



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
(PROFMAT)**

FÁBIO SILVA GOMES

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS UMA METODOLOGIA APLICADA NO 6^o ANO
DO ENSINO FUNDAMENTAL PARA CONSTRUÇÃO DOS CONCEITOS E
APLICAÇÕES DE ÂNGULOS.**

Juazeiro-BA

2017

FÁBIO SILVA GOMES

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS UMA METODOLOGIA APLICADA NO 6^o ANO
DO ENSINO FUNDAMENTAL PARA CONSTRUÇÃO DOS CONCEITOS E
APLICAÇÕES DE ÂNGULOS.**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática (PROFMAT) da Universidade Federal do Vale do São Francisco - UNIVASF, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Prof^ª. Dra. Lucília Batista Dantas Pereira.

Juazeiro-BA

2017

	Gomes, Fábio Silva
G633r	Resolução de problemas uma metodologia aplicada no 6 ^o ano do ensino fundamental para construção dos conceitos e aplicações de ângulos / Fábio Silva Gomes. -- Juazeiro-BA, 2017.
	xii, 65 f.: il. ; 29 cm .
	Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro - BA, 2017.
	Orientador (a): Profa. Dra. Lucília Batista Dantas Pereira.
	1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Ensino fundamental. 3. Ângulos. I. Título. II. Pereira, Lucília Batista Dantas. III. Universidade Federal do Vale do São Francisco
	CDD 510.07


Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Integrado de Biblioteca SIBI/UNIVASF
Bibliotecário: Renato Marques Alves

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS UMA METODOLOGIA
APLICADA NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL PARA
CONSTRUÇÃO DOS CONCEITOS E APLICAÇÕES DE
ÂNGULOS**


Por:

FÁBIO SILVA GOMES

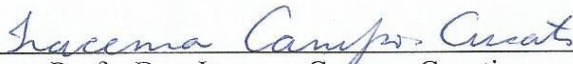
Dissertação aprovada em 07 de julho de 2017.



Profa. Dra. Lucília Batista Dantas Pereira
Orientadora - PROFMAT/UNIVASF



Prof. Dr. Lino Marcos da Silva
Examinador Interno - PROFMAT/UNIVASF



Profa. Dra. Iracema Campos Cusati
Examinadora Externa – UPE

Dedico este trabalho a toda minha família, minha noiva e aos meus amigos.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus que me concedeu o dom da vida e a oportunidade de hoje está concluindo esse objetivo tão sonhado.

A Nossa Senhora Aparecida, a qual sou devoto, e desde o início solicitei a sua interseção para superar as dificuldades, os obstáculos e muitas vezes a falta de ânimo, e graças às orações consegui alcançar essa vitória.

Aos meus pais Francisco e Joseneide, por terem atuado como meus primeiros educadores, ensinando-me valores morais e éticos, o respeito e humildade. Expressando dessa forma meu sentimento de gratidão aos esforços e sacrifícios que passaram para que eu tivesse acesso à educação e a uma formação acadêmica.

A minha noiva Flávia que desde o início tem me apoiado, motivado, aconselhado com sábias palavras de amor e carinho, desempenhando um papel fundamental no meu desenvolvimento. Além disso, contribuiu na construção dessa dissertação ao partilhar suas experiências como professora, suas orientações, ideias e opiniões.

Aos meus amigos de turma, que assim como eu passaram por todas essas dificuldades, demonstrando serem pessoas guerreiras que lutam por seus objetivos, não se abatendo diante dos obstáculos, e que mesmo não vencendo erguem-se, levantam a cabeça e retorna à batalha. Agradecendo pela partilha, colaboração e solidariedade.

A todos os meus professores desde a educação infantil até o nível de educação superior, de maneira especial a Prof^a. Dra. Lucília Batista Dantas Pereira que atuou como minha orientadora, contribuindo diretamente na elaboração deste trabalho. Professores responsáveis e éticos que assumem com respeito e profissionalismo essa profissão tão dignificante que é a formação de seres humanos, formando pessoas para atuarem e trabalharem na construção de uma sociedade mais justa, fraterna e solidária.

RESUMO

A resolução de problema é uma atividade inerente ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática e nesta pesquisa pretende-se abordá-la como uma metodologia de ensino capaz de motivar os alunos a construírem ativamente o seu conhecimento, rompendo com as metodologias que tradicionalmente são baseadas na repetição, reprodução e depósito de conhecimento. Assim, este trabalho tem como objetivo geral aplicar a metodologia de resolução de problemas como uma ferramenta pedagógica para construção significativa dos conceitos e aplicações de Ângulos no 6º ano do ensino fundamental. Os objetivos específicos do mesmo são identificar as vantagens, tanto para o professor, quanto para o aluno, da aplicação dessa metodologia para construção do conhecimento, além de verificar a redução das dificuldades do ensino e aprendizagem desse conteúdo após sua aplicação. Para fundamentar a resolução de problemas como alternativa viável para construção do conhecimento matemático foi realizada um estudo de campo com 22 alunos do 6º ano do ensino fundamental de uma escola municipal de Petrolina-PE. Realizando-se uma análise qualitativa das observações e avaliações aplicadas, a fim de verificar e identificar as vantagens e dificuldades da aplicação dessa metodologia, tanto para o professor quanto para o aluno. Fornecendo material de apoio para a atuação do professor no ambiente de sala de aula. Após a aplicação das atividades por meio da resolução de problemas, verificou-se que um ensino baseado em desafios e questionamentos, no qual o conteúdo em estudo foi introduzido mediante problemas geradores, mostrou-se capaz de despertar nos alunos a ação da pesquisa e o desejo por soluções, e assim, desenvolvendo novas posturas e responsabilidades no processo de ensino e aprendizagem. Nessa perspectiva, os alunos foram estimulados a desenvolverem estratégias, argumentos e habilidades a fim de solucionarem tais problemas, dessa forma, concretizando a construção ativa e participativa do conhecimento. Também foi apresentando o professor como aquele que exerce um papel fundamental de orientador, facilitador e instigador de descobertas, sendo o responsável por transformar a sala de aula em um ambiente de aprendizagem, um laboratório de pesquisa e experimentação, no qual os erros, os pequenos progressos e os acertos foram explorados para condução da aprendizagem. Portanto, a resolução de problemas é uma metodologia de ensino que possibilita ao aluno aprender em um contexto interativo, motivador e desafiante, contribuindo para que o discente desenvolva autonomia, construindo conhecimentos necessários à compreensão do mundo em que vive.

Palavras-chave: Resolução de problemas. Conceito e Aplicações de ângulos. Ensino fundamental.

ABSTRACT

The Problem solving is an inherent activity in the teaching and learning process of mathematics and in this research we intend to approach it as a teaching methodology capable of motivating students to actively build their knowledge, breaking with the methodologies that are traditionally based In the repetition, reproduction and deposit of knowledge. Thus, this work has as general objective to apply the methodology of problem solving as a pedagogical tool for significant construction of the concepts and applications of Angles in the 6^o year of elementary school. The specific objectives are to identify the advantages for both teacher and student of the application of this methodology for knowledge construction, as well as to verify the reduction of teaching and learning difficulties of this content after its application. In order to support problem solving as a viable alternative for the construction of mathematical knowledge, a field study was carried out with 22 students from the 6^o grade of a municipal school in Petrolina-PE. A qualitative analysis of the observations and evaluations applied is carried out, in order to verify and identify the advantages and difficulties of applying this methodology, both for the teacher and for the student. Providing support material for the teacher's performance in the classroom environment. After the application of the activities through the resolution of problems, it was verified that a teaching based on challenges and questions, in which the content in study was introduced through generative problems, was able to awaken in the students the action of the research and the Desire for solutions, and thus, developing new positions and responsibilities in the teaching and learning process. From this perspective, students were encouraged to develop strategies, arguments and skills in order to solve such problems, thereby materializing the active and participatory construction of knowledge. It also presented the teacher as one who plays a fundamental role as a facilitator, facilitator and instigator of discoveries and is responsible for transforming the classroom into a learning environment, a research and experimentation laboratory in which errors, small ones Progress and successes were explored to drive learning. Therefore, problem solving is a teaching methodology that enables the learner to learn in an interactive, motivating and challenging context, helping the learner to develop autonomy, building the knowledge necessary to understand the world in which he lives.

Keywords: Troubleshooting. Concept and Applications of angles. Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Médias de Proficiência em Matemática.....	17
Figura 2 - Exemplo de um relógio construído.....	30
Figura 3 - Construção do círculo feito por um aluno.....	32
Figura 4 - Identificação do ângulo.....	33
Figura 5 - Marcação das horas.....	35
Figura 6 - Questão do livro Sousa e Pataro.....	39
Figura 7- Relógio construído sem formalismo matemático.....	42
Figura 8 - Aluno J utilizou CD como modelo para desenhar o círculo.....	44
Figura 9 - Aluno K utilizou o próprio CD na construção do relógio.....	44
Figura 10 - Aluno L reconstruiu o círculo fazendo uso do compasso.....	46
Figura 11 - Alunos utilizando o transferidor para realizar a marcação dos ângulos..	48
Figura 12 - Aluna R construindo os ponteiros do relógio.....	50
Figura 13 - Os alunos os realizando a construção do relógio.	50
Figura 14 - Os alunos interagindo, dialogando, trocando informações para obterem solução do problema.	51
Figura 15 - Aluna R mostrando o resultado da sua produção.....	51
Figura 16 A aluna iniciando a execução da atividade e posteriormente compartilhando com suas colegas o resultado de sua construção.....	52
Figura 17- Relógios construídos pelos alunos.....	52
Figura 18 - Disposição dos ponteiros para formar o ângulo 90° feito pelo aluno S...53	
Figura 19 - Ângulo de 180° formado com os ponteiros do relógio pelos alunos S e T.....	54
Figura 20 - Rendimento dos alunos na resolução de cada item do questionário.....	57
Figura 21 - Resolução da primeira questão por dois alunos com êxito.....	58
Figura 22 - Tentativa sem êxito da aluna U para obter a solução da questão 1.....	58

Figura 23 - Resolução da questão 2 com êxito.....	59
Figura 24 - Aluna V ao responder a questão 2 simplesmente marca “X” nos espaços da quadro.....	59
Figura 25 - Aluno F indicou os ângulos por meio de sua classificação.....	59
Figura 26 - Resolução da questão 4 apresentada por alunos.....	60
Figura 27 - Item 8 anexo B.....	62
Figura 28 - Foto mostra o item 2 da X Olimpíada Municipal de Matemática de Petrolina.....	61
Figura 29 - Rendimento dos alunos nas questão 1 e 2 da avaliação da aprendizagem desenvolvida e aplicada pelo professor em sala de aula.....	62

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	12
CAPÍTULO 1.....	15
1. ENSINO DE MATEMÁTICA.....	15
1.1 TENDÊNCIAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	17
CAPÍTULO 2.....	21
2. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO UMA METODOLOGIA DE ENSINO VIÁVEL PARA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO.....	21
2.1 O PROBLEMA NA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	21
2.2 PAPEL DO ALUNO E DO PROFESSOR.....	23
2.3 AS ETAPAS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	25
CAPÍTULO 3.....	28
3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	28
3.1 ATIVIDADES DESENVOLVIDAS.....	29
3.1.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA - OFICINA CONSTRUINDO ÂNGULOS.....	30
CAPÍTULO 4.....	38
4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	38
4.1 ANÁLISE DA ETAPA 1.....	39
4.2 ANÁLISE DA ETAPA 2.....	40
4.3 ANÁLISE DA ETAPA 3.....	41
4.3.1 ANÁLISE DAS RESPOSTAS AS INDAGAÇÕES DO QUADRO 1.....	43
4.3.2 ANÁLISE DAS RESPOSTAS AS INDAGAÇÕES DO QUADRO 2.....	46
4.3.3 ANÁLISE DAS RESPOSTAS AS INDAGAÇÕES DO QUADRO 3.....	48
4.3.4 ANÁLISE DA CONSTRUÇÃO DOS PONTEIROS DO RELÓGIO E CONCLUSÃO DO RELÓGIOS.....	50
4.4 ANÁLISE DA ETAPA 4.....	52
4.4.1 RESOLUÇÃO DA PRIMEIRA QUESTÃO.....	52
4.4.2 RESOLUÇÃO DA SEGUNDA QUESTÃO.....	54
4.4.3 RESOLUÇÃO DA TERCEIRA QUESTÃO.....	54
4.4.4 RESOLUÇÃO DA QUARTA QUESTÃO.....	55

4.5 AVALIAÇÃO DO RENDIMENTO DOS ALUNOS APÓS A APLICAÇÃO DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	56
4.5.1 AVALIAÇÃO DO RENDIMENTO DOS ALUNOS NO QUESTIONÁRIO INDIVIDUAL.....	56
4.5.1.1 RENDIMENTO DOS ALUNOS NA QUESTÃO 1.....	57
4.5.1.2 RENDIMENTO DOS ALUNOS NA QUESTÃO 2.....	58
4.5.1.3 RENDIMENTO DOS ALUNOS NA QUESTÃO 3.....	59
4.5.1.4 RENDIMENTO DOS ALUNOS NA QUESTÃO 4.....	60
4.5.2 AVALIAÇÃO DO RENDIMENTO DOS ALUNOS EM OUTRAS ATIVIDADES.....	60
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	64
REFERÊNCIAS	66
APÊNDICES.....	69
ANEXOS.....	74

INTRODUÇÃO

A Matemática é uma ciência fundamental para as relações sociais, é quase impossível não pensar em Matemática, principalmente em uma sociedade capitalista como a que se vive atualmente. Ações cotidianas como comprar, vender, construir uma edificação, medir um terreno, somar as aplicações na bolsa de valores, pedir desconto nas compras à vista, são exemplos de situações nas quais se aplica essa ciência diariamente.

Assim, a Matemática é utilizada pelo homem para modelar, simplificar e resolver problemas reais, por meio de suas expressões algébricas, algoritmos, cálculos e métodos. Entretanto, para muitos estudantes esta ciência não é encarada como uma facilitadora da resolução de problemas, sendo vista como uma problemática de difícil entendimento e resolução. Já para os professores ensiná-la, é um desafio, uma vez que eles devem contemplar uma grande quantidade de conteúdos em um curto intervalo de tempo, trabalhando com alunos desmotivados, indisciplinados, em salas de aulas superlotadas, com poucos recursos e incentivos didáticos, tecnológicos e financeiros. Além de lidar com a cobrança em apresentar resultados satisfatórios em sua atuação no ensino de Matemática.

Partindo da necessidade de atender aos anseios tanto dos alunos quanto dos professores no ensino e aprendizagem de Matemática, buscam-se ferramentas e estratégias pedagógicas capazes de motivar os alunos a construir ativamente e de modo significativo seu conhecimento, rompendo com as metodologias de repetição, reprodução e depósitos de conhecimentos. Ou seja, rompendo com aquilo que Freire (2000, p. 101) chama de educação bancária definindo, nesse caso, que a educação “é puro treino, é pura transferência de conteúdo, é quase adestramento, é puro exercício de adaptação ao mundo”. Portanto, uma educação que oprime a capacidade do educando de dialogar, questionar, refletir, criticar e criar.

Dessa forma, este trabalho teve como objetivo geral aplicar a Metodologia de Resolução de Problemas como uma ferramenta pedagógica para construção significativa dos conceitos e aplicações de Ângulos no 6^o ano do ensino fundamental. Tendo como objetivos específicos identificar as vantagens, tanto para o professor, quanto para o aluno, da aplicação dessa metodologia para construção do

conhecimento, além de verificar a redução das dificuldades do ensino e aprendizagem desse conteúdo após sua aplicação.

Nessa perspectiva, procurou-se mostrar que por meio da aplicação dessa metodologia, o professor desafia o estudante a resolver situações problemas, estes ao serem desafiados buscam estratégias, argumentos, ligação dos conhecimentos prévios com os novos conhecimentos para tentarem resolver tais situações, realizando assim, a construção de um conhecimento significativo.

Na resolução de problemas o professor atua como orientador, facilitador e instigador das descobertas, uma ação mais prazerosa e motivadora que trabalhar somente com as aulas expositivas, nas quais o professor apresenta ao aluno um conhecimento pronto e acabado. Essa prática de um ensino verbal é definida por Brighente e Mesquida (2016, p.161) “como uma herança deixada pelos primeiros educadores (os jesuítas), caracterizada pela repetição e pela memorização sem criticidade”.

O presente trabalho propõe que os conceitos, definições, propriedades e teoremas sejam trabalhados após a resolução de problemas geradores, ou seja, problemas motivadores, instigadores da vontade de aprender e descobrir. Problemas que possibilitem aos alunos sair do estado de inércia, no qual se encontram hoje em suas cadeiras enfileiradas dentro da sala de aula, e assumir uma postura dinâmica e responsável na busca pela construção de seu conhecimento. Dessa forma, proporcionando aos alunos situações que promovam a criatividade, autonomia, capacidade de tomar decisões e resolver situações problemas do seu cotidiano.

A pesquisa foi desenvolvida e aplicada em uma turma de 6º ano do ensino fundamental de uma escola do município de Petrolina-PE. O conteúdo matemático escolhido para se trabalhar com a metodologia de resolução de problemas foi o conteúdo de ângulos, neste caso, o conteúdo previsto para a unidade naquele momento específico.

No primeiro capítulo do trabalho, é revelada com fundamento na literatura, as dificuldades enfrentadas pelos alunos no ensino e aprendizagem da disciplina de Matemática, bem como a necessidade de repensar as formas e metodologias de ensino aplicadas em sala de aula. Esse capítulo também apresenta as principais

Tendências da Educação Matemática, sendo realizado um resumo de suas principais características.

No segundo capítulo, é realizada a fundamentação teórica da metodologia de resolução de problemas, trazendo informações relevantes quanto a sua origem, principais aspectos, vantagens, orientações quanto à escolha de um bom problema matemático, além de evidenciar a sequência de etapas importantes para aplicação dessa metodologia.

No terceiro capítulo, tem-se a descrição dos procedimentos metodológicos no qual é justificada a opção por realizar um estudo de campo e proceder a análise de dados de forma qualitativa. Ainda neste capítulo, é apresentada uma sequência didática planejada pelo professor, relatando todo o procedimento seguido para aplicação de cada etapa da metodologia de resolução de problemas. Além de outros questionários e avaliações que serviram como fontes para análise dos resultados.

No quarto capítulo ocorre a discussão dos resultados. Nesse caso, o professor realiza um relato das principais situações ocorridas no âmbito da sala de aula, no decorrer da aplicação da atividade, realizando uma avaliação qualitativa do rendimento dos alunos, progressos, conflitos, vantagens e dificuldades da metodologia de resolução de problemas. Ocorre também o tratamento e análise de dados coletados a fim de verificar a redução das dificuldades do ensino e aprendizagem de Matemática. Por fim, é relatada as considerações finais com sugestões para prosseguimento de pesquisas futuras relativas à temática em estudo.

CAPÍTULO 1

1. ENSINO DE MATEMÁTICA

O ensino e aprendizagem da disciplina de Matemática têm sido grandes desafios para muitos professores e pesquisadores da educação. Diversos estudos e pesquisas como os realizados por: Allevato e Onuchic (2011), Fernandes e Oliveira (2015), Polya (1995), Onuchic (1999), Dante (1991), (BRASIL, 1997), (BRASIL, 1998) têm intuito de desenvolver metodologias de ensino que envolvam e motivem os alunos a construírem ativamente um conhecimento matemático significativo e útil a sua vida.

Segundo Onuchic (1999), desde o século XX, as pesquisas na área de ensino de Matemática já apontavam que a transição de uma sociedade rural para uma sociedade industrial demandaria dos indivíduos mais conhecimentos matemáticos, como também, a atual sociedade da informação e da comunicação, requer cidadãos conhecedores da Matemática. Portanto, é fundamental a realização de estudos e pesquisas para que se desenvolvam novas metodologias, para o ensino de Matemática, que atendam aos anseios dessa nova sociedade.

Nesse sentido, o ensino tradicional baseado meramente em aulas expositivas, nas quais o professor centraliza em si toda a atenção, apresentando ao aluno um conhecimento pronto, acabado e sem necessidades de questionamentos, em que o papel do discente será, simplesmente, o de memorizá-lo e reproduzi-lo posteriormente para resolver exercícios e problemas nas aulas de Matemática, já não apresenta resultados satisfatórios para o processo de ensino e aprendizagem na maioria das escolas brasileiras (FREIRE, 2000).

Esse fato é evidenciado ao se observar e analisar o baixo rendimento dos alunos no processo de ensino e aprendizagem de Matemática verificados nos resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) referentes ao desempenho em Matemática no 9^o ano do ensino fundamental no ano de 2003, no qual se verificou que apenas 3,3% dos alunos encontravam-se no nível adequado de aprendizado; e que 49,8% estavam no nível crítico. Estão neste último nível os estudantes que conseguiram desenvolver algumas habilidades básicas de

interpretação de problemas, mas não conseguiam transpor o que estava sendo pedido no enunciado para uma linguagem Matemática apropriada (BRASIL, 2004).

No ano de 2013 apenas 16,4% dos alunos do 9º ano do ensino fundamental estavam com aprendizagem adequada em Matemática, neste mesmo ano o percentual de alunos do 5º ano do ensino fundamental com aprendizagem adequada era de 39,5% (ANUÁRIO..., 2017).

Nessa perspectiva, os problemas da educação Matemática são evidenciados também pela figura 1 nas médias de proficiência em Matemática, entre os anos de 1995 e 2015, divulgados pelo Ministério da Educação por meio Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), no qual é possível verificar uma redução das médias de proficiência em Matemática no ensino médio, fase final da educação básica, bem como, a necessidade de melhorar o desempenho dos alunos no ensino fundamental, tanto nos anos iniciais, quanto nos anos finais, para assim, alcançar os níveis adequados de proficiências.

Segundo o movimento Todos Pela Educação (ANUÁRIO..., 2017) é considerada aprendizagem adequada quando o aluno atinge ou supera as seguintes pontuações na disciplina de Matemática: 225 para o 5º ano do ensino fundamental, 300 para o 9º ano do ensino fundamental e 350 para o 3º ano do ensino médio.

Evolução dos resultados do Brasil no Saeb (1995 a 2015) Proficiências médias em Matemática

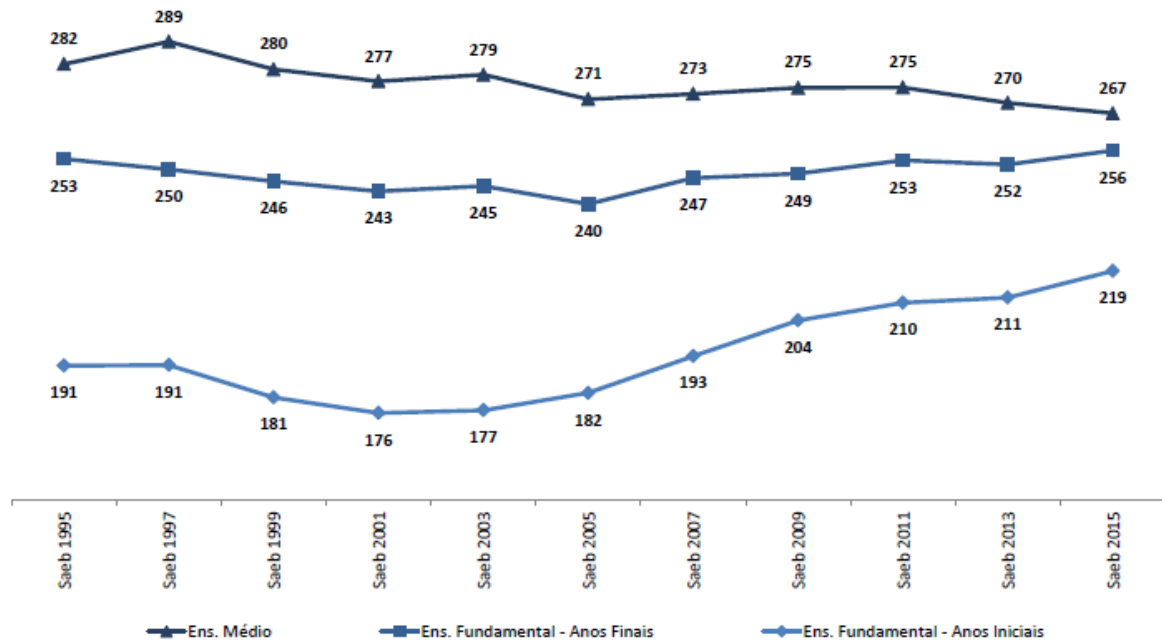


Figura 1 - Médias de Proficiência em Matemática - Brasil (1995 – 2015). INEP-SAEB, (BRASIL, 2016).

Esse baixo nível de proficiência dos alunos na disciplina de Matemática leva à reflexão sobre como está acontecendo o processo de ensino e aprendizagem de Matemática nas escolas brasileiras e a propor transformações nesse cenário educacional. Assim, é essencial pesquisar e desenvolver propostas pedagógicas que visem à melhoria do ensino e aprendizagem dessa disciplina, neste caso, é fundamental o estudo das atuais Tendências da Educação Matemática.

1.1 TENDÊNCIAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Neste tópico, serão discutidas algumas das tendências da educação Matemática, ou seja, formas alternativas para o ensino de Matemática.

A primeira tendência a ser discutida é a **ETNOMATEMÁTICA**, a qual segundo Zorzan (2007) surgiu no começo da década de 1970 com pensadores, estudiosos dos países de Terceiro Mundo. O surgimento dessa corrente justifica-se pela contradição existente entre a Matemática escolar e a produzida nos diferentes meios culturais. Nesse caso, a Matemática é entendida como um produto cultural,

verificando-se uma valorização dos saberes culturais, da riqueza dos conhecimentos das diversas etnias. No contexto da Etnomatemática, a Educação Matemática deve ser trabalhada com os saberes provenientes do cotidiano para construção dos conhecimentos que auxiliem o aluno a resolver problemas do seu dia a dia. Logo, a Etnomatemática estabelece uma relação entre o conhecimento matemático e o contexto cultural para construção do conhecimento (FLEMMING, LUZ, MELLO, 2005).

Nesse sentido, o professor Ubiratan D'Ambrosio explica como realizou formação da palavra Etnomatemática, “utilizei as raízes tica, matema e etno para significar que há várias maneiras, técnicas, habilidades (tica) de explicar, de entender, de lidar e de conviver (matema) com distintos contextos naturais e socioeconômicos da realidade (etno)” (D'AMBROSIO, 1997, p.111).

Dessa forma, a Etnomatemática propõe que a Matemática seja tratada segundo a necessidade de cada grupo social, no qual estes desenvolverão suas maneiras, técnicas e habilidades para construção do conhecimento.

Na **MODELAGEM MATEMÁTICA** um problema da realidade é descrito na linguagem Matemática e em seguida resolvido e interpretado no mundo real. Nessa tendência, a Matemática é trabalhada a partir dos interesses dos alunos e do contexto social no qual eles estão inseridos, já o conteúdo desenvolvido tem origem em temas oriundos da problematização da realidade (ZORZAN, 2007). Nesse sentido, Siqueira (2007, p. 32) vem dizer que:

A modelagem propicia ao educando a construção de um modelo abstrato que descreve um fenômeno no qual a Matemática apresenta-se e por meio desse modelo é possível determinar a solução de um problema que envolva ciência, tecnologia e sociedade.

Portanto, a modelagem matemática configura-se como “a arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BASSANEZI, 2002, p.16).

TECNOLOGIA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, essa tendência propõe a utilização dos diversos recursos tecnológicos, tais como computadores, rádio, televisão, internet, celulares, calculadoras, entre outras, para atender aos anseios da nova geração de estudantes. A escola da atualidade não pode negar o avanço das

tecnologias, pelo contrário deve estar apta a utilizar esses novos recursos como ferramentas de auxílio ao ensino e aprendizagem. Para Zorzan (2007, p.88)

Educação Matemática, na perspectiva tecnológica, tem o objetivo de estimular a curiosidade, a imaginação, a comunicação, a construção de diferentes caminhos para a resolução de problemas e o desenvolvimento das capacidades: cognitiva, afetiva, moral e social.

Essa tendência fica cada vez mais presente no contexto do aluno com o desenvolvimento das Tecnologias da Informação e da Comunicação -TICs, as quais possibilitam a distribuição da informação por meios eletrônicos e digitais. Esse rol de possibilidades de acesso à informação motiva os alunos a explorarem novos conhecimentos, libertando-os para buscarem soluções nas mais diversas fontes. Por isso, a utilização das tecnologias no ensino de Matemática possibilitam mudanças nas práticas pedagógicas e no modo de ver e estabelecer relação com a Matemática e o seu ensino (FIORENTINI e LORENZATO, 2006).

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, por meio dessa tendência entender o processo de evolução da Matemática possibilitaria aos educadores produzir estratégias que facilitassem a construção do conhecimento dos alunos (FLEMMING, LUZ e MELLO, 2005).

Mediante a história da Matemática, pode-se compreender que todo o conhecimento hoje existente foi fruto de grandes esforços, discussões, pesquisas entre os matemáticos, mostrando assim, ao aluno, que o conhecimento é um processo gradativo de construção e não algo pronto e acabado.

Nessa perspectiva, entender o processo de descoberta, os erros, as dificuldades para se conceituar determinado conteúdo é fundamental para contextualização do conhecimento, para sua significação. Para Siqueira (2007, p.26) “História da Matemática possibilita o educando entender a Matemática como um conhecimento em construção, com erros e acertos e não como verdades absolutas de forma acabada e elegante”.

Portanto, entender a origem de um conceito, de um conteúdo matemático, o momento histórico, político e social em que ele surgiu são necessários para que o aluno possa compreender e identificar a aplicação deste em sua prática diária, tornando a construção do conhecimento mais significativa.

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS é uma atividade inerente da Matemática. Nessa tendência, os conteúdos matemáticos são explorados por meio de problemas

iniciais, problemas capazes de tornar a sala de aula em verdadeiro laboratório de aprendizagem, no qual o aluno possa errar, acertar, descobrir e reinventar os conteúdos matemáticos. Nessa tendência, o conhecimento é construído por meio de questionamentos e desafios, dessa forma estimulando e motivando o aluno a pesquisar, a ser protagonista da construção do seu conhecimento. Assim, a Resolução de Problemas é apontada como uma proposta viável para educação Matemática (ONUChic, 1999).

CAPÍTULO 2

2. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO UMA METODOLOGIA DE ENSINO VIÁVEL PARA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO.

A resolução de problemas como uma metodologia de ensino começou a ser pesquisada nos Estados Unidos por George Polya. Considerado o pai da resolução de problemas, ele realizou trabalhos relacionados a como resolver problemas, bem como ensinar estratégias que levassem a sua resolução, apoiando-se, especialmente, nos fundamentos do construtivismo e na teoria sociocultural, que tem Vygotsky como principal teórico (ALLEVATO e ONUCHIC, 2011).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs (BRASIL, 1998, p.10), "no processo de ensino aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégias para resolvê-las". Dessa forma, a resolução de problemas propõe estudar os conteúdos matemáticos tendo como princípio as situações problemas, nas quais o aluno é instigado a questionar, pesquisar, elaborar estratégias na tentativa de solucioná-las. Nesse percurso até a descoberta da solução do problema são construídos os conceitos matemáticos, sendo estes posteriormente formalizados pelo professor.

Reforçando esse posicionamento Schroeder e Lester (1989) *apud* Onuchic (1999) afirmam que a resolução de problemas é uma metodologia de ensino, um ponto de partida e um meio de ensinar Matemática. Esses autores enxergam o problema como um elemento que pode despertar um processo de construção do conhecimento. Por isso, Van de Walle (2001) *apud* Fernandes e Oliveira (2015) diz que a resolução de problemas é excelente estratégia de ensino e que deve ser o foco do currículo de Matemática.

2.1 O PROBLEMA NA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Os problemas são vistos, de acordo com Onuchic (1999), como instrumentos precisos e bem definidos, já as atividades para sua resolução são como uma coordenação complexa e simultânea de vários níveis de atividades, ou seja, para se chegar a solução do problema é necessário a sua leitura, compreensão, a

elaboração de estratégias e planos de execução. Portanto, é preciso pensar e seguir uma sequência de etapas para solucioná-lo.

Diferentemente dos tradicionais exercícios, o problema não é resolvido de maneira rápida, e sim gradualmente por meio da aplicação de ações previamente planejadas. Nesse mesmo entendimento, os PCNs (BRASIL, 1998, p. 41) afirmam que os problemas não são simplesmente “um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada”.

Corroborando com esse entendimento Dante (1989, p. 10) considera que um problema matemático "é qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la".

Assim, para Allevato e Onuchic (2011, p. 80) “o problema é visto como ponto de partida para a construção de novos conceitos e novos conteúdos; os alunos sendo co-construtores de seu próprio conhecimento e, os professores, os responsáveis por conduzir esse processo”. Os autores ainda revelam a função do problema como ferramenta introdutória para desencadear situações, que possibilitem aos alunos atuarem como sujeitos ativos da construção do seu conhecimento. Além disso, mostrando que nesse processo a função do professor é a de mediador, orientando e conduzindo os alunos, por meio de indagações e questionamentos, para um fim desejado.

Segundo Moreira (1999, p. 100), Piaget em sua teoria do desenvolvimento cognitivo afirma que “se o meio não apresenta problemas, dificuldades, a atividade da mente é apenas de assimilação, porém, diante deles ela se reestrutura (acomodação) e se desenvolve”. Assim, as situações problemas são excelentes instigadoras do desenvolvimento cognitivo, uma vez que, faz os alunos refletirem, analisarem, pesquisarem, elaborarem e testarem estratégias na tentativa de solucionar esses problemas.

Sendo esse processo significativo para o ensino de conteúdos matemáticos, pois o aluno à medida que busca soluções para os problemas, identifica a

aplicabilidade desses assuntos no seu cotidiano. Seguindo essa perspectiva, Dante (1991, p. 25) afirma que:

É possível por meio da resolução de problemas desenvolver no aluno iniciativa, espírito explorador, criatividade, independência e a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia-a-dia, na escola ou fora dela.

Concordando com esse posicionamento Verganud (1996) *apud* Vasconcelos (2008) diz que o ensino e aprendizagem de um conceito não se podem resumir a sua definição. Para ele, é por meio das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire significado para a criança. São essas situações que darão significados aos conceitos. Assim, as orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2010, p. 112) vêm dizer que “a resolução de problemas é a peça central para o ensino da Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios”.

Dessa forma, a resolução de problemas possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance, desenvolvendo nos estudantes uma postura participativa e ativa na construção do conhecimento (BRASIL, 1998).

2.2 PAPEL DO ALUNO E DO PROFESSOR

A metodologia de resolução de problemas coloca o aluno na condição de investigador, de protagonista na busca por soluções de problemas matemáticos associados ao seu cotidiano. O professor posiciona-se como aquele que expõe conceitos, mas, sobretudo, como aquele que motiva, media, organiza, estimula a construção do conhecimento, assumindo uma posição de mediador no ambiente escolar.

Sendo importante ressaltar que o professor tem um papel fundamental no desenvolvimento dessa metodologia, pode-se dizer que sua atuação é ainda mais decisiva para a construção significativa do conhecimento quando comparada com sua atuação nas metodologias tradicionais. Segundo Fernandes e Oliveira (2015, p. 6)

Pode-se observar que não é tarefa fácil a de desenvolver o ensino-aprendizagem de matemática por meio da Resolução de Problemas. Tal

metodologia necessita de professores bem preparados para o seu uso, pois os problemas precisam ser cuidadosamente selecionados.

Allevato e Onuchic (2011, p. 82) também ressaltam a importância do professor frente à aplicação dessa metodologia, mas enfatizam também o papel do aluno e a necessidade deste em assumir novas atitudes e responsabilidades

Implementar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, exige do professor e dos alunos novas posturas e atitudes com relação ao trabalho em sala de aula. O professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. Os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade. Esse ato exige de ambos, portanto, mudanças de atitude e postura, o que, nem sempre, é fácil conseguir.

Assim, cabe ao professor a escolha das situações problemas que serão trabalhadas como motivadoras do conhecimento Matemático, porém não é uma tarefa fácil, uma vez que o docente corre o risco de escolher um exercício comum ao invés de um problema matemático. Logo, a escolha desses problemas demanda uma análise mais detalhada, sendo necessário um maior tempo de pesquisa e planejamento didático. Além disso, Van de Walle (2001) *apud* Fernandes e Oliveira (2015, p.4), adverte que

Ensinar Matemática por meio desta metodologia, não significa dar o problema, sentar-se e esperar que aconteça uma mágica. É necessário a criação de um espaço matemático em que todos se sintam motivados no transcorrer de cada aula, sendo o professor o responsável por este ambiente.

Seguindo esse entendimento Onuchic (2004) *apud* Schirlo e Silva (2009) apontam que o professor, ao propor um problema aos alunos, deve refletir e analisar os fatos ocorridos durante a resolução e os resultados didáticos obtidos ou não. Entre esses fatos pode-se citar: adequação do problema, processos de resolução, diferentes soluções obtidas, grau de dificuldade, possibilidade de extensão de conteúdos matemáticos e de geração de novos problemas. Neste sentido, Polya (1997) *apud* Fernandes (2016) acrescenta que o professor deve fazer de tudo para desenvolver no aluno a habilidade de resolver problemas.

Assim, a Resolução de Problemas propõe que o problema matemático instigue o aluno e o leve ao movimento de aprendizagem. E, logo após a solução de vários problemas, os conceitos matemáticos (definições, propriedades) serão sistematizados pelo professor, utilizando-se o rigor e o formalismo característicos da Matemática. (SCHIRLO e SILVA, 2009, p. 122).

Então, o que se deseja não é simplesmente ensinar o aluno a resolver problemas, mas ensinar Matemática por meio da resolução de problemas. Promovendo ao aluno a oportunidade para “ele mesmo explorar, organizar e expor seus pensamentos, estabelecendo uma relação entre suas noções informais ou intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da matemática” (DANTE, 2010, p.18).

2.3 AS ETAPAS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

De acordo com Allevato e Onuchic (2011) não existe uma forma fixa, um roteiro definido para se trabalhar com a resolução de problemas em sala de aula, entretanto os mesmos autores propõem uma sequência de etapas importantes para aplicação dessa metodologia, que são elas:

- Preparação do problema. Atividade inerente ao professor, na qual ele escolherá o problema gerador, ou seja, um problema significativo para o aluno, que torne a sala em um ambiente de pesquisa e questionamentos. Um problema adequado a contextualizar o conteúdo a que se pretende trabalhar.
- Leitura individual. O professor deve possibilitar ao aluno o momento de leitura individual do problema, a fim de que este possa compreender o problema, refletir e imaginar as possíveis soluções.
- Leitura em conjunto. Esse momento é para compartilhar informações, de esclarecer dúvidas sobre o enunciado do problema, no qual o professor e os alunos podem interagir juntos para entender o problema.
- Resolução do problema. Após os alunos terem compreendido o problema, inicia-se a sua resolução em um trabalho cooperativo entre os grupos, em que os alunos irão aplicar as estratégias elaboradas para obter sua solução.
- Observar e incentivar. Enquanto os alunos tentam resolver o problema, o professor atua como orientador conduzindo os alunos a construírem o conhecimento matemático pretendido, ao mesmo tempo o professor avalia a postura dos alunos, seu desenvolvimento, seu comprometimento em alcançar o objetivo desejado.
- Registro das resoluções na lousa. Ocorre o registro das estratégias e das soluções na lousa.

- Plenária. Nessa etapa os alunos socializam suas estratégias, suas soluções ocorrendo a discussão de acertos e erros, análise dos procedimentos e sua coerência.
- Busca do consenso. Discutidas as estratégias e as soluções, os alunos, por meio da mediação do professor, devem chegar a um consenso sobre o resultado correto do problema.
- Formalização do conteúdo. Nesta etapa, o professor formaliza o conteúdo matemático envolvido na resolução do problema, apresentando aos alunos conceitos, teorias, definições, propriedades e teoremas relacionados ao conteúdo em estudo.
- Proposição e resolução de novos problemas. Esta etapa tem por finalidade a fixação da aprendizagem do aluno, possibilitando que este identifique diversos problemas que podem ser resolvidos valendo-se das mesmas estratégias estudadas para resolver o problema gerador.

Também Polya (1995) em sua obra *A arte de resolver problemas* já propunha quatro etapas para resolução de problemas. Segundo ele, primeiro tem-se que **compreender o problema** percebendo claramente o que é necessário para resolvê-lo. Segundo, deve-se analisar como os diversos itens estão inter-relacionados, por exemplo, como a incógnita está relacionada aos dados e dessa forma, **estabelecer um plano**. A terceira etapa será **executar esse plano**, e por fim realizar aquilo que ele chama de **retrospecto da resolução do problema**, no qual seria revisto e discutido o problema.

Assim, o ensino e aprendizagem de um conteúdo matemático começa com uma situação problema, esta deve ser escolhida de modo a contemplar os conteúdos desejados, em seguida se inicia o processo de resolver propriamente o problema, no qual se verifica a leitura, interpretação e solução. Nesse processo para resolver o problema o aluno está constantemente sendo avaliado (ALLEVATO; ONUCHIC, 2011).

Então, com base nos argumentos apresentados, a resolução de problemas é apontada como uma proposta metodológica viável à educação Matemática, pois ensinar Matemática por meio de problemas possibilitaria uma aprendizagem mais significativa, uma vez que os conhecimentos prévios dos alunos são usados como

percussores para a introdução dos novos conteúdos. Dessa forma, Segundo Ausebel *apud* Moreira (1999) a aprendizagem é significativa quando a nova informação ancora-se em conceitos ou proposições relevantes, preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz.

CAPÍTULO 3

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa foi desenvolvida por meio de um estudo de campo, visto que segundo Gil (2002) tal modalidade de pesquisa busca essencialmente um aprofundamento das questões propostas, estuda um único grupo ou comunidade, ressaltando a interação entre seus componentes. Além disso, essa modalidade de pesquisa vale-se essencialmente das técnicas de observação, nas quais o pesquisador tem uma experiência direta com a situação de estudo.

Os instrumentos da pesquisa, para coleta de dados, tiveram por base questionários, observação da comunidade em estudo e testes avaliativos para sondagem e avaliação do progresso, retrocesso ou estagnação da aprendizagem com a aplicação da metodologia de resolução de problemas.

Os dados coletados foram analisados segundo uma abordagem qualitativa, em que segundo Neves (1996, p.1) “nas pesquisas qualitativas o pesquisador procura entender os fenômenos, segundo a perspectiva dos participantes da situação estudada e a partir daí situa a sua interpretação dos fenômenos estudados”.

A pesquisa foi desenvolvida com 22 alunos do 6º ano do ensino fundamental de uma escola municipal, localizada em Petrolina-PE. O tempo previsto para sua execução compreendeu os meses a partir de agosto de 2016 estendendo-se até dezembro de 2016. Esse período foi dedicado ao planejamento e elaboração de atividades, seleção e estudo das situações problemas que foram propostas em sala de aula, aplicação das atividades planejadas e coleta de dados.

A unidade de coleta foi escolhida por ser o ambiente de trabalho do pesquisador, o que lhe permitiu uma maior facilidade na aplicação dos testes e na análise dos resultados, pois o mesmo pôde realizar uma observação contínua dos alunos. Os conteúdos matemáticos selecionados para aplicação da metodologia tiveram como critério de escolha a programação dos descritores prevista no cronograma do município (PETROLINA, 2016).

3.1 ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

Fundamentando-se na metodologia de resolução de problemas foram selecionadas e desenvolvidas situações problemas para o desenvolvimento da pesquisa. Essa metodologia foi aplicada na construção dos conceitos e aplicações de ângulos, conteúdo previsto nos descritores de Matemática para 6^o ano do ensino fundamental do município de Petrolina-PE (PETROLINA, 2016). Segundo esse descritor os alunos devem identificar ângulos associados à mudança de direção, reconhecer ângulos em figuras planas, bem como medir e expressar as medida de ângulos.

A fim de observar e analisar os objetivos da pesquisa, foi planejada e aplicada uma sequência didática intitulada de Oficina Construindo Ângulos. A atividade consistiu-se, inicialmente, em sugerir aos alunos a resolução de um problema gerador, no qual abordava a construção de um relógio lúdico de parede.

Sendo utilizado para solução desse problema as etapas sugeridas em Allevato e Onuchic (2011): preparação do problema, leitura individual, leitura em conjunto, resolução do problema, observar e incentivar, registro das resoluções na lousa, plenária, busca do consenso e formalização do conteúdo, proposição e resolução de novos problemas. Ressaltando que a utilização dessa sequência de etapas não é uma receita infalível para resolução de todo e qualquer problemas, são na realidade norteadoras para o desenvolvimento dos processos mentais necessários para sua resolução. Segundo, Polya (1995, p.133)

Regra de descoberta infalíveis, que levem a resolução de todos os problemas matemáticos, seriam mais preciosas do que a pedra filosofal, em vão procurada pelos alquimistas. Tais regras fariam milagres, mas não há milagres. Encontrar regras infalíveis, aplicáveis a toda sorte de problemas é um velho sonho filosófico, que nunca passara de sonho.

Deste modo, a aplicação dessa sequência didática, baseada nas etapas da resolução de problema, tem por finalidade orientar o processo de aprendizagem, promovendo um contexto no qual se possam aprender conceitos, procedimentos e propriedades Matemáticas.

3.1.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA - OFICINA CONSTRUINDO ÂNGULOS

ETAPA 1: PROPOSIÇÃO DO PROBLEMA

Para essa etapa foi escolhido uma situação problema que fosse realmente capaz de envolver o discente em um contexto ativo e motivador, no qual ele fosse também responsável pela construção do seu conhecimento. Conforme PCNs (BRASIL,1997, p.44) “uma situação que demandasse a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Na qual a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la”. Polya (1995, p.4) também ressalta a importância da escolha do problema ao afirmar que “o problema deve ser bem escolhido, nem muito difícil nem muito fácil, natural e interessante, e um certo tempo deve ser dedicado a sua apresentação natural.

Dessa forma, foi proposta aos alunos a construção de um relógio de parede (lúdico), tal relógio terá o interior circular e a parte externa será de acordo com a criatividade de cada aluno, um exemplo pode ser visto na figura 2.



Figura 2 – Exemplo de um relógio construído.

ETAPA 2: LEITURA INDIVIDUAL E EM CONJUNTO

A fim de realizar a leitura do problema, objetivando a sua compreensão, foi solicitado aos alunos que elaborassem um planejamento prévio (APÊNDICE A), no qual constaria os itens seguintes:

- Desenho esquemático do relógio;
- Materiais necessários;
- Instrumentos necessários.

Após a elaboração do planejamento, foi solicitado aos alunos que socializassem suas produções, para que pudessem trocar ideias e argumentos entre eles e com o professor. Dessa forma, ampliando a sua compreensão sobre o

problema e sanando dúvidas em relação a sua interpretação. Afinal não se pode resolver um problema caso não se compreenda o que ele lhe pergunta ou a situação que ele pretende resolver. Nessa perspectiva, Polya (1995, p.4) vem chamar de:

Tolice responder a uma pergunta que não tenha sido compreendida. É triste trabalhar para um fim que não se deseja. Estas coisas tolas e tristes, fazem-se muitas vezes, mas cabe ao professor evitar que elas ocorram o aluno precisa compreender o problema, mas não só isto: deve também desejar resolvê-lo.

Para esse autor é preciso deixar claro o enunciado do problema, os dados e condições, se for possível elaborar gráficos, tabelas, desenhos, valer-se de todos os meios que possibilitem a interpretação da situação problema em análise.

ETAPA 3: RESOLUÇÃO DO PROBLEMA, OBSERVAÇÃO E INCENTIVO A RESOLUÇÃO.

Uma vez compreendido o problema, prosseguiu-se com a etapa de resolução do problema, na qual o aluno deveria elaborar e aplicar suas estratégias e planos a fim de resolver tal situação. Nesse momento, o professor deve possibilitar que o aluno desenvolva sua forma de resolver o problema, o caminho que pretende seguir para se obter a solução desejada. Caso o aluno não consiga elaborar uma estratégia, plano ou ideia para resolver o problema, então o professor deverá auxiliá-lo nessa tarefa, orientando-o por meio de questionamentos, sugestões ou lembrando conhecimentos anteriores necessários para resolução do problema atual. Nesse sentido, Polya (1995) afirma que o professor não deve auxiliar o aluno nem de mais nem de menos, mas de uma forma que seja reservado a este uma parcela razoável de trabalho e responsabilidade.

Para isso, foi lembrado ao aluno o esquema elaborado por ele na etapa 2 (APÊNDICE A), no qual ele já havia respondido como seria seu relógios, matérias e instrumentos necessários, ou seja, ele já tinha um planejamento prévio, agora precisaria colocar em execução esse plano.

Para estimular os alunos na execução do plano, o professor sugeriu que os mesmos construíssem inicialmente a parte interna do relógio em formato circular. E depois fez as seguintes indagações que constam no quadro 1:

Quadro 1: Questões propostas aos alunos

1-Como se pode construir um círculo?
2-Tem-se modelos de círculos ao nosso redor que poderiam ser usados como modelo para construção?
3-Pode-se utilizar algum instrumento para isso?

Sendo relevante enfatizar que segundo Polya (1995, p. 14)

o método de questionar não é rígido. E ainda bem, pois, nestes assuntos, qualquer procedimento rígido, mecânico, pedante, será forçosamente prejudicial. O nosso método permite uma certa elasticidade e variação, admite abordagens diversas, pode e deve ser aplicado de tal maneira que as questões apresentadas pelo professor possam ter ocorrido ao próprio aluno.

Portanto, ao realizar tais questionamentos, o professor direciona os alunos a atingir alguns resultados previamente esperados para essa etapa, que são:

- Identificação do círculo como uma figura plana;
- Percepção da existência, ao nosso redor, de vários objetos de forma circular como CD, pratinho de festa, etc.
- Identificação do compasso como instrumento apropriado à construção de círculos.
- Construção do círculo.

Dando prosseguimento nessa etapa, optou-se por introduzir as etapas registro das resoluções, plenária, busca do consenso e formalização dos conteúdos em momentos intermediários, nos quais o professor julgou conveniente e oportuno.

Dessa forma, o docente, após instigar a busca por respostas, registrou-as na lousa e discutiu-as em plenária, objetivando um consenso. Em seguida, formalizou os conteúdos conceituando o círculo como uma figura plana; estabeleceu suas propriedades, e elementos como raio, diâmetro e centro; identificando objetos circulares e conceituando o compasso como instrumento adequado à construção de círculos. A figura 3 mostra a construção do círculo por um aluno.

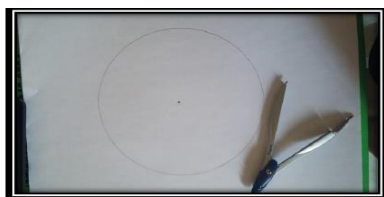


Figura 3 – Construção do círculo feito por um aluno.

Uma vez construído o círculo, foram propostas aos alunos as seguintes questões constantes no quadro 2.

Quadro 2: Questões propostas aos alunos

1-Quantos graus tem um círculo?
2-O que é ângulo?
3-O que é grau?

A partir de tais questionamentos, esperava-se que os alunos obtivessem os seguintes resultados:

- Identificação do círculo formado por 360 partes iguais, em que cada uma dessas partes correspondem a um grau, portanto o círculo contendo 360° .
- Percepção de que o ângulo é a região de um plano determinada pelo encontro de duas semirretas que possuem uma origem em comum, chamada vértice do ângulo.
- Percepção do grau como unidade de medida para os ângulos.

Após os alunos responderem essas questões, considerou-se conveniente introduzir as etapas de registro das resoluções, plenária, busca do consenso e formalização dos conteúdos. Nesse momento, o professor ouviu as respostas dos alunos, analisando os erros e os acertos nas argumentações e nas estratégias, procurando obter um consenso entre as respostas. Em seguida, realizou a conceituação formal do conteúdo, construindo os conceitos de ângulos, suas propriedades, elementos importantes, unidade de medida para ângulos, e por fim identificando o círculo como uma figura formada por 360° , nesse sentido, a figura 4 mostra a produção de um aluno.



Figura 4 – Identificação do ângulo.

O próximo passo para construção do relógio foi marcar no círculo os pontos referentes às horas do relógio. Para estimular os alunos a execução dessa atividade foi realizada a seguinte indagação constante no quadro 3:

Quadro 3: Questão proposta aos alunos

Como podemos realizar estas marcações a partir da análise do círculo e das respostas dadas aos questionamentos anteriores?

Na busca por soluções para essa indagação, o professor esperava que os alunos obtivessem os seguintes resultados:

- Percepção de que o relógio real está dividido em 12 partes referentes a cada intervalo entre as horas. E como o círculo desenhado por ele possui 360° , então ele teria que dividir esses 360° em 12 partes. Portanto, cada intervalo, por exemplo, entre uma hora e duas horas teria 30° graus.
- Para dividir a circunferência em 12 partes, iniciou-se dividindo ela ao meio, neste caso introduzindo o conceito de centro, diâmetro e raio.
- Para prosseguir nas divisões introduziu-se o transferidor para marcar a partir do centro e do diâmetro os demais ângulos de 30° . Nesse momento, relembrar ao aluno que do centro, ao ponto que indica a medida do ângulo, é suficiente para formar uma reta, ou seja, entre dois pontos distintos passa uma única reta que os uni.

Após a conclusão dessa atividade, foram novamente abordadas as etapas de registro das resoluções, plenária, busca do consenso e formalização dos conteúdos.

Na etapa de plenária e formalização dos conteúdos foi conceituado e aplicado o transferidor como instrumento adequado para marcação de ângulos, além disso, foram tratados os conceitos de reta, ponto, diâmetro e raio. A figura 5 evidencia o processo de marcação das horas realizado por um aluno.

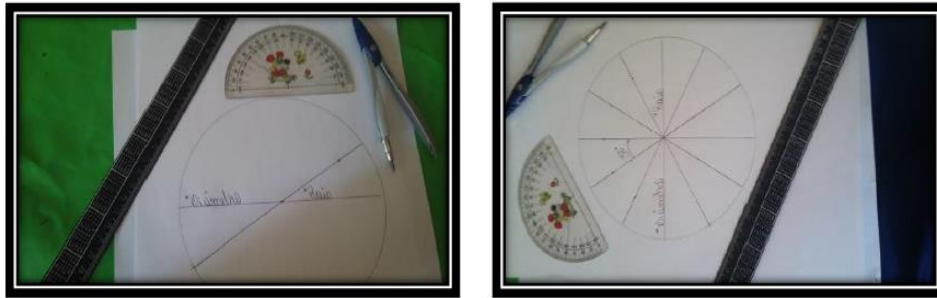


Figura 5 – Marcação das horas.

Prosseguindo na construção do relógio, foi dado início à construção dos ponteiros do relógio. Nesse momento da atividade, o professor esperava dos alunos o seguinte resultado:

- Percepção de que os ponteiros do relógio funcionariam como duas semirretas de mesma origem e com eles podem ser formados diversos ângulos.

Concluída essa atividade, o professor, mais uma vez, inseriu as etapas de registro das resoluções, plenária, busca do consenso e formalização dos conteúdos, nas quais foram relembando os conceitos de semirreta e ângulos.

ETAPA 4: PROPOSIÇÃO E RESOLUÇÃO DE NOVOS PROBLEMAS.

Uma vez que cada aluno construiu seu relógio lúdico, foi dado início a etapa de proposição de novos problemas. Para tanto, foi sugerido que os alunos formassem grupos com 3 ou 4 componentes. Tais grupos competiram entre si, resolvendo as novas situações problemas propostas pelo professor em sala de aula. Esses novos problemas foram elaborados fundamentando-se nas questões do livro Sousa e Pataro (2012). Neste caso, o livro didático utilizado pelos alunos desse município.

SITUAÇÕES PROPOSTAS:

1- O professor solicitou aos alunos que formassem com os ponteiros do relógio os ângulos expostos no quadro 4. O objetivo era que todos os membros dos grupos tentassem executar a atividade e dessa forma, o professor pudesse observar, analisar e avaliar o desenvolvimento dos alunos. Além disso, quando cada grupo dizia que havia conseguido montar o ângulo pedido no quadro 4, o professor expunha essa montagem para avaliação pelos demais grupos, a fim de verificar os

erros e os acertos, nas diversas formas e estratégias usadas por eles para formar tais ângulos.

Quadro 4:

90°	30°	60°	120°
150°	180°	270°	240°
300°	210°	330°	

2- Nesse problema o professor introduziu a classificação dos ângulos em: Reto, Raso, Agudo e obtuso. Após essa conceituação, foi solicitado aos alunos que construíssem com os ponteiros do relógio, exemplos de ângulos pedidos no quadro 5.

Quadro 5:

Obtuso	Raso	Reto	Agudo
--------	------	------	-------

3- O professor solicitou aos alunos que identificassem os ângulos formados pelos ponteiros do relógio, quando estes estiverem nas situações representadas no quadro 6.

Quadro 6:

Ponteiro								
Horas	9	12	9	9	4	3	4	6
Minutos	12	3	3	6	2	8	12	12

4- Realizando uma conexão com os conteúdos de fração, foi solicitado aos alunos que fixassem os ponteiros das horas e dos minutos no número 3 e realizassem no sentido anti-horário, movendo apenas o ponteiro dos minutos, os seguintes movimentos, e logo após identificassem os ângulos obtidos:

- Um quarto de volta.
- Meia volta.
- Três quartos de volta

- Uma volta completa.

Na fase final dessa etapa, foi aplicado um questionário (APÊNDICE B) individual com objetivo de analisar e avaliar a construção do conhecimento. Além disso, foi considerado o desempenho dos alunos nas questões envolvendo o conteúdo de ângulos, abordados nas seguintes avaliações realizadas durante a unidade:

- 1- Simulado para X Olimpíada Municipal de Matemática de Petrolina-PE, desenvolvido pela Secretaria Municipal de Educação de Petrolina (ANEXO A).
- 2- X Olimpíada Municipal de Matemática de Petrolina-PE (ANEXO B).
- 3- Avaliação da aprendizagem desenvolvida e aplicada pelo professor em sala de aula. (APÊNDICE C).

CAPÍTULO 4

4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O ensino e aprendizagem construído por meio da aplicação da metodologia de resolução de problemas, quando comparada com as metodologias tradicionais, requereu do professor um maior tempo e esforço para pesquisa e planejamento da atividade. De fato, foi fundamental que o docente realizasse uma minuciosa escolha dos problemas, a fim de que estes fossem realmente interessantes, funcionando como ponto de partida para construção do conhecimento e possibilitando aos estudantes uma participação ativa nessa construção, como afirmam Schroeder e Lester (1989) *apud* Onuchic (1999) problemas que fossem capazes de promover a construção do conhecimento.

Além da escolha do problema, foi necessário o planejamento de uma sequência didática na qual o professor delineasse estratégias de como abordá-lo em sala de aula, os objetivos, os resultados esperados da sua aplicação e alternativas para sanar possíveis dificuldades que os alunos encontrassem na sua resolução, ou seja, uma sequência didática em que o professor se colocasse na posição do discente, enxergando o problema segundo a visão e dificuldades destes.

Todas essas condições para escolha do problema e elaboração da sequência didática foram pensadas, para que o trabalho em sala de aula com a metodologia de resolução de problemas não se transformasse na resolução repetitiva e mecânica de exercícios sem significado, nos quais segundo os PCNs (BRASIL, 1998) o aluno aplica de forma quase mecânica uma fórmula ou um processo operatório.

4.1 ANÁLISE DA ETAPA 1

Para a etapa 1 (proposição do problema) foi necessário realizar uma análise dos conteúdos que se pretendiam trabalhar, análise do livro didático, dos exercícios propostos, para com isso elaborar uma situação problema que contemplasse os conteúdos e fosse capaz de despertar o interesse dos alunos em resolvê-la. Nessas circunstâncias, conforme Onuchic (1999), o professor desempenhou um papel de observador, pesquisador, organizador, consultor, mediador, interlocutor e incentivador da aprendizagem.

A ideia da construção do relógio lúdico originou-se da observação dos exercícios propostos no livro didático, o qual em algumas questões propunha ao aluno que escrevesse a medida em graus dos ângulos indicados entre os ponteiros dos relógios, conforme é mostrado na figura 6.

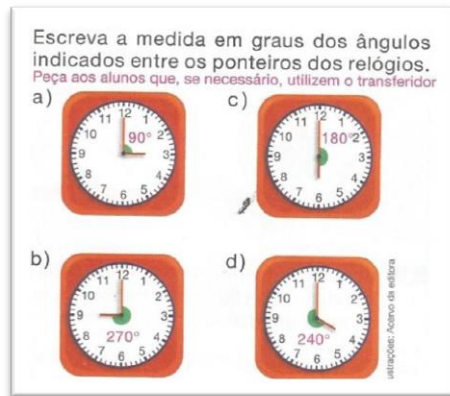


Figura 6: Questão do livro Sousa e Pataro (2012).

A partir da observação dessas questões, foi desenvolvida uma atividade na qual o aluno não só identificasse os ângulos no relógio, mas construísse esse relógio, seguindo critérios e propriedades Matemáticas. Resultando na elaboração da situação problema que se constituiu em construir um relógio de parede (lúdico).

Essa situação proposta corrobora com a definição de problema apresenta por Dante (1989, p. 10) ao considerar que um problema matemático "é qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la". Deste modo, segundo os PCNs (BRASIL, 1998), configurando-se como uma situação na qual os alunos precisam desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-la.

O caminho percorrido pelo professor até chegar à elaboração e ao planejamento do problema e da situação didática sem dúvida foi muito mais extenso e trabalhoso, que simplesmente se limitar a resolver os exercícios propostos no livro didático, atividade típica das aulas tradicionais baseadas na verbalização e repetição.

Essa dificuldade foi enfatizada por Fernandes e Oliveira (2015) ao afirmarem que o trabalho com resolução de problemas não é tarefa fácil, demandando para sua aplicação de professores preparados. Entretanto, a participação, o empenho, a

motivação e o envolvimento dos alunos na tentativa de resolverem a situação proposta foram bastante significativos, o que lhes possibilitou uma atuação direta na construção do seu próprio conhecimento, tornando-os sujeitos ativos do processo de ensino e aprendizagem. Com isso, ratificando o posicionamento dos autores Allevato e Onuchic (2011) ao enfatizarem que o problema é ponto de partida para construção de novos conhecimentos e nessa perspectiva os alunos são co-construtores do seu próprio conhecimento.

4.2 ANÁLISE DA ETAPA 2

No primeiro momento de aplicação da atividade, o professor deu prosseguimento a sequência didática com a etapa 2 (leitura individual e em conjunto), apresentando o problema aos alunos, para que estes realizassem a leitura individual e em conjunto. A maior parte dos alunos apresentou-se motivado e interessado na execução da atividade. Mas queriam começar a resolver imediatamente o problema sem nenhum rigor matemático e sem qualquer orientação. Então, o professor explicou-lhes que o principal objetivo era a construção dos conceitos matemáticos sobre ângulos e suas aplicações, e não uma atividade meramente lúdica sem finalidade cognitiva, conseqüentemente seria necessário paciência, responsabilidade, planejamento e empenho para conclusão da atividade.

Seguindo no desenvolvimento da etapa 02, e a fim de que os alunos obtivessem uma maior compreensão do problema, o professor solicitou-lhes que realizassem a elaboração do planejamento prévio do relógio. A partir da realização desse planejamento, foi possível identificar que os alunos tinham conhecimento do formato do relógio e disposição das horas, e que alguns tinham dúvidas quanto aos ponteiros do relógio ao observar a pergunta realizada pelo aluno A:

“professor o menor ponteiro marca as horas ou os minutos”?

O fato dos alunos conhecerem o formato do relógio, a disposição das horas e dos ponteiros, foi um fator importante para prosseguir com a atividade, uma vez que eles mostraram ter conhecimentos prévios para resolver o problema. Quanto aos questionamentos a cerca dos materiais e instrumentos necessários, foi verificado que alguns alunos confundiam matérias com instrumentos e outros não relataram os instrumentos necessários ou não conheciam os instrumentos geométricos.

Dando sequência à atividade, foi realizada a socialização das produções, a princípio os alunos não queriam revelar seu planejamento aos colegas, dizendo, por exemplo, que:

Aluno B: *“o meu tá muito feio”*

Aluno C: *“vão rir do meu”*

Aluno D: *“eu não fiz tudo”*

Entretanto, por meio da mediação do professor, os alunos foram cedendo e mostrando suas produções aos colegas e dessa forma, compartilhando, entre si e com o professor, ideias e conhecimentos sobre a construção do relógio. Nesse momento, o professor aproveitou para questionar os alunos sobre a diferença entre materiais e instrumentos, propondo-lhes indagação como:

“Para essa atividade régua, tesoura, transferidor, compasso são instrumentos ou materiais?”

Após responderem essa indagação, foi proposta uma reanálise do planejamento no tocante aos itens materiais e instrumentos. Um fato importante é que apesar de terem citados em seu planejamento os instrumentos compasso e transferidor, provavelmente por que o professor os citou como exemplos, os alunos desconheciam a finalidade e a utilização destes.

4.3 ANÁLISE DA ETAPA 3

No segundo momento de execução da sequência didática, foi dada início a etapa 3 (resolução do problema), a qual foi intercalada com as etapas de registro na lousa, plenária, busca do consenso e formalização dos conteúdos, pois o professor julgou conveniente e oportuno para o desenvolvimento da atividade. Desse modo, valendo-se do planejamento elaborado na etapa 2, e dos materiais e instrumentos trazidos pelos alunos e pelo professor, foi iniciada a execução das atividades.

Nessa etapa, foi identificado que alguns dos alunos se anteciparam e produziram os relógios em casa, trazendo nesse dia. Apesar de esse fato revelar um interesse e iniciativa em produzir e participar, mostrou também uma ansiedade para resolver o problema de qualquer forma, fato que muitas vezes impedem os alunos

de seguirem e de aplicarem as propriedades Matemáticas envolvidas na situação. Tal prática contraria aquilo que os PCN's (BRASIL, 1997, p. 33) dizem sobre os métodos de resolução de problemas:

Resolver um problema pressupõe que o aluno:

- elabore um ou vários procedimentos de resolução (como, por exemplo, realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses);
- compare seus resultados com os de outros alunos;
- valide seus procedimentos.

Ou seja, é necessário que o aluno planeje suas ações, elabore estratégias, tenha uma ideia de onde se quer chegar, é preciso ter um roteiro a ser seguido. Além disso, é preciso analisar, pacientemente, todos os detalhes desse plano, para que não restem pontos obscuros, os quais possam ocultar erros (POLYA, 1995). Os alunos que trouxeram os relógios prontos (ver figura 7), certamente, não se preocuparam com a elaboração de um plano orientador, tampouco seguiram uma sequência ordenada e lógica de passos para realização da atividade, apenas se arriscaram aleatoriamente na tentativa de resolver o problema.



Figura 7 – Relógio construído sem formalismo Matemático.

A ausência da aplicação de propriedades Matemáticas fica visivelmente identificada quando se observa na figura 7, que o espaço reservado ao intervalo entre os números 11 e 12 destoou do padrão seguido nos demais intervalos, a seta de cor preta indica que nesse caso o espaço é muito maior que os outros. Diante desses fatos, os alunos que se anteciparam a execução da etapa 3 foram orientados a refazerem os relógios aproveitando os mesmos materiais.

Para estimular os alunos a prosseguirem na execução do plano elaborado na etapa 2, o professor valeu-se gradativamente de indagações, nas quais a busca por estratégias para resolvê-las iam progressivamente possibilitando ao aluno a

construção do conhecimento, por meio de uma postura ativa e participativa como é apontado nos PCNs (BRASIL, 1998). Neste caso, o professor não apresentou aos alunos respostas prontas e acabadas, sem significados e que em pouco tempo seriam esquecidas, mas promoveu meios e sugeriu caminhos para que estes assumissem a responsabilidade em construir suas próprias respostas, conforme orientam Allevato e Onuchic (2011).

Nessa perspectiva, o professor assumiu uma postura de mediador possibilitando que o aluno explorasse os conhecimentos prévios a fim de construir os novos conhecimentos, realizando com isso uma construção significativa do conhecimento, em que segundo Ausebel *apud* Moreira (1999) a aprendizagem é significativa quando a nova informação ancora-se em conceitos ou proposições relevantes, preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz.

Desse modo, o docente promoveu ao aluno a oportunidade para “ele mesmo explorar, organizar e expor seus pensamentos, estabelecendo uma relação entre suas noções informais ou intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da matemática” (DANTE, 2010, p.18). Conseguindo com isso um dos benefícios da metodologia de resolução de problemas que é a valorização do conhecimento prévio do discente.

Após realizar as indagações constantes no quadro 1 da situação didática, foi disponibilizado tempo para que os alunos pudessem refletir e explorar os conhecimentos prévios, consultar os colegas e discutir estratégias, a fim de responderem as indagações sugeridas. Em seguida, foi realizada a análise das respostas dadas aos questionamentos.

4.3.1 ANÁLISE DAS RESPOSTAS AS INDAGAÇÕES DO QUADRO 1

Abaixo foram apresentadas algumas das respostas fornecidas pelos alunos ao responderem aos questionamentos do quadro 1.

Aluno E: *“poderíamos utilizar um CD para desenhar o círculo”*.

Aluno F: *“vou utilizar o CD como círculo”*.

Aluno G: *“posso utilizar o prato da merenda para desenhar”*.

Aluno H: *“usei o transferidor e régua para construir o círculo, desenhei com a régua uma reta por ela desenhei, usando o transferidor, a parte de cima e a parte de baixo do círculo”.*

Aluno I: *“professor acho que é com o compasso, mas não sei usar”.*

Ao observar as respostas dos alunos, percebeu-se que eles responderam aos três questionamentos do quadro I. Isso mostrou que os alunos fizeram uma associação entre construir o círculo e usar objetos em formatos circulares, e também de aplicar os instrumentos como transferidor e compasso, na tentativa de elaborar uma estratégia e um plano para resolver o problema, conforme é evidenciado nas figuras 8 e 9.



Figura 8 – Aluno J utilizou CD como modelo para desenhar o círculo.



Figura 9 – Aluno K utilizou o próprio CD na construção do relógio.

Quando o professor perguntou ao aluno o porquê da utilização do transferidor para construir círculo, ele respondeu que:

Aluno H: *“transferidor é a metade de um círculo, portanto basta desenhar as duas partes do círculo”.*

Já o aluno que utilizou o compasso para construir o círculo, disse:

Aluno I: *“eu acho que é o compasso, pois estou tentando utilizá-lo e percebo que ele forma círculos, mas não consigo desenhar direito”.*

Essas atitudes mostraram que os alunos estavam empenhados, envolvidos, motivados, pensando e planejando ações para obter o resultado que era construir o relógio, desenvolvendo atitude como a criatividade, independência e habilidade de elaborar o raciocínio lógico, virtudes estas apontadas por Dante (1991).

Nesse momento da atividade foi possível perceber que os alunos conseguiram obter os resultados esperados pelo professor para execução dessa parte da atividade. Tendo em vista que, os alunos identificaram o círculo como uma figura construída sobre o plano, perceberam vários objetos em formato circular, os quais possibilitaram a utilização para desenhar a parte circular do relógio, perceberam o compasso como instrumento apropriado para construir círculos, além de conseguirem realizar a construção do círculo.

Como é orientado em Allevato e Onuchic (2011) para consolidar essa primeira parte da resolução do problema, o professor registrou as respostas dos alunos na lousa, e a partir desse registro promoveu a fase de plenária, na qual foram discutidas e analisadas as respostas, apontando erros, acertos, buscando um consenso e a forma mais viável para se construir o círculo. Logo após, foi formalizado os conceitos de círculo, suas propriedades, noções e importância do centro, diâmetro e raio.

Também foi abordada a utilização do compasso como instrumento adequado para construção de círculos. Nesse momento, foi constatado, por exemplo, que a escolha por construir o círculo valendo-se de objetos modelos, impossibilitava ou dificultava a localização do centro do círculo, já a utilização do transferidor, apesar do raciocínio ser coerente, não deixou o círculo em formato perfeito, pois o aluno não o posicionou corretamente.

Após a etapa de formalização alguns alunos que haviam construído os círculos, tomando objetos como modelo para o desenho, optaram por refazê-los agora utilizando o compasso, mostrando que houve uma reavaliação, uma verificação do seu passo a passo, um retrospecto dos seus procedimentos, para dessa forma, identificar erros em suas estratégias e, sobretudo, elaborando novos procedimentos para corrigi-las como é orientado em Polya (1995).

Essa atitude revela-se positiva, pois possibilita ao aluno pensar produtivamente, elaborando novas e diferentes soluções, aplicando novas maneiras, não se limitando a reproduzir, mas a construir o seu conhecimento por meio do diálogo, da experimentação, da pesquisa. Nessa perspectiva, Polya (1995, p. 114) afirma que:

Na resolução de problemas que, para ele, não são muito fáceis, o estudante aprende a perseverar a despeito de insucessos, a apreciar pequenos progressos, a esperar pela ideia essencial e a concentrar todo o seu

potencial quando este aparecer. Se o estudante não tiver, na escola, a oportunidade de se familiarizar com as diversas emoções que surgem na luta pela solução, a sua educação matemática terá falhado no ponto mais vital.

Por outro lado, alguns alunos persistiram em utilizar as estratégias que vinham seguindo, essa atitude foi respeitada pelo professor, visto que o objetivo foi possibilitar liberdade para que o aluno experimentasse, utilizasse sua criatividade para superar os desafios encontrados no seu planejamento e que no final conseguisse resolver o problema, ou identificar o que errou e o porquê do seu erro.



Figura 10 – Aluno L reconstruiu o círculo fazendo uso do compasso.

4.3.2 ANÁLISE DAS RESPOSTAS AS INDAGAÇÕES DO QUADRO 2

Posteriormente à construção do círculo, o professor prosseguiu com as atividades e a fim de continuar mediando, estimulando e conduzindo os alunos para um fim desejado realizou os questionamentos do quadro 2.

Dentre as respostas apresentadas pelos alunos as mais citadas foram:

Aluno M: *“O círculo tem 360°”*.

Aluno N: *“não sei conceituar ângulo, mas sei identificá-lo”*.

Aluno O: *“grau é este símbolo (°)”*.

A partir da análise das respostas dadas por alguns alunos, pôde-se observar, que ao serem questionados sobre quantos graus tem um círculo, a maior parte da turma tinha conhecimento de que possuía 360°, pois os alunos afirmaram que já haviam estudado ou visto esta informação em algum momento, inclusive alguns alunos brincaram com a informação cantando versos de uma música popular, em que segundo eles diz: *“cento e oitenta, cento e oitenta trezentos e sessenta”*.

Essas evidências revelaram que os alunos possuíam informações prévias a cerca de algumas propriedades do círculo e que caberia ao professor explorar tais informações como ponte para ligação entre prévios e novos conhecimentos. Dessa forma, ao longo da execução da atividade, os alunos foram sendo expostos a

diversas situações e momentos que os possibilitavam desenvolver habilidades Matemáticas e a entender o papel dessa disciplina nos trabalhos diários. Sendo levados, segundo Onuchic (1999, p. 210)

a explorar, adivinhar e, até mesmo, a cometer erros de modo que, através dessas atividades, ganhassem confiança em sua capacidade de resolver problemas simples ou complexos; que lessem, escrevessem e discutissem matemática; que conjecturassem, testassem e construíssem argumentos sobre a validade de uma conjectura.

Com relação à análise das respostas dadas a questão 2 do quadro 2. Observou-se que, os alunos não souberam conceituar o ângulo, mas conseguiam identificá-lo, mesmo sem ter noção das suas medidas exatas ou aproximadas. Dentre as argumentações dos alunos pode-se citar:

Aluno P: *“professor, por exemplo, ao abrir a porta da sala nós conseguimos formar um ângulo entre a porta e a parede”.*

Aluno Q: *“os encontros das paredes da sala formam ângulos”.*

Essas afirmações mostraram que os alunos, embora não tivessem um conceito formal de ângulos, possuíam uma noção do que é ângulo, possuindo a capacidade de identificá-los em um contexto significativo que é a própria sala de aula. Já para a pergunta 3 do quadro 2, os alunos apenas apontavam o símbolo, não conceituando o grau como a unidade de medida para os ângulos.

Essas respostas demonstraram que os alunos possuíam uma noção fragmentada das propriedades e conceitos de ângulos, ou seja, sabiam identificar, conheciam símbolos, mas não sabiam conceituar ou generalizar estas informações em um contexto matemático formal.

Para prosseguir com atividade o professor introduziu as etapas registro das resoluções na lousa, plenária, busca do consenso, e logo após um dialogo entre professor e aluno, foi realizada, a etapa de formalização do conteúdo, na qual segundo Schirlo e Silva (2009), definições e propriedades são sistematizadas pelo professor.

Esse foi um momento de interação, partilha de conhecimentos, no qual o professor pôde ouvir os alunos, ouvir o que eles sabem sobre o conteúdo, um momento em que o professor interviu como um facilitador, para que o aluno de

forma ativa e a partir dos seus conhecimentos prévios conseguisse construir um conhecimento formal do conteúdo em estudo, e assim atingindo os resultados previamente planejados pelo professor para essa parte da atividade, os quais foram listados no capítulo 3.

4.3.3 ANÁLISE DAS RESPOSTAS AS INDAGAÇÕES DO QUADRO 3

Dando continuidade a sequência didática, na etapa de resolução do problema correspondente a marcação das horas o professor, a fim de orientar os alunos, realizou a indagação que consta no quadro 3.

Para responder a esse questionamento o professor propôs aos alunos que analisassem todos os procedimentos realizados até o momento, todas as respostas fornecidas e estratégias aplicadas, em seguida, foi concedido um tempo para essa análise. Concluído esse período, o professor verificou as respostas e as estratégias traçadas para marcação das horas do relógio (ver figura 11).



Figura 11: Alunos utilizando o transferidor para realizar a marcação dos ângulos.

Alguns alunos conseguiram realizar a associação existente entre os 360° que compõe o círculo e a divisão do relógio em 12 partes. Dessa forma, dividiram os 360° em 12 partes cada uma com 30° . Outros alunos necessitaram de orientação para realizar essa associação, além da ajuda do professor para realizar a divisão.

Apesar de terem conseguido raciocinar quanto à lógica de divisão, os alunos não conseguiam marcar corretamente os intervalos de 30° ou não sabiam por onde começar as marcações, pois não tinham conhecimento da utilização do transferidor para marcar o ângulo. Nesse momento, foi necessária uma intervenção direta do professor na orientação da utilização do transferidor, realizando assim a mediação das primeiras marcações e posteriormente os alunos prosseguiram realizando as demais marcações.

Para isso, pediram ajuda aos colegas, recorreram novamente ao professor, alguns demonstravam certo desespero ao elevar o tom de voz para pedir ajuda. Esse cenário de movimentação, compartilhamento, intervenção e interação do qual participaram alunos e professor é descrito por Van de Walle (2001) *apud* Fernandes e Oliveira (2015), ao enfatizar a postura do professor na promoção de um espaço matemático em que todos se sintam motivados, sendo ele o responsável por esse ambiente.

Durante a atividade os alunos demonstraram-se interessados e envolvidos na execução da mesma, mas quando erravam as marcações reclamavam, ameaçaram desistir e ficavam dispersos. Foi necessário muita paciência e esforço, tanto do professor como dos alunos para conclusão da atividade de marcar os ângulos, também necessário que o professor compreendesse as dificuldades, percebesse que a movimentação dos alunos em sala de aula, não era aleatória e sem sentido, mas sim uma movimentação na tentativa de buscar estratégias, alternativas para sanar dúvidas e assim obter respostas.

Deste modo, o docente precisou entender que a sala de aula é um laboratório, no qual os alunos se arriscam na tentativa de testarem seus planos, estratégias e argumentos. Compreendendo que as aulas de Matemática são dinâmicas, nas quais os alunos necessitam sair de suas cadeiras enfileiradas e estáticas para trabalhar em grupo, questionar, errar e corrigir os erros. Cabendo ao professor favorecer situações e tomar atitudes que propiciem a construção desse ambiente de aprendizagem (VAN DE WALLE, 2001 *apud* FERNANDES e OLIVEIRA, 2015).

Após conseguirem superar as dificuldades na execução e finalmente realizar todas as marcações os alunos demonstraram um sentimento de superação, satisfação e orgulho, confirmando a afirmação de Dante (1991) ao dizer que a resolução de problemas pode desenvolver no aluno a iniciativa, criatividade, independência e habilidades.

O professor aproveitou esse momento para realizar um retrospecto, uma reavaliação das estratégias, do passo a passo para execução da atividade. Logo após formalizou o conteúdo matemático em estudo apresentando as propriedades e

conceitos inerentes a esse assunto. Portanto, pôde-se observar que alunos conseguiram obter os resultados esperados para essa parte da atividade listados no capítulo 3.

4.3.4 ANÁLISE DA CONSTRUÇÃO DOS PONTEIROS DO RELÓGIO E CONCLUSÃO DO RELÓGIO

Para concluir a etapa de resolução de problema restava apenas a construção dos ponteiros do relógio. Para isso, o professor deixou os alunos livres para confeccionar os ponteiros.

Eles elaboraram diversas estratégias, analisaram critérios, inclusive notaram a necessidade de os ponteiros terem a possibilidade de se movimentarem, utilizando diversos materiais para essa construção, tais como palitos, emborrachados e materiais recicláveis. Os alunos demonstraram autonomia e iniciativa, atitudes apontados em Dante (1991). Esse processo de construção dos ponteiros do relógio é mostrado nas figuras 12 e 13.



Figura 12: Aluna R construindo os ponteiros do relógio.



Figura 13: Os alunos realizando a construção do relógio.

Mesmo com esse bom desempenho dos alunos nessa parte da atividade, o professor precisou intervir para que eles percebessem que os ponteiros do relógio

funcionariam como duas semirretas de mesma origem e que de acordo com abertura formada por elas seria possível obter diversos ângulos.

Em seguida, foi realizada, a exposição das diversas formas de construir os ponteiros, bem como realizada uma plenária para obter um consenso sobre as propriedades e finalidades dos ponteiros, conforme mostra a figura 14. Logo após, o professor formalizou os conceitos de semirretas e revisou os conceitos de ângulos e suas propriedades.



Figura 14: Os alunos interagindo, dialogando, trocando informações para obterem solução do problema.

Após os alunos concluírem a parte interna do relógio em formato circular, realizar as marcações referentes às horas e a construção dos ponteiros, a fim de concluir a etapa de resolução de problemas foi disponibilizado tempo para que eles decorassem seus relógios segundo sua criatividade, inserindo assim seu toque pessoal, conforme evidenciado nas figuras 15,16 e 17.



Figura 15: Aluna R mostrando o resultado da sua produção.



Figura 16: A aluna iniciando a execução da atividade e posteriormente compartilhando com suas colegas o resultado de sua construção.



Figura 17: Relógios construídos pelos alunos.

4.4 ANÁLISE DA ETAPA 4

4.4.1 RESOLUÇÃO DA PRIMEIRA QUESTÃO

No terceiro momento de aplicação da sequência didática foi então iniciada a etapa 4 (resolução de novos problemas), essa etapa propõe que o aluno tendo resolvido os problemas iniciais, agora resolva novos problemas, em novas situações e contextos, dessa forma, obtendo uma generalização dos seus processos de resolução, realizando uma fixação e aplicação dos conhecimentos construídos.

Para estimular os alunos a participarem desse momento, o professor separou os alunos em grupos que competiram entre si resolvendo os questionamentos feitos pelo professor.

Ao responderem o primeiro questionamento: Formar com os ponteiros do relógio os ângulos expostos no quadro 4 das situações propostas. A maioria dos alunos conseguiu perceber que os ângulos solicitados eram múltiplos de 30, logo restava a eles realizarem operações de adição ou multiplicação até obter o valor solicitado. Veja o raciocínio de um aluno na frase abaixo e na figura 18.

Aluno S: “o ângulo de noventa graus é formado quando somamos $30+30+30$ ”.



Figura 18: Disposição dos ponteiros para formar o ângulo 90° feito pelo aluno S.

Notou-se que os alunos conseguiram fazer uma ligação das ações realizadas na etapa de resolução de problemas quando dividiram os 360° do círculo em 12 partes cada uma com 30° e a etapa de resolução de novos problemas. Dessa forma, realizando uma generalização da resolução de problemas, em que segundo Allevato e Onuchic (2011) diversos problemas podem ser resolvidos valendo-se das mesmas estratégias aplicadas para resolver o problema gerador.

Com relação aos alunos que não conseguiram realizar a montagem dos ângulos solicitados com os ponteiros do relógio, o professor foi instigando-os a perceberem que os intervalos estavam separados em 30° , logo lhes bastavam realizar as operações de adição ou multiplicação necessárias.

Também foi possível perceber que os alunos apresentaram diversas maneiras de formar o mesmo ângulo, realizando apenas as movimentações adequadas dos ponteiros. Essas diversas formas foram expostas aos demais alunos, para que eles percebessem que o mesmo ângulo podia ser formado em posições diferentes (ver figura 19), evidenciando o descritor ângulos associados à mudança de direção.



Figura 19: Ângulo de 180° formado com os ponteiros do relógio pelos alunos S e T.

Toda vez que os alunos formavam os ângulos solicitados, o professor pedia para que eles identificassem, também, o ângulo externo formada pelos ponteiros do relógio. Com isso os alunos perceberam que ao formarem um dos ângulos solicitados no quadro 4, por exemplo, 60° eles também formavam o ângulo de 300° , ou seja, a disposição dos ponteiros formavam dois ângulos, possibilitando assim reconhecer ângulos em figuras planas.

4.4.2 RESOLUÇÃO DA SEGUNDA QUESTÃO

Na segunda questão das situações propostas, o professor apresentou a classificação dos ângulos de acordo com o quadro 5 e em seguida, continuou com a competição, solicitando aos alunos que construíssem exemplos de ângulos expostos nesse quadro.

Nessa situação, os alunos aprenderam a classificação dos ângulos praticando, competindo, construindo eles mesmos. Dessa forma, estabelecendo uma relação significativa entre sujeito e objeto, rompendo com as práticas tradicionais de memorização, repetição e treinamento. Essa sistemática de ensino corrobora com o pensamento de Vergnaud (1996) *apud* Vasconcelos (2008) quando afirma que o ensino e aprendizagem de um conceito não se pode resumir a sua definição, mas que é por meio das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire significado.

4.4.3 RESOLUÇÃO DA TERCEIRA QUESTÃO

Para a terceira questão das situações propostas, o professor solicitou que os alunos identificassem os ângulos formados, quando os ponteiros do relógio

estivessem dispostos segundo o quadro 6. Nesse caso, eles montavam os ângulos segundo a indicação do quadro e depois tinham que identificar a medida deste.

Nesta questão, a dificuldade de alguns alunos foi diferenciar os ponteiros das horas e dos minutos, tal dificuldade já havia sido identificada com o questionamento do aluno A na análise da etapa 2, e posteriormente com o questionamento realizado pelo aluno T:

Aluno T *“o ponteiro das horas é o grande ou o pequeno?”*

A fim de sanar a dúvida o professor expos esse questionamento para toda a turma, após discussão foi então esclarecido o que cada ponteiro indicava.

4.4.4 RESOLUÇÃO DA QUARTA QUESTÃO

A quarta questão fazia uma associação entre os conteúdos de fração e ângulos, essa foi a questão na qual os alunos mais apresentaram dificuldades, não para identificar o ângulo, mas para identificar as frações solicitadas no enunciado. Por isso, para solucionar essa questão, o professor necessitou intervir com uma pequena revisão sobre frações. Essa postura ativa e interventiva do professor, a fim de esclarecer dúvidas, é defendida por Van de Walle (2001) *apud* Fernandes e Oliveira (2015) ao dizer que não cabe a aquele que ensina por meio da metodologia de resolução simplesmente propor um problema, sentar-se e esperar que aconteça uma mágica, mas sim intervir, mediar e orientar para que os alunos possam chegar às soluções desejadas.

Durante a realização da atividade, os alunos cobravam ao professor que marcasse seus acertos na lousa, fiscalizavam os colegas, corriam para serem os primeiros a mostrar os ângulos, essas atitudes demonstravam seu comprometimento, empenho na execução da atividade e o desejo de serem os campeões dessa competição, ratificando mais uma vez o pensamento de Dante (1991) ao dizer que é possível por meio da resolução de problemas desenvolver no aluno a iniciativa, motivação, criatividade e habilidades de elaborar um raciocínio lógico.

Na construção do relógio e execução das atividades propostas, os alunos apresentaram empenho, motivação e responsabilidade, demonstravam em suas

atitudes a figura de um sujeito ativo, participativo e autônomo, que por meio da mediação e orientação do professor estavam inseridos em um cenário de construção conjunta do conhecimento, no qual o docente desafiava o aluno por meio de indagações e situações problemas, possibilitando assim que ele buscasse suas próprias estratégias para resolver o problema.

Possibilitando ainda que questionasse a si mesmo, refletisse, dialogasse com o professor e com os outros alunos, testasse seus procedimentos, realizasse um retrospecto, uma reavaliação de suas estratégias e verificasse se realmente obteve o êxito na sua solução.

Dessa forma, a sala de aula mostrou-se um ambiente dinâmico, interativo e atraente, no qual o aluno apresentava-se como protagonista na construção do conhecimento. Todo esse contexto reafirma o posicionamento de Dante (1991), Onuchic (1999), PCN (BRASIL, 1998), Allevato e Onuchic (2011), Polya (1995), entre outras literaturas citadas neste trabalho, sobre as vantagens da aplicação da metodologia de resolução de problemas para o ensino e aprendizagem de Matemática, configurando-se como uma excelente estratégia de ensino e que segundo os mesmos deve ser foco do currículo de Matemática.

4.5 AVALIAÇÃO DO RENDIMENTO DOS ALUNOS APÓS A APLICAÇÃO DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

4.5.1 AVALIAÇÃO DO RENDIMENTO DOS ALUNOS NO QUESTIONÁRIO INDIVIDUAL.

Para avaliar o rendimento dos alunos após a aplicação da metodologia de resolução de problemas, o professor aplicou um questionário individual (APÊNDICE B). Neste caso, pretendeu-se analisar o desempenho dos alunos em situações de avaliações tradicionais, nas quais eles deveriam mostrar os resultados de sua aprendizagem e se conseguiriam aplicar as estratégias por eles desenvolvidas para resolverem diversos problemas relacionados à temática em estudo, sem necessitar da mediação do professor ou auxílio dos colegas para isso.

O questionário composto de quatro questões que abordavam as mesmas temáticas trabalhadas na sequência didática elaborada pelo professor, mas agora

colocados para o aluno em uma folha de papel para que ele lesse e desenvolvesse seu pensamento abstrato e aplicasse suas estratégias para resolvê-las.

Para analisar o rendimento dos alunos ao resolverem o questionário foram consideradas para cada item as seguintes situações:

Situação 1- Número de alunos que desenvolveram e aplicaram uma estratégia obtendo êxito na resolução do problema.

Situação 2- Número de alunos que desenvolveram e aplicaram uma estratégia, mas não obtendo êxito na resolução do problema.

Situação 3- Número de alunos que não conseguiram desenvolver uma estratégia para resolução do problema.

A figura 20 mostra o rendimento dos alunos na resolução de cada item do questionário segundo as situações citadas.

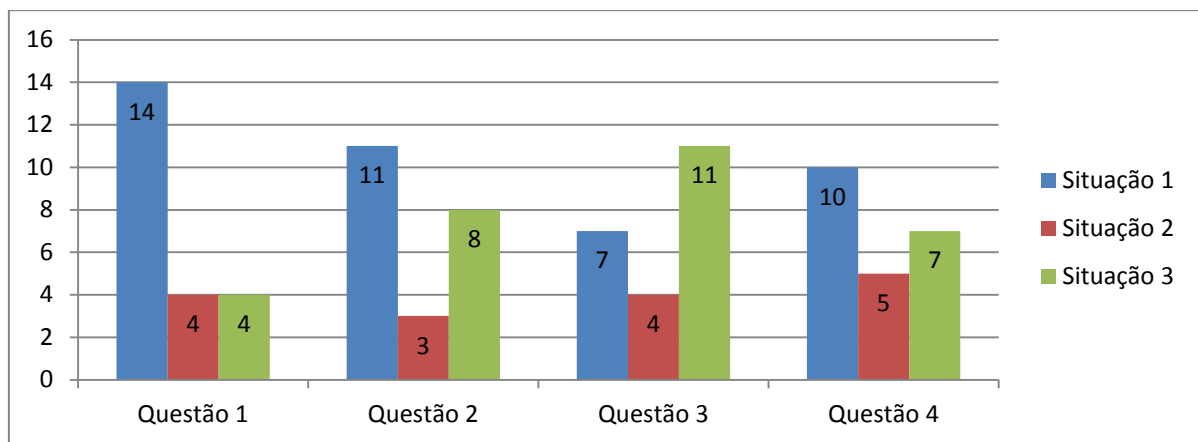


Figura 20: Rendimento dos alunos na resolução de cada item do questionário.

4.5.1.1 RENDIMENTO DOS ALUNOS NA QUESTÃO 1

A partir da observação da figura 20, verificou-se que a questão 1 foi a que os alunos apresentaram o rendimento mais expressivo, demonstrando que conseguiram desenvolver, generalizar e aplicar estratégias exitosas para resolverem o problema. Conseqüentemente, como afirmam Allevato e Onuchic (2011) o problema foi realmente um ponto de partida para construção de novos conhecimentos.

Essa questão abordava tanto a necessidade de formar os ângulos a partir de medidas dadas, bem como a partir de sua classificação. Portanto, pôde-se inferir da análise da primeira questão que a aplicação da metodologia de resolução de problemas trouxe resultados satisfatórios quando se trata de formar ângulos,

identificá-los segundo suas medidas e classificações, as figuras 21 e 22 mostram resoluções apresentadas por alunos.

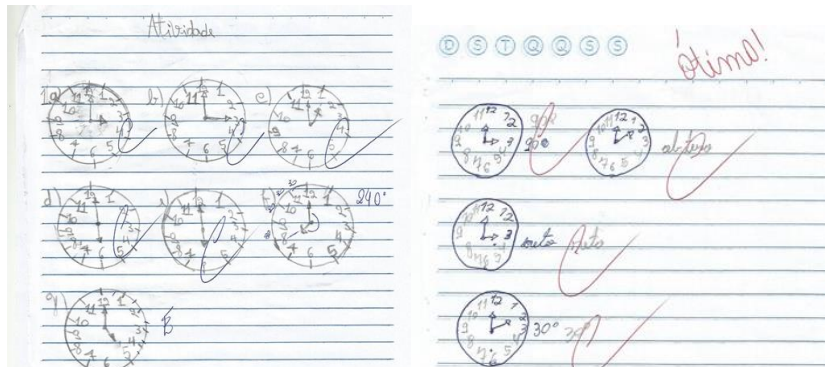


Figura 21: Resolução da primeira questão por dois alunos com êxito.

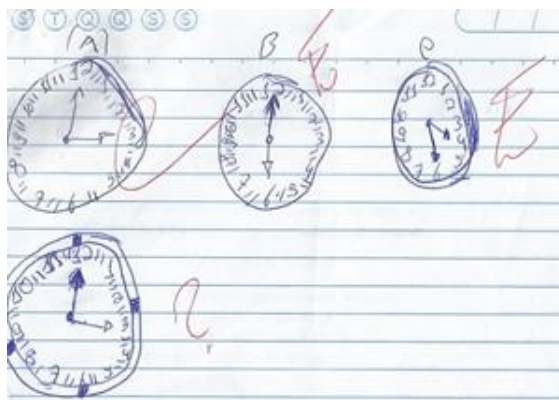


Figura 22: Tentativa sem êxito da aluna U para obter a solução da questão 1.

4.5.1.2 Rendimento dos alunos na questão 2

Na questão 2 um número significativo de alunos não conseguiu desenvolver uma estratégia para solucioná-la. Quando indagados sobre o porquê de não terem conseguido desenvolver a estratégia para resolver o problema, alguns alunos afirmaram que a questão era similar a questão 1 e que devido ao cansaço optaram por não resolvê-la, mostrando que ao se depararem com situações repetitivas e mecânicas eles se desanimam e muitas vezes desistem dos objetivos pretendidos. Outros disseram que não sabiam interpretar o enunciado da questão e aleatoriamente marcaram um “X” em um dos espaços do quadro como se fosse uma questão de múltipla escolha, conforme mostra a figura 24, houve ainda os que se

mostraram indiferentes a execução da atividade, negando-se a resolvê-la sem ao menos realizar uma leitura da atividade.

A esse respeito, Polya (1995) alerta sobre a necessidade de entender e interpretar o enunciado do problema, chamando de tolice responder a algo que não se compreenda.

Apesar dessa dificuldade a maioria dos alunos conseguiu desenvolver e aplicar uma estratégia obtendo êxito na resolução do problema, conforme é evidenciado nas figuras 23 e 25.

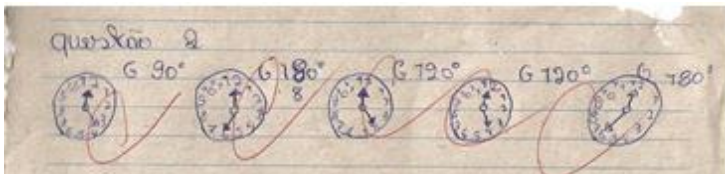


Figura 23: Resolução da questão 2 com êxito.

Ponteiro das horas	12	12	12	4	6	3	9	10	1	2	4	8	6
Ponteiro dos minutos	3	6	4	12	12	12	12	4	11	10	7	3	9
	X								X	X			

Figura 24: Aluna V ao responder a questão 2 simplesmente marca "X" nos espaços do quadro.

Ponteiro das horas	12	12	12	4	6	3	9	10	1	2	4	8	6
Ponteiro dos minutos	3	6	4	12	12	12	12	4	11	10	7	3	9

Figura 25: Aluno F indicou os ângulos por meio de sua classificação.

4.5.1.3 Rendimento dos alunos na questão 3

A análise do desempenho dos alunos na questão 3 revelou que restavam muitas dificuldades quando o exercício relacionava fração e a identificação de ângulos. Essa dificuldade foi evidenciada, também, na etapa de proposição e resolução de novos problemas, na qual para resolver o problema proposto no item 4 das situações propostas, os alunos necessitaram de uma intervenção direta do professor, que realizou uma breve revisão sobre o conteúdo de frações necessárias para resolver esse problema.

Assim, percebeu-se que na realidade a dificuldade e o baixo desempenho dos alunos nesse exercício não foi devido à falha da aplicação da metodologia de resolução de problemas, mas a não construção adequada do conhecimento do conteúdo de frações quando estudados nos anos anteriores.

4.5.1.4 Rendimento dos alunos na questão 4

A quarta questão sugeria ao aluno que identificasse os ângulos formados em uma malha quadriculada (ver figura 26). Essa questão propunha analisar a generalização do conteúdo de ângulos, pois agora o aluno teria que relacionar as atividades desenvolvidas com o relógio e aplicá-las em um contexto diverso da identificação dos ângulos formados com os ponteiros do relógio.

A partir da observação da figura 20, pôde-se inferir que um número considerável de alunos conseguiu identificar a relação dos ângulos trabalhados no relógio com a identificação dos ângulos no plano da malha quadriculada. Sendo um fator positivo, pois evidência que o aluno conseguiu generalizar suas estratégias de solução, aplicando-as em novos problemas, dentro de novos contextos.

Dessa forma, revelando também, que a aplicação da metodologia de resolução de problemas, para construção do relógio, não teve um fim em si mesma, mostrando-se como uma alternativa pedagógica eficiente ao possibilitar que o aluno aprendesse de forma ativa, em um ambiente dinâmico, constatando que segundo os PCNs (BRASIL,1998) a resolução de problemas amplia nos estudantes uma postura participativa e ativa.

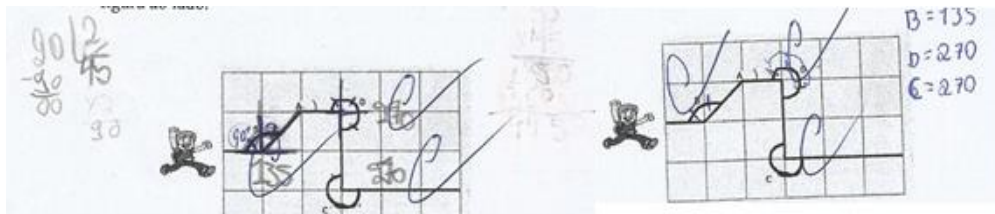


Figura 26: Resolução da questão 4 apresentada por alunos.

4.5.2 AVALIAÇÃO DO RENDIMENTO DOS ALUNOS EM OUTRAS ATIVIDADES

Além do questionário foi avaliado o desempenho dos alunos em avaliações posteriores que abordavam em alguns itens os conteúdos de ângulos, essas avaliações foram apresentadas nos procedimentos metodológicos.

No simulado para X Olimpíada Municipal de Matemática de Petrolina-PE, desenvolvido pela Secretaria Municipal de Educação de Petrolina (ANEXO A). Foi avaliado o desempenho dos alunos no item 8 (ver figura 27), o qual tratava da classificação dos ângulos. Nessa questão, foi verificado que 13 alunos acertaram, 5

erraram e 4 alunos ausentaram-se no dia de aplicação do simulado por algum motivo pessoal.

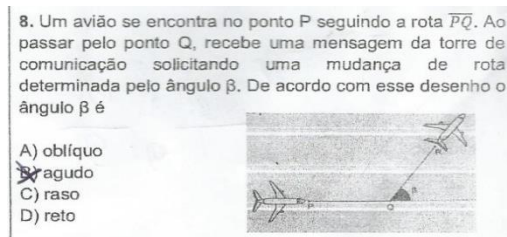


Figura 27: Item 8 anexo A.

Na X Olimpíada Municipal de Matemática de Petrolina-PE (ANEXO B) o conteúdo em estudo foi abordado no item 2 desta avaliação (ver figura 28). Na análise dessa questão verificou-se que 18 alunos acertaram e 4 erraram.

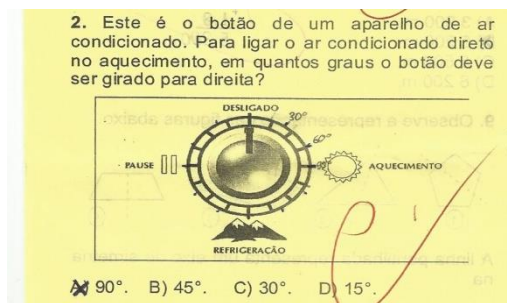


Figura 28: Foto mostra o item 2 da IX Olimpíada Municipal de Matemática de Petrolina.

Tanto a questão 8 do simulado como a questão 2 da olimpíada foram elaboradas pela Secretaria de Educação do Município de Petrolina, então o professor não pôde interferir nos resultados, mostrando-se impessoal, objetivando apenas a análise dos rendimentos dos alunos na construção do conhecimento de ângulos.

Ao verificar o rendimento dos alunos no simulado e na olimpíada, os números mostraram que os alunos apresentaram bom desempenho nesses itens nas duas avaliações, conseguindo aplicar as estratégias e conhecimentos construídos com a metodologia de resolução de problemas. Isso demonstra que os alunos conseguiram generalizar os procedimentos da metodologia de resolução de problemas para resolverem exercícios diversos que abordam o conteúdo de ângulo, confirmando o entendimento de Allevalo e Onuchic (2011) ao afirmarem que os alunos podem identificar diversos problemas que podem ser resolvidos valendo-se das mesmas estratégias estudadas para resolver o problema gerador.

A avaliação da aprendizagem desenvolvida e aplicada pelo professor em sala de aula, foi o último recurso utilizado para realizar a análise do rendimento dos alunos, após a aplicação da metodologia de resolução de problemas. Assim, os dados da figura 29 ratifica o bom desempenho dos alunos, demonstrando que a aplicação dessa metodologia foi satisfatória para construção do conhecimento, assim revelando-se ser uma estratégia viável para o processo de ensino e aprendizagem, como afirma Van de Walle (2001) *apud* Fernandes e Oliveira (2015).

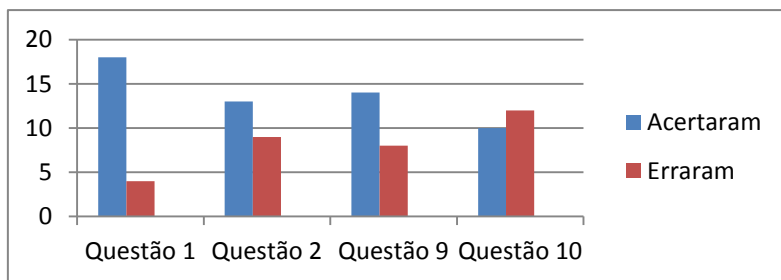


Figura 29: Rendimento dos alunos na avaliação da aprendizagem aplicada pelo professor.

A análise do desempenho dos alunos nas etapas da metodologia de resolução de problemas, possibilitou que o professor realizasse uma avaliação diagnóstica, que segundo Polya (1995, p. 59) é a “caracterização mais rigorosa do aproveitamento do aluno”. Nesse caso, foi possível verificar os aspectos bons e maus dos alunos na tentativa de resolver problemas, identificando em qual etapa da atividade eles apresentaram maiores dificuldades.

Dessa forma, ocorrendo uma avaliação qualitativa da aprendizagem, na qual o professor não se limitou a considerar apenas uma nota de exame, mas a observar e avaliar o aluno durante todo o processo, ou seja, em sua totalidade.

Para o desenvolvimento e aplicação da metodologia de resolução de problemas em sala de aula é necessário que o professor, previamente, identifique algumas dificuldades que possam surgir no decorrer de sua aplicação, e estas precisam ser superadas por meio do planejamento de sua prática pedagógica.

Tais dificuldades podem surgir na atuação do professor no tocante a organização e gestão das aulas, na seleção das fontes de informação, seleção dos problemas e recursos para realização da atividade, controle de tempo para sua execução a fim de concretizar os objetivos propostos, paciência para auxiliar os alunos, preocupação em elaborar questionamentos que conduzam a aprendizagem.

Por outro lado, os alunos devem assumir o compromisso e responsabilidade pela construção do conhecimento, em ser sujeitos ativos dessa construção, entendendo que o sucesso ou insucesso da aprendizagem não depende somente da atuação do professor, mas também de sua participação e empenho na busca por soluções, sendo fundamental uma mudança de postura e atitude (ALLEVATO ONUCHIC, 2011).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao analisar os resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) para verificação da qualidade da educação observam-se os problemas e dificuldades encontrados no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Diante desse fato, é necessário questionar se a escola está cumprindo seu papel social como órgão formador de cidadãos críticos, conscientes e criativos.

Nessa perspectiva, os resultados observados e relatados, neste trabalho, no decorrer da aplicação da metodologia de resolução de problemas demonstraram mudanças positivas no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, uma vez que, possibilitou uma dinamização das aulas oportunizando ao aluno um momento de construir, participar, questionar, interagir, criar, criticar, fazer e refazer. Rompendo com os métodos tradicionais baseados em aulas expositivas, verbalizadas nas quais o professor é o centro das atividades e os alunos são telespectadores estáticos, sem criticidade e criatividade.

O ensino e aprendizagem realizado com a aplicação da metodologia de resolução de problemas, mostrou-se como uma forma de colocar o aluno em uma condição de corresponsável pela construção do seu conhecimento, conscientizando-o sobre a importância da Matemática para operações cotidianas, motivando-o ao hábito da pesquisa, da exploração, da iniciativa, do raciocínio, assim o conduzindo para a construção do conhecimento. Sendo portanto, uma metodologia de ensino que possibilita ao aluno aprender em um contexto interativo, motivador e desafiante, contribuindo para que o discente desenvolva autonomia intelectual, construindo conhecimentos úteis para compreensão do mundo em que vive.

Os alunos conseguiram alcançar os resultados pretendidos com a aplicação da atividade, percebendo e conceituando ângulos e suas medidas, observando-se, um maior envolvimento e participação dos alunos na execução da atividade. Além disso, foi verificado o bom desempenho dos alunos em outras avaliações, nas quais o conteúdo de ângulos foi abordado.

Dessa forma, os resultados dessa pesquisa apontaram a resolução de problemas como uma alternativa viável para o processo de ensino e aprendizagem, sendo uma ferramenta pedagógica que pode ser seguida e aplicada pelo docente

em sala de aula, a fim de desenvolver nos alunos uma postura participativa e ativa na construção de um conhecimento, no qual o aluno consiga enxergar o significado e aplicabilidade deste para suas ações cotidianas.

Portanto, este trabalho servirá como material de apoio teórico e prático à atuação docente, fornecendo embasamento e alternativas para que o professor trabalhe não só o conteúdo de ângulos, mas também outros conteúdos matemáticos por meio da metodologia de resolução de problemas.

Para trabalhos futuros, sugere-se a aplicação da metodologia de resolução de problema em outras turmas e níveis da educação básica, abordando outros conteúdos matemáticos. Bem como, realizar pesquisas objetivando analisar se os professores têm utilizado essa metodologia em suas atividades, e caso a utilize, como ocorre a sua aplicação e análise do rendimento dos alunos após a utilização desta. Assim, espera-se que a presente pesquisa venha contribuir com a execução de novos trabalhos que possibilitando a continuidade dos estudos sobre essa temática.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

ANUÁRIO BRASILEIRO DA EDUCAÇÃO BÁSICA 2017. Todos pela educação/Editora Moderna, 2017. Disponível em: <<https://www.todospelaeducacao.org.br/biblioteca/1522/de-olho-nas-metas-2013-14/>>. Acesso em dez. de 2016.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. . Brasília : MEC /SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Saeb - Sistema de Avaliação da Educação Básica**. Primeiros resultados do SAEB 2003. Brasília: INEP, 2004.

BRASIL, Ministério da Educação. PCN + ensino médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias: orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Saeb - Sistema de Avaliação da Educação Básica. Resultados**. Brasília, 2016.

BRIGHENTE, M.F; MESQUIDA, P. **Paulo Freire: da denúncia da educação bancária ao anúncio de uma pedagogia libertadora**, Pro-Posições. v. 27, | p. 155-177, 2016.

BASSANEZI, Rodney C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas**. São Paulo: Ática, 1989.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 2. ed. São Paulo: Ática, 1991.

DANTE, L. R. **Formulação e Resolução de Problemas de Matemática: teoria e prática**. São Paulo: Ática, 2010.

D' AMBROSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática**. 2. ed. Campinas: Papyrus, 1997.

FERNANDES, J.A.S., OLIVEIRA. E.B. **X Encontro Capixaba de Educação Matemática: Metodologias para o ensino de Matemática na Educação Básica:**

debates para compreender e intervir Vitória – ES, Ifes & Ufes, 23 a 25 de julho de 2015.

FERNANDES, C.W.B. O ensino de análise combinatória através da resolução de problemas. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Matemática PROFMAT), da Universidade Federal Rural do Semiárido, Mossoró, 2016.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Campinas – SP: Autores Associados, 2006.

FLEMMING, D.M.; LUZ, E.F.; MELLO, A.C.C. **Tendências em educação matemática**- 2. ed. - Palhoça : UnisulVirtual, 2005.

FREIRE, P. **Pedagogia da indignação: cartas pedagógicas e outros escritos.** São Paulo: Editora UNESP, 2000.

GIL, A.C., **Como elaborar projetos de pesquisa**, 4ed. São Paulo: atlas, 2002.

MOREIRA, M.A. Teorias da Aprendizagem. São Paulo: EPU, 1999.

NEVES, J.L., **Pesquisa Qualitativa**-características, usos e possibilidades Caderno de pesquisa em administração, São Paulo, V.1, Nº3, 2ºSEN./1996.

ONUCHIC, L.R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: Bicudo, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática:** concepções e perspectivas (Seminários e Debates). São Paulo: UNESP, 1999.

PETROLINA, Secretaria Municipal de Educação. **Descritores para o Ensino de Matemática 6º ano Ensino Fundamental III Bimestre.** Petrolina, 2016.

POLYA, G., **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático; tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo, Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

SCHIRLO, A.C., SILVA, S.C.R.. **Resolução de problemas:** tendência metodológica para o processo de ensino aprendizagem de geometria. Encontro paranaense de educação matemática. Paraná. 2009.

SIQUEIRA, R. A. N. de; **Tendências da educação matemática na formação de professores**, Ponta Grossa 2007.

SOUSA, J.; PATARO, P. M.; **Coleção Vontade de Saber Matemática 6º ano**, edição 2012.

VASCONCELOS, M.B.F. **A contextualização e o ensino de matemática:** um estudo de caso. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação), da Universidade Federal da Paraíba (UFPB) João Pessoa, 2008.

ZORZAN, A. S. L. **Ensino-aprendizagem: Algumas Tendências na Educação Matemática**, R. Ciências Humanas Frederico Westphalen v. 8 n. 10 p. 77 – 93, 2007.

APÊNDICES

APÊNDICE A

Planejamento Prévio do Relógio

Construa um relógio de parede (lúdico), tal relógio terá o interior circular, e a parte externa será conforme a criatividade de cada aluno.

Elabore um projeto prévio no qual constará:

- Desenho esquemático do relógio;
- Materiais Necessários;
- Instrumentos necessários.

1-1. Desenho esquemático do relógio:

x

1-2. Materiais Necessários

x

1-3. Instrumentos necessários

x

APÊNDICE B

QUESTIONÁRIO

Questão 01: Com os ponteiros do relógio construa os seguintes ângulos:



a) 90°	b) ângulo reto	c) 30°	d) 180°	e) ângulo raso
f) 270°	g) ângulo agudo	h) ângulo obtuso		

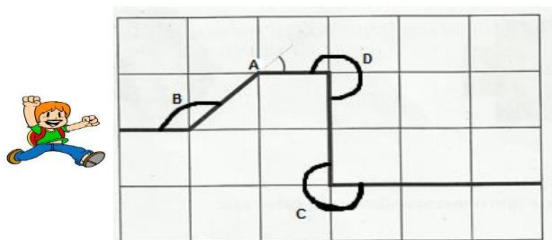
Questão 02: Qual o menor ângulo formado pelos ponteiros do relógio quando estes estiverem da seguinte forma:

<i>Ponteiro das horas</i>	12	12	12	4	6	3	9	10	1	2	4	8	6
<i>Ponteiro dos minutos</i>	3	6	4	12	12	12	12	4	11	10	7	3	9

Questão 03: Fixando o ponteiro das horas e dos minutos no número 3 e em seguida movendo o ponteiro dos **minutos no sentido horário** seguindo os comandos, indique o ângulo formado pelos ponteiros do relógio quando:

- O ponteiro dos minutos realizar um quarto de volta?
- O ponteiro dos minutos realizar meia volta?
- O ponteiro dos minutos realizar três quartos de volta?
- O ponteiro dos minutos realizar uma volta completa?

Questão 04: Na malha quadriculada, formada por quadrados iguais, Raul todos os dias percorre o caminho representado pela linha grossa, para chegar a escola. Assim, diga qual é o ângulo formado no giro que Raul faz nos pontos indicados na figura ao lado.



APÊNDICE C:

AVALIAÇÃO 3º BIMESTRE

1- Determine o **MENOR E O MAIOR** ângulo formado pelos ponteiros do relógio indicado na figura abaixo.

A)

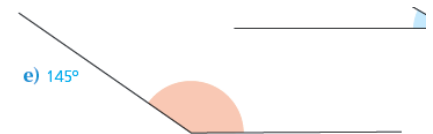


B)



a) Menor	Maior
b) Menor	Maior

2- Determine a medida em graus, de cada ângulo indicado e classifique-o em agudo, reto, raso e obtuso.



Ângulo em graus	Classificação do ângulo
1-	
2-	
3-	
4-	

3- Dos 13 jogadores de um time de futebol, apenas 8 têm menos de 20 anos de idade. Determine a fração de jogadores desse time com:

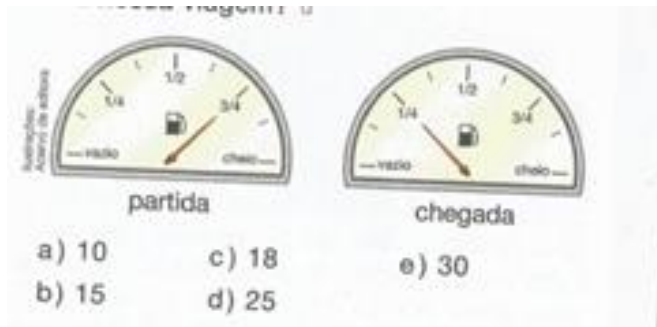
A) mais de 20 anos de idade

B) menos de 20 anos de idade

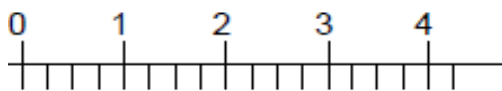
4- Participam de uma conferência $\frac{8}{20}$ de brasileiros, $\frac{3}{10}$ de ingleses, $\frac{3}{5}$ de argentinos e $\frac{9}{30}$ de americanos. Nessa conferência as nações que tem o mesmo número de representantes são:

- A) brasileiros e ingleses
- B) brasileiros e americanos
- C) ingleses e argentinos
- D) ingleses e americanos

5- A capacidade do tanque de gasolina do carro de João é de 50l. As figuras mostram o medidor de gasolina do carro no momento de partida e no momento de chegada de uma viagem feita por Joao. Quantos litros de gasolina João gastou nessa viagem?



6- Observe a reta numérica abaixo.



- A) 0 e 1
- B) 1 e 2
- C) 2 e 3
- D) 3 e 4

- O número $\frac{11}{4}$ está localizado exatamente entre:

- O número $\frac{3}{2}$ está localizado entre qual intervalo.

7- Túlio foi às compras em uma feira com R\$ 360,00. Desse total, gastou $\frac{2}{5}$ na barraca de frutas e $\frac{1}{3}$ na barraca de legumes. Do restante do dinheiro, gastou $\frac{3}{4}$ na barraca de verduras. No final da feira, Túlio percebeu que ainda lhe restava uma quantia em dinheiro. Quanto era essa quantia?

- A) R\$ 96,00
- B) R\$ 72,00
- C) R\$ 43,00
- D) R\$ 24,0

8- Paula foi ao mercado comprar um litro de desinfetante. Ela encontrou os dois tipos de embalagem ao lado. Se Paula escolhesse o desinfetante Limpa Tudo ela teria que comprar.

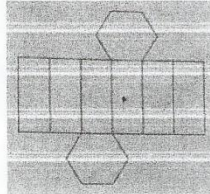
- A) 2 embalagens



ANEXO A:

1. Observe a planificação do sólido geométrico abaixo.

O sólido geométrico correspondente a essa planificação é o



- A) prisma quadrangular
- B) prisma pentagonal
- C) prisma octogonal
- D) prisma hexagonal

2. Qual é a definição de triângulo isósceles?

- A) Todos os lados possuem a mesma medida.
- B) Dois de seus lados possuem a mesma medida.
- C) Os três lados possuem medidas e ângulos diferentes.
- D) Um de seus ângulos é reto e os outros dois são agudos.

3. Sabendo a definição de polígonos, qual alternativa contém apenas quadriláteros?

- A) Trapézio, losango, retângulo, quadrado.
- B) Losango, retângulo, triângulo, quadrado.
- C) Quadrado, trapézio, pentágono, retângulo.
- D) Retângulo, quadrado, triângulo, pentágono.

4. O diretor de um colégio pediu para o professor de Matemática fazer um levantamento das idades de seus 173 alunos. O professor apresentou o resultado na tabela a seguir.

Idade	Nº de alunos	Sexo	
		Homens	Mulheres
De 10 a 13	41	19	22
De 14 a 17	48	21	27
De 18 a 21	39	15	24
De 22 a 25	26	15	11
De 26 a 29	19	9	10
Total	173	79	94

Quantos homens têm idade superior ou igual a 22 anos?

- A) 11
- B) 15
- C) 24
- D) 26



A parte colorida das duas figuras geométricas representam respectivamente

- A) $\frac{1}{5}$ e $\frac{3}{6}$
- B) $\frac{2}{5}$ e $\frac{1}{2}$
- C) $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{6}$
- D) $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$

6. Sabendo que uma quadra de basquete possui 28 metros de comprimento por 15 metros de largura, qual é a área de metade dessa quadra?

- A) 43 m²
- B) 105 m²
- C) 210 m².
- D) 420 m².

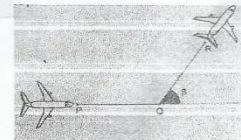
7. Observe o número abaixo.

2 085

Uma das decomposições desse número é

- A) 20 + 80 + 5
- B) 200 + 80 + 5
- C) 2 000 + 80 + 5
- D) 2 000 + 800 + 5

8. Um avião se encontra no ponto P seguindo a rota \overline{PQ} . Ao passar pelo ponto Q, recebe uma mensagem da torre de comunicação solicitando uma mudança de rota determinada pelo ângulo β . De acordo com esse desenho o ângulo β é



- A) oblíquo
- B) agudo
- C) raso
- D) reto

9. Mariana quer dividir igualmente 234 figurinhas entre cinco amigas, de modo que cada uma delas receba a maior quantidade possível. Quantas figurinhas cada amiga vai receber e quantas vão sobrar?

- A) 46 figurinhas e não vai sobrar nenhuma.
- B) 46 figurinhas e vão sobrar 4.
- C) 46,8 figurinhas e não vai sobrar nenhuma.
- D) 47 figurinhas e não vai sobrar nenhuma

10. Observe a conta abaixo.

$$\begin{array}{r} 8 \quad 2 \\ 12 \overline{) 12} \\ \hline \end{array}$$

Qual é o resultado dessa conta?

- A) $\frac{1}{2}$
- B) $\frac{3}{2}$
- C) $\frac{3}{4}$
- D) $\frac{1}{4}$

GABARITO

QUESTÃO	A	B	C	D
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

TOTAL DE ACERTOS: 10

ANEXO B:

1ª FASE
 6º ANO - ENSINO REGULAR
 3ª FASE - EJA

OLIMPIADA MUNICIPAL DE MATEMÁTICA
 Nome do aluno (a) [REDACTED]

1. Considere como unidade de medida um quadradinho da malha quadriculada abaixo.

A área da figura hachurada é

A) 10 B) 12 C) 17 D) 22

2. Este é o botão de um aparelho de ar condicionado. Para ligar o ar condicionado direto no aquecimento, em quantos graus o botão deve ser girado para direita?

A) 90°. B) 45°. C) 30°. D) 15°.

3. A figura abaixo representa um conjunto de cubos, todos iguais, cujos volumes correspondem a 1m^3 .

Quanto vale, em m^3 , o volume do conjunto, incluindo os cubos não visíveis?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12

4. Considere o número de quatro algarismos:

1	4	A	6
---	---	---	---

Para que valores de A esse número é divisível por 3?

A) 2, 4 e 7
 B) 1, 5 e 7
 C) 1, 4 e 9
 D) 1, 4 e 7

5. A figura abaixo representa uma fração.

A fração equivalente a essa mesma barra de chocolate é:

A)

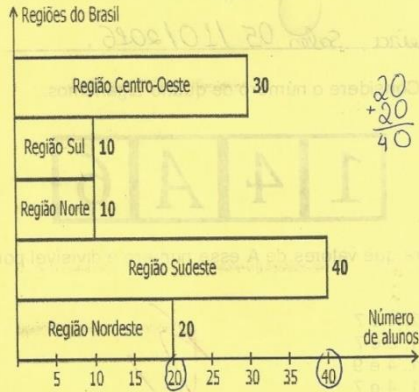
B)

C)

D)

ANEXO B:

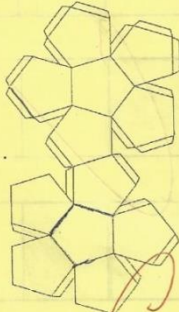
6. Uma escola fez uma pesquisa para saber em que regiões do Brasil nasceram todos os seus alunos. Os dados dessa pesquisa foram representados no gráfico abaixo.



Podemos afirmar que

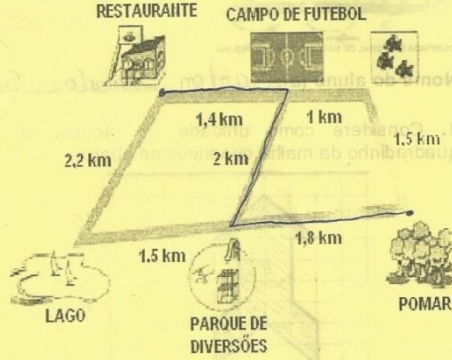
- A) o nº de alunos da região Sudeste é o triplo da região Centro-Oeste.
- B) o nº de alunos da região Nordeste é a metade da região Sudeste.
- C) o nº de alunos da região Sul é igual da região Nordeste.
- D) o nº de alunos da região Norte é a metade da região Centro-Oeste.

7. A figura abaixo após montada gerará um:



- A) Tetraedo.
- B) Octaedro.
- C) Dodecaedro.
- D) Icosaedro.

8. Abaixo, temos o mapa de um clube. Veja o comprimento de cada trilha entre um local e outro do clube.

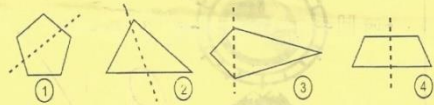


Para ir do restaurante até o pomar, passando primeiro pelo campo de futebol e depois pelo parque de diversão, quantos metros serão percorridos?

$$\begin{array}{r} 1,4 \\ + 2,0 \\ + 1,8 \\ \hline 5,200\text{m} \end{array}$$

- A) 3 900 m.
- B) 5 200 m.
- C) 5 500 m.
- D) 8 200 m.

9. Observe a representação das figuras abaixo.



A linha pontilhada representa um eixo de simetria na

- A) representação 1.
- B) representação 2.
- C) representação 3.
- D) representação 4.

10. Três torneiras estão com vazamento. Da primeira cai uma gota de 4 em 4 minutos; da segunda, uma de 6 em 6 minutos e da terceira, uma de 10 em 10 minutos. Exatamente às 2 horas cai uma gota de cada torneira. A próxima vez em que pingarão juntas novamente será às

- A) 3 horas.
- B) 4 horas.
- C) 2 horas e 30 minutos.
- D) 3 horas e 30 minutos.