados com essas ferramentas, como é o caso de matemática financeira, mas que esses softwares devem ser pensados com uma e não como a única alternativa de apoio ao ensino desse conteúdo.

## REFERÊNCIAS

AIETA, A. P.; CABRAL, M. A. P.; VIANNA, C. C. S. REFLEXÕES SOBRE O USO DE PLANILHAS ELETRÔNICAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 7, n. 2, 2016. Disponível em: <<https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/viewFile/5003/pdf>>. Acesso em: 26 dez. 2018.

AMORTIZAR. In: HOUAISS, Antônio. (Org). **Dicionário Houaiss Conciso**. Rio de Janeiro: Moderna, 2011.

*BALESTRI, Rodrigo. Matemática: interação e tecnologia. 2. ed. São Paulo: Leya, 2016.a. v.2.*

\_\_\_\_\_. *Matemática: interação e tecnologia. 2. ed. São Paulo: Leya, 2016.b. v.3.*

BARBIER, René. **A pesquisa-ação**. Brasília/DF: Líber, 2007.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 5 ed. Belo Horizonte, MG: Editora Autêntica, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Avaliação Internacional**, 2015. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=42741>>. Acesso em: 28 set. 2017.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Básica. **ORIENTAÇÕES CURRICULARES PARA O ENSINO MÉDIO: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/SEB, 2006. v.2.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Ensino Médio, Parte III: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/SEB, 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Acesso em: 25 set. 2017.

\_\_\_\_\_. **PNC + Ensino Médio: Orientações Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.** Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em: 25 set. 2017.

\_\_\_\_\_. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Brasil no PISA 2015: Análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes brasileiros.** Disponível em:< [http://download.inep.gov.br/acoes\\_internacionais/pisa/resultados/2015/pisa2015\\_completo\\_final\\_baixa.pdf](http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2015/pisa2015_completo_final_baixa.pdf) >. Acesso em: 02 nov. 2017.

\_\_\_\_\_. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Índice de Desenvolvimento da Educação Básica - Resultados e Metas, 2015.** Disponível em: <http://ideb.inep.gov.br/resultado/>. Acesso em: 28 set. 2017.

CASTELO BRANCO, Anísio Costa. **Matemática Financeira Aplicada: método algébrico, HP-12C, Microsoft Excel.** São Paulo: Cengage Learning, 2012.

CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. **Quadrante matemática.** 1 ed. São Paulo: Edições SM, 2016.a. v.2.

\_\_\_\_\_. CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. **Quadrante matemática.** 1 ed. São Paulo: Edições SM, 2016.b. v.3.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto & aplicações.** 1 ed. São Paulo: Ática, 2011, v.3.

\_\_\_\_\_. **Matemática: contexto & aplicações.** 3 ed. São Paulo: Ática, 2016, v.3.

DUDA, Rodrigo. **MATEMÁTICA FINANCEIRA E PLANILHAS ELETRÔNICAS: UMA ABORDAGEM COM A INCORPORAÇÃO DE RECURSOS COMPUTACIONAIS.** 114 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional –

PROFMAT) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2014. Disponível em: < <http://www.profmtat-sbm.org.br/dissertacoes/> >. Acesso em: 6 abr. 2019.

ECONOMIA. **UOL**, São Paulo, 08 jan. 2019. Disponível em: <<https://economia.uol.com.br/noticias/redacao/2019/01/08/iof-o-que-e.htm>> . Acesso em: 11 mai. 2019.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6.ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GIMENES, Cristiano Marchi. **Matemática financeira com HP 12c e Excel**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.

**Libre Office 2017**. The Document Foundation. Versão 5.4.0.3. Disponível em:< <https://pt-br.libreoffice.org/>>. Acesso em: 24 ago.2017.

LIMA, Rodrigo Affonso. **A Educação financeira no ensino médio através de proposta aplicada a financiamentos imobiliários pelos sistemas SAC e Price**. 82 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: < <http://www.profmtat-sbm.org.br/dissertacoes/> >. Acesso em: 25 de nov. 2017.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 5 ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MORGADO, Augusto César; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto. Matemática Financeira. In: **Matemática Discreta**. Rio de Janeiro: SBM, 2015. P. 85 -105. (Coleção PROFMAT).

MORGADO, Maria José Lenharo. **Formação de professores de Matemática para uso pedagógico de planilhas eletrônicas de cálculo**: análise de um curso à distância via Internet. 2003. 252 f. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos,

2003. Disponível em: <<https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/2381>>. Acesso em: 6 abr. 2019.

MARQUES, Ernande. **MATEMÁTICA FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO: capitalização e amortização com o uso de planilha eletrônica.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2016. Disponível em: < <http://www.profmat-sbm.org.br/dissertacoes/> >. Acesso em: 6 abr. 2019.

NOTA PROMISSÓRIA. In: SANDRONI, Paulo (Org.). **Novíssimo Dicionário de Economia.** São Paulo: Best Seller, 1999. Disponível em: < <http://sinus.org.br/2014/wp-content/uploads/2013/11/FMI.BMNov%C3%ADssimo-Dicion%C3%A1rio-de-Economia.pdf> >. Acesso em: 24 abr. 2019.

PICCOLI, Karin Rose Mussi Botelho; PICCOLI, Rafael Gonzalez Luis. **Manual de Tributos** (Federais, Estaduais e Municipais). 2 ed. [S.I.]: IOB, 2014. Disponível em: <<http://www.iob.com.br/newsletterimages/iobstore/sumarios/2014/jun/LIV21200.pdf>>. Acesso em: 12 abr. 2019.

SAMANEZ, Carlos Patricio. **Matemática Financeira: Aplicações à análise de investimentos.** 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

SANTOS, Eduardo da Silva. **Um Estudo dos Sistemas de Amortizações SAC e Francês no Ensino Médio Apoiado na Construção de Planilhas Eletrônicas.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2013. Disponível em: < <http://www.profmat-sbm.org.br/dissertacoes/> >. Acesso em: 6 abr. 2019.

SANTOS, Nilson de Sousa. **Atividades de Matemática Financeira na Planilha Eletrônica: uma aplicação para alunos do ensino médio.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2014. Disponível em: <<http://www.profmat-sbm.org.br/dissertacoes/>>. Acesso em: 6 abr. 2019.

SEVERINO, Antonio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico.** 24 ed. São Paulo: Cortez, 2016.

TAJRA, Sanmya Feitosa. **Informática na Educação**: novas ferramentas pedagógicas para o professor na atualidade. 8 ed. São Paulo: Érica, 2008.

TANAJURA, Laudelino L. C.; BEZERRA, A. A. C. PESQUISA-AÇÃO SOB A ÓTICA DE RENÉ BARBIER E MICHEL THIOLENT: APROXIMAÇÕES E ESPECIFICIDADES METODOLÓGICAS. **Pesquiseduca**, v. 7, n.13, p. 10-23, jan.-jun. 2015. Disponível em:  
<<http://periodicos.unisantos.br/index.php/pesquiseduca/article/download/408/pdf>>. Acesso em: 08 jun. 2019.

THE DOCUMENT FOUNDATION. **Guia de Introdução LibreOffice 5.0**. Disponível em:<<https://documentation.libreoffice.org/assets/Uploads/Documentation/ptbr/GS50/GS50-IntroducaoLO-5.0-ptbr.pdf>>. Acesso em: 24 ago. 2017.

## APÊNDICE A – QUESTÕES E RESOLUÇÕES USANDO O CALC

Neste apêndice estão respondidas, no LibreOffice Calc, todas as questões de matemática financeira presentes no Questionário aplicado nas três turmas participantes da pesquisa. Procurou-se seguir o não uso de fórmulas prontas presentes no Calc assim como foi trabalhado em sala de aula, uma vez que isso permitiu que o aluno digitasse e percebesse cada passo de sua construção. A não padronização de um modelo de resolução das questões, como exemplo, usar 5% em uma questão com a quantia R\$ 2.000,00, enquanto em outra trabalhar a forma decimal 0,05 e o valor 2000, o mesmo vale para a organização do dados de cada item, foram colocadas de propósito porque estão refletindo as maneiras que foram tratadas em sala de aula, bem como as formas com que os alunos responderam às questões propostas.

Todas as resoluções apresentadas neste apêndice foram feitas pelo autor da pesquisa diretamente no Calc, conforme já mencionado.

Assim, seguem na sequência:

### Questão 1

Uma mercadoria cujo preço é R\$ 4.690,00 está sendo vendida, em uma promoção, com desconto de 14,7%. Por quanto ela está sendo vendida?

Figura 10 – Resolução da Questão 1

	A	B	C
1	Preço (R\$)	4690	
2	Desconto (14,7%)	0,147	
3	Cálculo 1 (=B1*B2)	689,43	
4	Cálculo 2 (=B1 - B3)	4000,57	
5	Resposta (R\$)	4000,57	

O valor 689,43 encontrado na célula B3 é o resultado da operação  $B1*B2$ , conforme está mostrada na célula A3, que só é válida ao colocar antes o sinal de “igual”. Clicando na própria célula B3, vai aparecer a identificação dessa célula na caixa de nome e a fórmula na linha de entrada, conforme a figura 11 abaixo.

Figura 11 – Caixa de nome e barra de fórmulas do Calc



Fonte: The Document Foundation

A resposta **4000,57** apresentada na célula B5, calculada na célula B4, é o resultado da operação  $B1 - B3$ , isto é,  $4690 - 689,43$ , mencionada na célula A4.

Vale lembrar que as operações efetuadas no Calc são exibidas automaticamente na “linha de entrada” ou “barra de fórmulas”, bastando para isso clicar nas células que as contêm (B3 e B4).

Qualquer mudança no valor do preço ou no valor do desconto percentual implica atualização automática da resposta.

## Questão 2

Carlos comprou um terreno por R\$ 12.000,00 e o vendeu por R\$18.870,00. Qual foi a taxa de lucro que Carlos obteve em relação ao valor de compra do terreno?

- a) 39,12%                      b) 43,25%                      c) 47,52%                      d) 50,31%                      e) 57,25%

Figura 12 – Resolução da Questão 2

	A	B	C
1	Preço de compra (PC)	R\$ 12.000,00	
2	Preço de venda (PV)	R\$ 18.870,00	
3	Lucro L = PV – PC	R\$ 6.870,00	
4	Taxa de lucro (L/PC)	57,25%	
5	Resposta	e	

O cálculo do lucro (em reais), conforme indicado na célula A3, é dado pela diferença entre o preço de venda e o preço de compra, o qual é efetuado no Calc

digitando apenas o que está entre aspas a seguir: “= B2-B1”. Para o cálculo da taxa percentual do lucro, basta dividir o lucro pelo preço de venda (L/PC), isto é, fazer B3/B1. O valor em reais presente em cada uma das células B1, B2 e B3, foi obtido da seguinte maneira:

1º) selecionar a célula, 2º) clicar com o *mouse* direito e em formatar célula, 3º) selecionar Moeda em Categoria e, finalmente, clicar em *Ok*. Uma forma direta de se obter o valor em moeda, após selecionar a célula, é digitar as teclas “*ctrl + shift+ 4*” ou clicando no símbolo correspondente na barra de ferramentas, como indicado na figura 13 seguinte:

Figura 13 – Símbolo para formatar como moeda no Calc



Fonte: The Document Foundation

Com relação a inserção do símbolo “%” na célula B4, basta seguir os passos anteriores e selecionar Porcentagem em Categoria ou clicar diretamente nesse símbolo presente na barra de ferramentas.

### Questão 3 (ENEM-MEC, 2012)

Um laboratório realiza exames em que é possível observar a taxa de glicose de uma pessoa. Os resultados são analisados de acordo com o quadro a seguir.

Hipoglicemia	Taxa de glicose menor ou igual a 70 mg/dL
Normal	Taxa de glicose maior que 70 mg/dL e menor ou igual a 100 mg/dL
Pré-diabetes	Taxa de glicose maior que 100 mg/dL e menor ou igual a 125 mg/dL
Diabetes Melito	Taxa de glicose maior que 125 mg/dL e menor ou igual a 250 mg/dL
Hiperglicemia	Taxa de glicose maior que 250 mg/dL

Um paciente fez um exame de glicose nesse laboratório e comprovou que estava com hiperglicemia. Sua taxa de glicose era de 300 mg/dL. Seu médico prescreveu um tratamento em duas etapas. Na primeira etapa ele conseguiu reduzir sua taxa em 30% e na segunda etapa em 10%.

Ao calcular sua taxa de glicose após as duas reduções, o paciente verificou que estava na categoria de

- a) hipoglicemia
- b) normal
- c) pré-diabetes
- d) diabetes melito
- e) hiperglicemia

Figura 14 – Primeiro modo de resolução da Questão 3

	A	B
1	Taxa de Glicose inicial (mg/dL)	300
2	Redução percentual da taxa na primeira etapa	30%
3	Redução da taxa na primeira etapa (mg/dL)	90
4	Taxa de Glicose após a primeira etapa (mg/dL)	210
5	Redução percentual da taxa na segunda etapa	10%
6	Redução da taxa na segunda etapa (mg/dL)	21
7	Taxa de Glicose após a segunda etapa (mg/dL)	189
8	Resposta	d

Esse primeiro modo de resolução dessa questão foi feito em etapas como segue:

- 1ª) 30% de 300, isto é,  $B1 * B2$ , cujo resultado é igual a 90;
- 2ª)  $300 - 90$ , ou seja,  $B1 - B3$ , que dá 210;
- 3ª) 10% de 210, isto é,  $B4 * B5$ , cujo resultado é igual a 21;
- 4ª)  $210 - 21$ , isto é,  $B4 - B6$ , que dá 189.

Figura 15 – Segundo modo de Resolução da Questão 3

	A	B
1	Taxa de Glicose inicial (mg/dL)	300
2	Percentual restante da taxa de glicose após a primeira etapa	70%
3	Percentual restante da taxa de glicose após a segunda etapa	90%
4	Taxa de Glicose após as duas etapas (mg/dL)	189
5	Resposta	d

Esse segundo modo de resolução está mais resumido em relação ao primeiro, como segue:

1ª)  $100\% - 30\% = 70\%$ ;

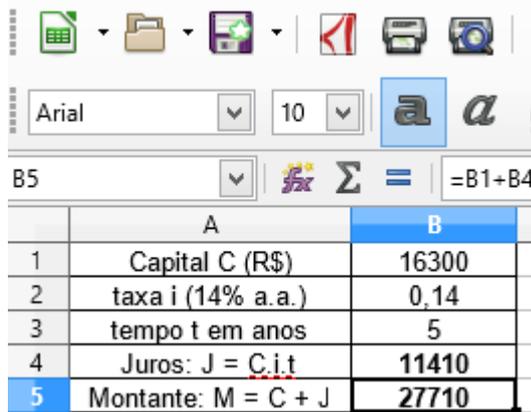
2ª)  $100\% - 10\% = 90\%$ ;

3ª) 70% de 90% de 300, ou de forma equivalente, efetuar  $B1*B2*B3$  que dá 189.

#### Questão 4

Uma aplicação de R\$ 16.300,00 é feita a juros simples de 14 % a.a. Qual será o rendimento (juros) e qual será o montante dessa aplicação após 5 anos?

Figura 16 – Resolução da Questão 4



The screenshot shows a spreadsheet with the following data:

	A	B
1	Capital C (R\$)	16300
2	taxa i (14% a.a.)	0,14
3	tempo t em anos	5
4	Juros: $J = C.i.t$	11410
5	Montante: $M = C + J$	27710

The formula bar shows the formula for cell B5:  $=B1+B4$ .

A fórmula para o cálculo do rendimento (juros) dessa aplicação é mostrada da maneira tradicional na célula A4, mas na planilha, a maneira correspondente e válida é a seguinte:  $=B1*B2*B3$  que resulta em **11410**, ou seja, R\$ 11.410,00 como resposta. Já para o cálculo do montante, que é a soma do capital com os juros, bastou digitar na célula B5 a fórmula  $= B1+ B4$ , isto é,  $16300 + 11410$ , que dá o montante (em reais) de **27710**.

#### Questão 5

Quanto receberá de juros, ao final de 7,5 anos, uma pessoa que investiu, a juros compostos, a quantia de R\$ 27.600,62, à taxa de 8% ao bimestre? Qual seria a resposta se a taxa fosse de 5% ao bimestre?

Figura 17 – Resolução da Questão 5

	A	B
1	Capital	R\$ 27.600,62
2	taxa ao bimestre	8%
3	tempo em anos	7,5
4	tempo em bimestres	45
5	$M = C \cdot (1 + i)^t$	R\$ 881.024,19
6	J = M - C, com taxa de 8% ao bimestre	R\$ 853.423,57
7	J = M - C, com taxa de 5% ao bimestre	R\$ 220.391,17

Nessa questão, a taxa foi dada ao bimestre e o número de períodos, em anos. Como não se pode trabalhar ao mesmo tempo com unidades de tempo diferentes, o mais conveniente é transformar 7,5 anos em bimestres para combinar com o tempo da taxa. Para isso, basta multiplicar 7,5 por 12, já que um ano tem 12 meses, e o resultado, dividir por 2, uma vez que um bimestre é igual a 2 meses.

O cálculo dos juros para cada taxa especificada é feito, como se conhece no regime de juros compostos, após o cálculo do montante. Assim, a fórmula mostrada na célula A5 é válida no Calc e escrita na célula B5, conforme aparece na linha de entrada, isto é,  $=B1*(1+B2)^B4$ . Nessa fórmula, o símbolo “^” é usado para elevar determinado valor a um certo expoente. Após o cálculo dos juros (= B5 - B1) relacionado com a taxa de 8% ao bimestre cujo resultado é o exibido na célula B6, isto é, R\$ 853.423,57, não houve necessidade de digitar muitas informações para se chegar ao valor R\$ 220.391,17, correspondente à taxa de 5% ao bimestre; fez-se apenas a troca de 8% por 5% e, automaticamente, o resultado é calculado e anotado, já que a fórmula guardou apenas o endereço da célula e não um valor específico.

### Questão 6 (Adaptada de Dante, 2010)

Em qual situação a aplicação de R\$ 6.000,00 terá maior rendimento e de quanto a mais:

- No sistema de juros simples, à taxa de 3% ao mês, durante 2 meses?
- No sistema de juros compostos, à taxa de 2% ao mês, durante 3 meses?

Figura 18 – Resolução da Questão 6

	A	B	C	D
1	Situação 1		Situação 2	
2	Capital	R\$ 6.000,00	Capital	R\$ 6.000,00
3	taxa (3% a.m.)	0,03	taxa (2% a.m.)	0,02
4	tempo em meses	2	tempo em meses	3
5	Juros: $J = C \cdot i \cdot t$	R\$ 360,00	$M = C \cdot (1 + i)^t$	R\$ 6.367,25
6			$J = M - C$	R\$ 367,25
7	Juros de S2 – Juros de S1			R\$ 7,25

Nota-se, portanto, de acordo com os dados e resultados apresentados na figura 18, que a aplicação de R\$ 6.000,00 apresenta maior rendimento na Situação 2 que tem como base o sistema de juros compostos, cujo rendimento é de R\$ 7,25 a mais do que na Situação 1.

### Questão 7

Uma loja vende um smartphone por R\$819,02 cujo pagamento é feito com cheque pré-datado para 2 meses. Se a loja está cobrando uma taxa de juros de 4,5% a.m. no crediário, qual é o preço à vista do aparelho?

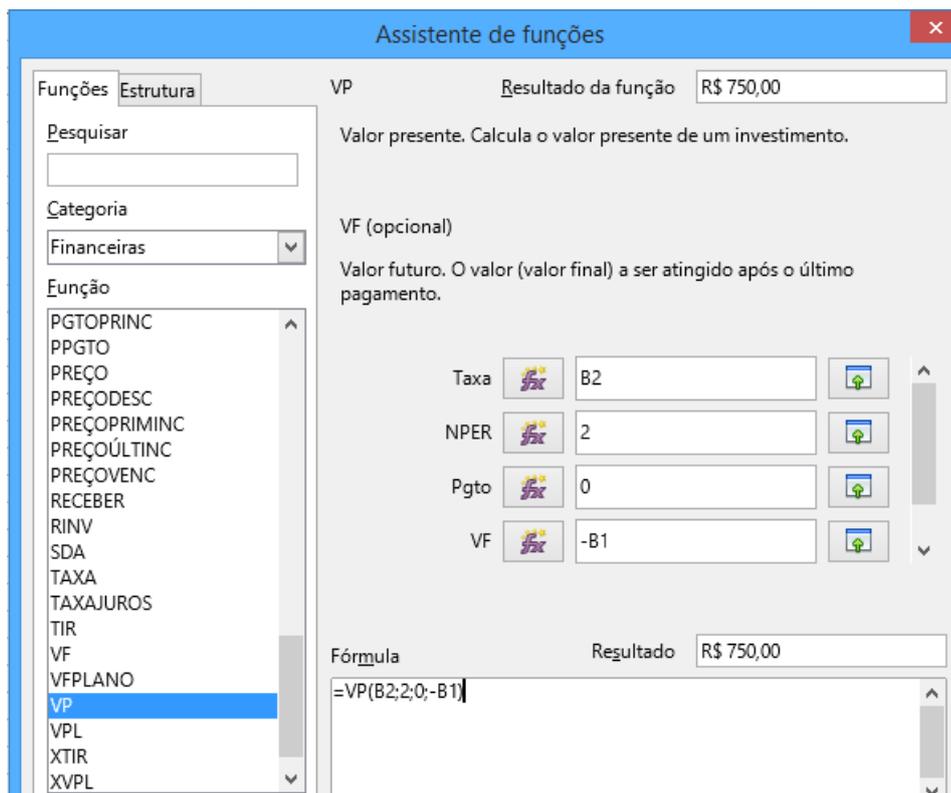
Figura 19 – Resolução da Questão 7

	A	B
1	Valor futuro (VF)	R\$ 819,02
2	taxa mensal	4,5%
3	tempo em meses	2
4	Valor presente (VP): $VP = VF / (1+i)^t$	R\$ 750,00

O valor futuro é a dívida e o valor presente é o preço à vista (R\$ 750,00), que é a resposta da questão, considerado na data zero. A fórmula mostrada na célula A4 cuja equivalência no Calc, célula B4, é  $=B1/(1+B2)^{B3}$  tem origem na conhecida e já comentada fórmula do montante  $M = C.(1 + i)^t$  no sistema de juros compostos, fazendo-se apenas a troca da letra “M” por VF, o capital C por VP e, em seguida, isolando-se VP.

**Observação:** Caso fosse usado o assistente de funções do Calc, essa questão poderia ser resolvida conforme mostra a figura seguinte:

Figura 20 – Resolução da Questão 7 usando o Assistente de Funções do Calc



Nesse caso, foram seguidas a seguintes etapas:

- 1ª) Selecionar o Assistente de Funções “fx”;
- 2ª) Clicar em categoria e selecionar “Financeiras”; depois, VP;

3ª) Preencher os campos destinados a Taxa, NPER (número de períodos) e VF (valor futuro), este último negativo devido ao fluxo de caixa<sup>13</sup>. No campo Resultado vai aparecer R\$ 750,00.

### Questão 8

O preço de um *notebook* à vista vale R\$ 1.020,00. Outra forma de pagamento para o cliente é a seguinte: zero de entrada e mais 2 parcelas iguais de R\$ 525,00 cada uma (0 + 2), com vencimentos em 30 e 60 dias após a compra. Calcule a taxa mensal de juros cobrada pela loja nesse plano de pagamento.

Figura 21 – Resolução da Questão 8

	A	B
1	VP (R\$)	1020
2	Entrada	0
3	Número de parcelas	2
4	Valor de cada parcela (R\$)	525
5	$1020 = 525/(1+i) + 525/(1+i)^2$	
6	$1020.(1+i)^2 = 525.(1+i) + 525$	
7	$1020x^2 - 525x - 525 = 0$ , para $x = 1+ i$	
8	$204x^2 - 105x - 105 = 0$	
9	$\Delta = (-105)^2 - 4.204.(-105)$	96705
10	$x = (-(-105) + \sqrt{96705}) / (2. 204)$	1,019545
11	taxa $i$ ( $i = 1,019545 - 1$ )	1,9545%

Para facilitar os cálculos, foi feita a troca de  $1+ i$  por  $x$ , conforme apresentado na célula A7 que contém uma equação do 2º grau. Daí, simplificou-se essa equação, fazendo-se a divisão de seus termos por 5, cujo resultado é exibido em A8. Em seguida, foi calculado o valor do discriminante  $\Delta$ , digitando-se  $= (-105)^2 - 4*204*(-105)$ , o que resultou no valor 96 705. Na sequência, para achar a única raiz positiva

<sup>13</sup> De acordo com Gimenes (2006, p. 22), “a compreensão de uma situação que envolve valor presente, tempo e taxa de juros pode ser representada em forma de diagrama. Tal diagrama é chamado fluxo de caixa e é composto por linha de tempo, valores de entrada e valores de saída.” Usa-se uma reta na qual os pagamentos (saídas) são representados com seta para baixo e tem sinal negativo, e os recebimentos (entradas), com seta para cima e têm sinal positivo. De forma resumida, os pagamentos (VF) e recebimentos (VP) devem ser considerados com sinais opostos. Por outro lado, como não há nesse exemplo uma série de pagamentos, o valor de P<sub>gto</sub> é igual a zero.

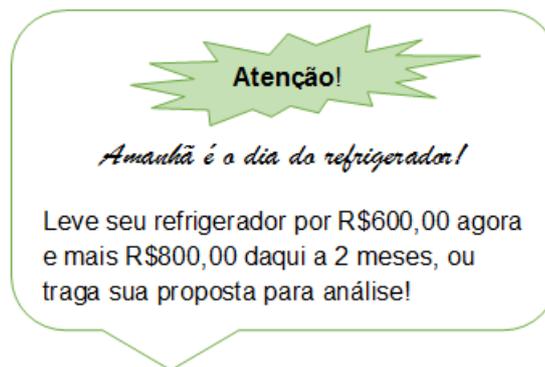
em B10, ou seja, **1,019545**, relacionada à taxa cobrada de **1,9545%**, que é a resposta buscada e mostrada em B11, realizou-se a operação  $= (105 + 96705^{0,5})/(2*204)$  com valor expresso na forma de porcentagem.

Como observação, para facilitar a resolução dessa questão no Calc, pode-se fazer um rascunho de seu início em folha de papel e, em seguida, passar e concluir nessa planilha.

### Questão 9 (Adaptada de Leonardo, 2013)

Observe o anúncio de uma loja em um comercial de televisão:

Figura 22 – Anúncio fictício de uma propaganda de refrigerador



Um consumidor, que ouviu a propaganda, foi até a loja e propôs pagar R\$ 600,00 de entrada e mais 2 prestações mensais de mesmo valor. Sabendo que a loja opera com taxa de juros de 4% ao mês, no sistema de juros compostos, qual deve ser o valor de cada prestação para que os dois planos sejam equivalentes?

Figura 23 – Resolução da Questão 9

	A	B	C	D
1	Plano 1		Plano 2	
2	Entrada (R\$)	600	Entrada (R\$)	600
3	Número de parcelas	1	Número de parcelas	2
4	Valor da parcela (R\$)	800	Valor de cada parcela	x
5	Taxa (4% a.m.)	0,04	Taxa (4% a.m.)	0,04
6	$600 + 800/(1+0,04)^2 = 600 + x/(1+0,04)^1 + x/(1+0,04)^2$			
7	$800/(1,04)^2 = x/(1,04)^1 + x/(1,04)^2$			
8	$800 = (1,04)x + x$			
9	$2,04x = 800$			
10	x =		392,16	
11	Resposta		R\$ 392,16	

Assim como foi colocado na questão 8, pode-se fazer também um rascunho do início da resolução dessa questão 9 e, depois, passar e concluir nessa planilha.

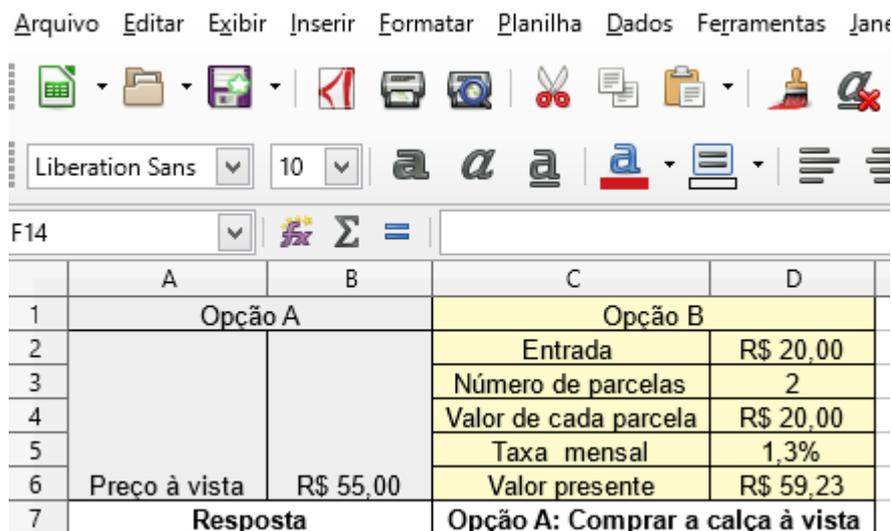
Foram preenchidos os dados iniciais de cada proposta; depois, a equação que torna equivalente os dois planos, bem como as formas equivalentes dessa primeira equação; por fim, foi encontrada a resposta aproximada (com duas casas decimais) igual a **R\$ 392,16**, correspondente à divisão de 800 por 2,04.

### Questão 10 (DANTE, 2010)

Qual é a melhor opção para Carina, considerando que ela consiga juros de 1,3% a.m. no banco:

- a) comprar uma calça à vista por R\$ 55,00 ou
- b) comprar a mesma calça em três vezes iguais de R\$ 20,00, com entrada (1 + 2)?

Figura 24 – Resolução da Questão 10



	A	B	C	D
1	Opção A		Opção B	
2			Entrada	R\$ 20,00
3			Número de parcelas	2
4			Valor de cada parcela	R\$ 20,00
5			Taxa mensal	1,3%
6	Preço à vista	R\$ 55,00	Valor presente	R\$ 59,23
7	<b>Resposta</b>		<b>Opção A: Comprar a calça à vista</b>	

Para que as duas opções sejam comparadas é necessário determinar o conjunto de pagamentos da opção B na mesma época. Considera-se a data zero, ou seja, a data atual, na qual calcula-se o valor presente, pois a opção A já exibe o preço à vista. Daí, o valor presente em B, célula D6, é calculado de acordo com a seguinte fórmula:  $=D2+D4/(1+D5)+D4/(1+D5)^D3$ . Como foi obtido R\$59,23 para o valor presente, que é maior do que R\$ 55,00, conclui-se que a melhor escolha para Carina é a opção A, ou seja, comprar a calça à vista.

### Questão 11

Analise o anúncio da figura a seguir e construa, com base nas informações que ela apresenta, uma planilha de amortização do sistema Price.

Figura 25 – Ilustração de uma promoção fictícia de *smartphone*

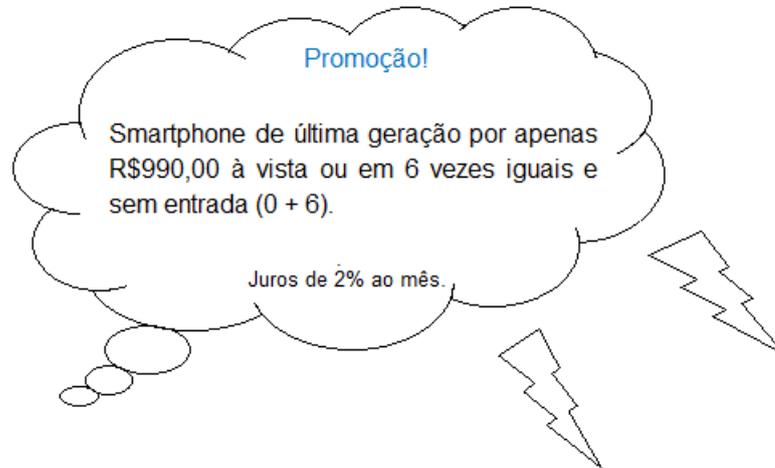


Figura 26 – Resolução da questão 11

	A	B	C	D	E
1	<b>Sistema Price</b>				
2	Produto	<u>Smartphone</u>			
3	C	990,00			
4	i = (2% a.m.)	2,00%			
5	n = nº de prestações	6			
6	$P = C \cdot i / (1 - (1+i)^{-n})$	176,74			
7					
8	<b>n</b>	<b>J (R\$)</b>	<b>A (R\$)</b>	<b>P (R\$)</b>	<b>SD (R\$)</b>
9		<b>(Juros)</b>	<b>(Amortização do saldo devedor)</b>	<b>pagamento P = J + A</b>	<b>(Saldo devedor)</b>
10	0				990,00
11	1	19,80	156,94	176,74	833,06
12	2	16,66	160,08	176,74	672,98
13	3	13,46	163,28	176,74	509,70
14	4	10,19	166,55	176,74	343,15
15	5	6,86	169,88	176,74	173,28
16	6	3,47	173,28	176,74	0,00
17	<b>Total (R\$)</b>	<b>70,44</b>	<b>990,00</b>	<b>1.060,44</b>	

Esta é a planilha demonstrativa do Sistema Price cujas explicações estão na sequência.

O cálculo dos pagamentos em parcelas iguais, cuja fórmula está mostrada na célula A6 e efetuada na célula B6, digitando-se  $=B3 \cdot B4 / (1 - (1 + B4)^{-B5})$ , resultou em **R\$ 176,74**, que é a soma dos juros mais amortização. Cada valor dos juros mostrado na coluna B corresponde a 2% do saldo devedor, do período anterior, mostrado na

coluna E. Como exemplos, R\$ 19,80 corresponde a 2% de R\$990,00 ( $=E10*B4$ ) e R\$16,66 equivale a 2% de R\$833,06 ( $=E11*B4$ ). O cálculo de cada amortizado é realizado através da subtração entre o pagamento e os juros correspondentes. Considerando o primeiro pagamento, tem-se que a amortização de R\$156,94 é a diferença entre R\$ 176,74 e R\$19,80 ( $=D11-B11$ ). Para o cálculo do saldo devedor, basta efetuar a diferença entre o saldo anterior e a amortização. Considerando o quarto pagamento, por exemplo, o saldo devedor de R\$ 343,15 é o resultado da subtração entre R\$509,70 e R\$166,55 ( $=E13- C14$ ).

Percebe-se que o valor da amortização incluída no último pagamento, isto é, R\$173,28, é igual ao valor do saldo devedor, o que significa zerar a dívida após esse pagamento.

Na última linha é mostrado o total de juros pagos (R\$ 70,44), o total das amortizações (R\$ 990,00) é o total dos pagamentos (R\$ 1 060,44), sendo este último a soma dos dois primeiros. Cada um desses totais é facilmente encontrado fazendo-se o somatório dos valores presentes em cada coluna desejada. Assim, para encontrar o total de juros, basta digitar na célula B17 o seguinte: **=SOMA(B11:B16)** e clicar em “**Enter**” que vai aparecer 70,44. De forma semelhante, encontra-se os outros valores.

Vale ressaltar que da forma como foi construído essa planilha de amortização do Sistema Price no Calc, qualquer alteração feita no preço, na taxa ou no número de prestações, a planilha é atualizada automaticamente. Um ponto a ser considerado é quanto a mudança do número de prestações, uma vez que se for mudado para um valor menor do que seis ou maior do que seis é necessário fazer ajustes, incluindo o número de linhas da planilha.

### **Questão 12** (Adaptada de Balestri, 2016)

Uma pessoa tomou um empréstimo de R\$ 6.000,00 a uma financeira para pagar em 12 parcelas com juros de 3,5% a.m.

- a) Supondo que o empréstimo seja amortizado segundo o sistema Price, determine o valor de cada parcela e o valor dos juros da 7ª parcela.
- b) Se esse empréstimo fosse amortizado segundo o sistema SAC, qual seria o valor da amortização do saldo devedor e qual seria o valor da 9ª parcela?

Figura 27 – Resolução da Questão 12 a)

	A	B	C	D	E
1	<b>Sistema Price</b>				
2					
3	Empréstimo C (R\$)	6.000,00			
4	i = 3,5 % a.m.	3,5%			
5	n = nº de prestações	12			
6	$P = C.i/(1-(1+i)^{-n})$	620,90			
7					
8	<b>n</b>	<b>J (R\$)</b>	<b>A (R\$)</b>	<b>P (R\$)</b>	<b>SD (R\$)</b>
9		(Juros)	(Amortização do saldo devedor)	(Pagamento P = J + A)	(Saldo devedor)
10	0				6000,00
11	1	210,00	410,90	620,90	5589,10
12	2	195,62	425,29	620,90	5163,81
13	3	180,73	440,17	620,90	4723,64
14	4	165,33	455,58	620,90	4268,06
15	5	149,38	471,52	620,90	3796,54
16	6	132,88	488,02	620,90	3308,52
17	7	115,80	505,11	620,90	2803,41
18	8	98,12	522,78	620,90	2280,63
19	9	79,82	541,08	620,90	1739,55
20	10	60,88	560,02	620,90	1179,53
21	11	41,28	579,62	620,90	599,91
22	12	21,00	599,91	620,90	0,00
23	<b>Total (R\$)</b>	<b>1450,84</b>	<b>6.000,00</b>	<b>7.450,84</b>	

A construção deste quadro no Calc é semelhante ao quadro da 11ª questão. Se forem digitados o valor do empréstimo, a taxa de juros e o número de parcelas na planilha dessa questão, as informações serão a mesma, até a 6ª linha, pois a 7ª e última linha só contêm dados referentes aos valores totais de algumas colunas. A diferença é que foram acrescentadas mais 6 linhas com as devidas operações das linhas anteriores para atender ao que se pede nessa questão.

Atendendo ao que foi pedido, o valor de **R\$ 620,90** correspondente a cada parcela que foi calculado digitando-se, da mesma maneira que na questão anterior, a fórmula  $=B3*B4/(1-(1+B4)^{-B5})$ . Já o valor dos juros da 7ª parcela, isto é, **R\$ 115,80**, foi obtido ao digitar  $=E16* B4$ .

Figura 28 – Resolução da Questão 12 b)

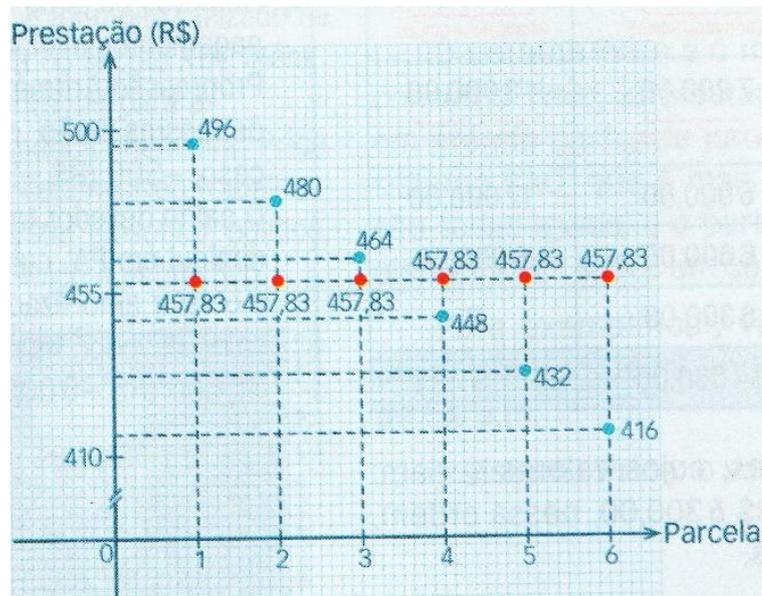
	A	B	C	D	E
1	Sistema SAC				
2					
3	C	6.000,00			
4	$i = (3,5\% \text{ a.m.})$	3,5%			
5	$n = \text{n}^\circ \text{ de prestações}$	12			
6	$A = C/n$	500,00			
7					
8	n	J (R\$)	A (R\$)	P (R\$)	SD (R\$)
9		(Juros)	(Amortização do saldo devedor)	(Pagamento $P = J + A$ )	(Saldo devedor)
10	0				6000,00
11	1	210,00	500,00	710,00	5500,00
12	2	192,50	500,00	692,50	5000,00
13	3	175,00	500,00	675,00	4500,00
14	4	157,50	500,00	657,50	4000,00
15	5	140,00	500,00	640,00	3500,00
16	6	122,50	500,00	622,50	3000,00
17	7	105,00	500,00	605,00	2500,00
18	8	87,50	500,00	587,50	2000,00
19	9	70,00	500,00	570,00	1500,00
20	10	52,50	500,00	552,50	1000,00
21	11	35,00	500,00	535,00	500,00
22	12	17,50	500,00	517,50	0,00
23	Total (R\$)	1365,00	6000,00	7365,00	

Nesse sistema, conforme o próprio nome já menciona, a amortização é constante. Para o cálculo do valor da amortização, basta dividir o valor do empréstimo pelo número de prestações, cuja fórmula é apresentada na célula A6, porém a maneira válida no Calc, digitada na célula B6, é  $=B3/B5$ , que dá como resposta para a amortização do saldo devedor o valor **R\$ 500,00**. Com relação aos juros, calcula-se 3,5 % do saldo devedor. Por exemplo, 3,5% de R\$ 2000,00 ( $=E18*B4$ ) que dá R\$70,00, corresponde aos juros da 9ª parcela. O valor de cada parcela é igual à soma dos juros com a amortização. Assim, a 9ª parcela é igual a **R\$570,00** (R\$ 70 + R\$500), resultado encontrado na planilha ao digitar a fórmula  $=B19+C19$ .

### Questão 13 (BALESTRI, 2016)

O gráfico mostra os valores das prestações referentes a um empréstimo cuja amortização pode ser por meio do sistema Price ou do sistema SAC, ambos com taxa de juros de 4% a.m.

Gráfico 4 – Prestações no Sistema Price e no Sistema SAC



Fonte: Extraído de Balestri (2016)

- As indicações em vermelho correspondem a qual sistema de amortização? E as indicações em azul?
- Qual é o valor dos juros, em reais, a ser pago, se for escolhido o sistema Price? E se for o sistema SAC?
- Qual é o valor do empréstimo em questão?

Figura 29 – Resolução da Questão 13 a)

As indicações em vermelho correspondem ao Sistema Price, uma vez que representam parcelas associadas ao mesmo valor de R\$ 457,83. Já as indicações em azul correspondem ao SAC, pois as parcelas estão associadas a valores decrescentes.

Figura 30 – Resolução da Questão 13 b) – parte 1 e 13 c)

	A	B	C	D	E
1	<b>Sistema Price</b>				
2					
3	$C = P * (1 - (1+i)^{-n}) / i$	2.400,01			
4	$i = (4\% \text{ a.m.})$	4%			
5	$n = n^{\circ} \text{ de prestações}$	6			
6	$P = C * i / (1 - (1+i)^{-n})$	457,83			
7					
8					
9	<b>n</b>	<b>J (R\$)</b>	<b>A (R\$)</b>	<b>P (R\$)</b>	<b>SD (R\$)</b>
10		(Juros)	(Amortização do saldo devedor)	(Pagamento $P = J + A$ )	(Saldo devedor)
11	0				2.400,01
12	1	96,00	361,83	457,83	2.038,18
13	2	81,53	376,30	457,83	1.661,87
14	3	66,47	391,36	457,83	1.270,52
15	4	50,82	407,01	457,83	863,51
16	5	34,54	423,29	457,83	440,22
17	6	17,61	440,22	457,83	0,00
18	<b>Total (R\$)</b>	<b>346,97</b>	<b>2.400,01</b>	<b>2.746,98</b>	

A questão não forneceu o valor do empréstimo. Para descobrir o valor em questão, após preenchidos os valores da taxa, do número de prestações e do valor da prestação, basta isolar C da fórmula presente na célula A6, cujo resultado é mostrado na célula A3, mas que é válida digitando a fórmula **=457,83\*(1-(1+B4)^-B5)/B4**, que dá **R\$ 2.400,00**, que é o valor do empréstimo em questão. Observando os valores calculados no Calc para o sistema Price, nota-se que o total de juros é igual a **R\$ 346,97**.

Figura 31 – Resolução da Questão 13 b) – parte 2

	A	B	C	D	E
1	<b>Sistema SAC</b>				
2					
3	<b>C</b>	<b>2.400,00</b>			
4	<b>i = (4% a.m.)</b>	<b>4,0%</b>			
5	<b>n = nº de prestações</b>	<b>6</b>			
6	<b>A = C/n</b>	<b>400,00</b>			
7					
8	<b>n</b>	<b>J (R\$)</b>	<b>A (R\$)</b>	<b>P (R\$)</b>	<b>SD (R\$)</b>
9		(Juros)	(Amortização do saldo devedor)	(Pagamento P = J + A)	(Juros)
10	<b>0</b>				<b>2400,00</b>
11	<b>1</b>	<b>96,00</b>	<b>400,00</b>	<b>496,00</b>	<b>2000,00</b>
12	<b>2</b>	<b>80,00</b>	<b>400,00</b>	<b>480,00</b>	<b>1600,00</b>
13	<b>3</b>	<b>64,00</b>	<b>400,00</b>	<b>464,00</b>	<b>1200,00</b>
14	<b>4</b>	<b>48,00</b>	<b>400,00</b>	<b>448,00</b>	<b>800,00</b>
15	<b>5</b>	<b>32,00</b>	<b>400,00</b>	<b>432,00</b>	<b>400,00</b>
16	<b>6</b>	<b>16,00</b>	<b>400,00</b>	<b>416,00</b>	<b>0,00</b>
17	<b>Total (R\$)</b>	<b>336,00</b>	<b>2400,00</b>	<b>2736,00</b>	

Observando a figura, nota-se que o total de juros pagos é igual a R\$336,00.

## APÊNDICE B – SEQUÊNCIA DIDÁTICA

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO – UNIVASF

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

ÁREA DE CONHECIMENTO: Matemática e suas Tecnologias

COMPONENTE CURRICULAR: Matemática

TURMA: \_\_\_\_\_

PÚBLICO-ALVO: 3ª SÉRIE – Ensino Médio

TURNO: \_\_\_\_\_

DATA: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_\_\_

### Sequência didática

**Tema:** Planilhas eletrônicas e matemática financeira com ênfase nos sistemas de amortização Price e SAC

**Objetivo Geral:** Analisar o processo de ensino e aprendizagem de matemática financeira, especialmente com relação aos sistemas de amortização Price e SAC, utilizando como planilhas eletrônicas ferramenta de auxílio, especialmente o LibreOffice Calc

### Objetivos específicos:

- Inserir os sistemas de amortização Price e SAC nas turmas de 3ª série do Ensino Médio;
- Utilizar o Calc para montar fórmulas e resolver problemas e situações-problemas relacionados, entre outros, a porcentagens, juros simples, juros compostos, equivalência de capitais e às diversas etapas de cálculos (prestação, juros, amortização, pagamento e saldo devedor) que compõem cada sistema de amortização;
- Despertar nos discentes o dinamismo natural presente nas planilhas eletrônicas no sentido da interação entre software e usuário;

- Verificar o dinamismo provocado pelas planilhas eletrônicas durante a realização de atividades em grupos no sentido da cooperação, discussão e participação dos discentes envolvidos.

### **Conteúdos**

- Operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão);
- Potenciação;
- Progressão aritmética;
- Progressão geométrica;
- Porcentagem;
- Aumentos e descontos sucessivos;
- Lucro e prejuízo;
- Juros simples;
- Juros compostos;
- Equivalência de capitais;
- Sistemas de amortização: Price e SAC.

**Tempo estimado:** 14 aulas de 45 min cada uma

### **Recursos Necessários**

- Notebook com a planilha Libre Office Calc instalada
- Data show
- Quadro Branco
- Marcador para quadro branco
- Apagador para quadro branco
- Internet

As atividades relacionadas com a pesquisa serão feitas separadamente em cada uma das três turmas participantes. Em sala de aula, serão realizadas as seguintes etapas<sup>14</sup>:

---

<sup>14</sup> Cada etapa pode sofrer alterações de acordo com as necessidades de recursos disponíveis, das discussões que surgirem, das reflexões acerca das ações e dos resultados obtidos, enfim, o percurso da pesquisa não é estático.

### **1ª) Diagnóstico das turmas sobre o conhecimento de planilhas eletrônicas e disponibilidade de recursos**

Essa etapa terá duração de 1 aula.

Inicialmente, antes mesmo do diagnóstico em si, será discutida com a turma sobre a pesquisa. Nesse contexto, todos os alunos serão convidados a participarem desse trabalho e que isso envolverá as chamadas planilhas eletrônicas e matemática financeira. Falar que elas serão usadas para revisar o assunto de matemática financeira até o momento já passado, bem como usar para fazer a inserção dos chamados sistemas de amortização. Em seguida, terá início um levantamento diagnóstico cujo objetivo vai ser verificar o conhecimento de cada aluno sobre planilhas eletrônicas, e se já têm alguma planilha instalada em algum celular. Como o Colégio não dispõe de laboratório de informática, será perguntado também qual aluno possui notebook, pois essa ferramenta será muito importante durante a pesquisa em sala de aula.

Em seguida, o pesquisador comentará superficialmente sobre o LibreOffice Calc que é assunto do próximo encontro. Dirá também que a pesquisa visa mais o coletivo do que o individual e que haverá formação de grupos para a realização das atividades.

### **2ª) Recursos básicos e funcionamento da planilha eletrônica Calc**

Nessa etapa, durante quatro aulas de Matemática, na forma de Oficina, serão trabalhados e com orientações através de Data Show, os seguintes pontos:

- Exibição da tela principal dessa planilha;
- Instalação do LibreOffice Calc em notebooks, acessando o site: <<https://pt-br.libreoffice.org/>>;
- Alguns recursos e funcionamento do LibreOffice Calc, a saber: digitação de dados, fórmulas, o reconhecimento (ou revisão) de algumas operações da matemática, principalmente multiplicação (\*), divisão (/) e potenciação (^), já que o símbolo que representa cada operação não é o usual;

- Construção de tabelas e gráficos;
- Como salvar o arquivo criado.

### **3ª) Revisão de conteúdo**

Essa etapa terá duração de duas aulas.

A utilização de planilhas eletrônicas em sala de aula vai ser feita, intencionalmente, após passada a primeira parte de matemática financeira (porcentagem, aumentos e descontos sucessivos, lucro e prejuízo, juros simples e juros compostos, equivalência de capitais, entre outros). O objetivo nesse caso é utilizar a planilha para revisar e reforçar o conteúdo já trabalhado, observando o dinamismo que seu uso provoca nas aulas, bem como observar as discussões sobre dúvidas, erros e acertos dos discentes.

A turma vai ser dividida em pequenos grupos de três alunos, podendo em alguns casos, a formação de duplas, mas vai depender do número disponível de notebooks. Dentro de cada grupo, será eleito pelos seus componentes, um representante, para que possa auxiliar o pesquisador com informações do grupo sobre o uso do Calc.

Continuando, sobre a planilha eletrônica e com dados inicialmente fornecidos pelo professor, como forma de acompanhamento, vai ser pedido para cada grupo calcular percentuais de quantias, efetuar cálculos envolvendo aumentos e descontos sucessivos, montar e manipular as fórmulas de juros simples e de juros compostos, dentre outros. Nesse cenário, vai ser solicitado que se deve ter cuidado de digitar os dados em algumas células da planilha e as fórmulas, em outras, para que seja percebida por todos a atualização simultânea dos resultados ao serem feitas alterações de valores nas células. Em seguida, e finalizando essa etapa, cada grupo ficará livre para fazer mudanças nos valores digitados nas células e observar a atualização automática das respostas.

### **4ª) Inserção dos sistemas de amortização Price e SAC**

Essa etapa terá duração de três aulas.

O que se considerou aqui como segunda parte de matemática financeira diz respeito aos sistemas de amortização Price e SAC, já que são pouco explorados a nível de ensino médio e por serem um dos destaques nesse trabalho. Inicialmente, serão mostrados em Data Show uma planilha já preenchida parcialmente com um exemplo sobre o sistema Price para um total de cinco pagamentos, exibindo os dados dos dois primeiros pagamentos, conforme mostra o Quadro 18.

Quadro 18 – Planilha de amortização no sistema Price, parcialmente preenchida

	A	B	C	D	E
1	Empréstimo C (R\$)	1.000,00			
2	$i = 3,0 \% \text{ a.m.}$	3,0%			
3	$n = n^\circ \text{ de prestações}$	5			
4	$P = C.i/(1-(1+i)^{-n})$	218,35			
5	<b>n</b>	<b>J (R\$)</b> (Juros)	<b>A (R\$)</b> (Amortização do saldo devedor)	<b>P (R\$)</b> (Pagamento $P = J + A$ )	<b>SD (R\$)</b> (Saldo devedor)
6	0	–	–	–	1000,00
7	1	30,00	188,35	218,35	811,65
8	2	24,35	194,01	218,35	617,64
9					
10					
11					
12	<b>Total (R\$)</b>				

Fonte: O autor (2018).

Seguindo, serão tratados taxa de juros, valor tomado, número de pagamentos, valor de cada pagamento (parcela), como se calcula os juros, a amortização e o saldo devedor. Falar-se-á também, e sem citar nomes, sobre a forma de pagamentos e parcelas que algumas lojas da cidade e Região adotam em suas vendas. Em seguida, vai ser mostrado no quadro branco, usando equivalência de capitais, todo o processo de obtenção da fórmula  $P = \frac{c.i}{1-(1+i)^{-n}}$ , a qual permite calcular o valor de cada prestação. Para isso, o conceito de soma de progressão geométrica vai ser colocado. Após essa parte, retomar-se-á o exemplo da planilha, e a turma será dividida nos

mesmos grupos já trabalhados anteriormente. Na sequência e com as mesmas informações da planilha mostrada em Data Show, a fim de permitir um melhor acompanhamento das atividades propostas, os grupos preencherão o resto da planilha, de acordo com o Quadro 19, que é o próprio quadro 18, já preenchido.

Quadro 19 – Planilha de amortização no sistema Price, preenchida

	A	B	C	D	E
1	Empréstimo C (R\$)	1.000,00			
2	$i = 3,0 \% \text{ a.m.}$	3,0%			
3	$n = n^\circ \text{ de prestações}$	5			
4	$P = C.i/(1-(1+i)^{-n})$	218,35			
5	<b>n</b>	<b>J (R\$)</b> (Juros)	<b>A (R\$)</b> (Amortização do saldo devedor)	<b>P (R\$)</b> (Pagamento $P = J + A$ )	<b>SD (R\$)</b> (Saldo devedor)
6	0	–	–	–	1000,00
7	1	30,00	188,35	218,35	811,65
8	2	24,35	194,01	218,35	617,64
9	3	18,53	199,83	218,35	417,81
10	4	12,53	205,82	218,35	211,99
11	5	6,36	211,99	218,35	0,00
12	<b>Total (R\$)</b>	<b>91,77</b>	<b>1.000,00</b>	<b>1.091,77</b>	–

Fonte: O autor (2018)

Depois, vai ser mostrado a construção de gráfico de barras com os dados dos juros e dos pagamentos. A seguir, o arquivo será salvo, mas não fechado, pois cada grupo vai ser convidado a fazer alterações nos dados do exemplo, para perceberem a atualização automática na planilha e no gráfico construído. Vai ser sugerido também que sejam construídos outros gráficos envolvendo outras colunas da planilha de amortização, como saldo devedor e amortização, juros e saldo devedor, entre outros, bem como a critério de cada grupo, a fim de perceberem a dinâmica e a interatividade oferecidas pela planilha.

Em seguida, vai ser mostrada em Data Show uma planilha preenchida parcialmente sobre o sistema SAC na qual serão utilizados os mesmos dados do exemplo sobre o sistema Price (Quadro 19) para posteriores comparações. A explicação sobre cada item presente no SAC também seguirá de forma semelhante

ao que for feito para o Price, atendidas as diferenças dos dois sistemas. Após o preenchimento do restante da planilha, da construção do gráfico envolvendo juros e pagamentos e da manipulação de dados pelos grupos, cada equipe será convidada a analisar simultaneamente as duas planilhas e os dois gráficos, destacando as diferenças entre eles. Será sugerido ainda que cada equipe pratique em casa o que for trabalhado em sala, uma vez que nas duas aulas seguintes será aplicado em cada grupo uma atividade na forma de questionário sobre todo o conteúdo de matemática financeira trabalhado em sala.

Com o intuito de analisar o andamento da pesquisa, serão realizadas no ambiente escolar pequenas reuniões de até trinta minutos, com os representantes de cada grupo, mas que não se exclui a participação de outros componentes dos próprios grupos, sobre dúvidas e sugestões, colocadas e discutidas com o professor pesquisador acerca do assunto de matemática financeira e de planilhas eletrônicas.

### **5ª) Avaliação 1**

A avaliação vai ser realizada considerando-se momentos distintos. Durante duas aulas, com a presença do pesquisador, e extraclasse, com os mesmos grupos de alunos, para a conclusão da atividade, através de um questionário impresso, contendo 14 questões (2 fechadas e 12 abertas), contemplando a primeira parte do conteúdo de matemática financeira e os sistemas de amortização Price e SAC, estes em número menor de questões, a fim de verificar o aprendizado da turma sobre todo assunto trabalhado, tendo a planilha eletrônica, principalmente o LibreOffice Calc, como ferramenta de apoio didático para a resolução das questões. Em uma delas, a 14ª, cada grupo vai responder sobre o que foi aprendido, descrever pontos positivos e pontos negativos relacionados ao uso de planilha durante as aulas de matemática financeira.

O envio das respostas será feito para o e-mail do professor pesquisador ou através de pen drive, fornecido pelo representante de cada equipe, e antes do próximo encontro com a turma. O recolhimento por pen drive ocorrerá no próprio ambiente escolar, porém fora do horário de aula de Matemática das turmas pesquisadas.

## 6ª) Avaliação 2

Esse encontro terá duração de duas aulas.

Inicialmente serão apresentados os resultados do Questionário a cada turma participante, exceto da 14ª questão. A seguir, a turma vai ser convidada a avaliar coletivamente todo o processo de ensino e aprendizagem de matemática financeira durante o qual foram utilizadas planilhas eletrônicas, especialmente o LibreOffice Calc, discutindo e refletindo com o pesquisador. Além dos comentários acerca de pontos positivos e pontos negativos já perguntados no Questionário, serão lançadas também outras questões, a saber:

- ✓ *O que você achou da inclusão dos sistemas de amortização Price e SAC ao conteúdo de matemática financeira?*
- ✓ *Como você analisa o seu envolvimento e participação dentro de seu grupo bem como de seus colegas, levando-se em conta a cooperação, a discussão e a participação nas atividades propostas, incluindo nessa análise as contribuições das planilhas eletrônicas para as aulas de Matemática?*

Outras perguntas pertinentes podem surgir e serão importantes tanto para o pesquisador quanto para as turmas participantes da pesquisa.

As respostas serão anotadas e descritas em capítulo específico sobre resultados.