



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT**

ROBERTO RAYALA DA SILVA CARNEIRO

**UMA ANÁLISE DO USO DA INTERAÇÃO ENTRE
CONCEITOS MATEMÁTICOS E BIOLÓGICOS NO ENSINO
DA HEREDITARIEDADE EM ESCOLAS ESTADUAIS DE
SENHOR DO BONFIM – BA**

**JUAZEIRO - BA
2016**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT**

ROBERTO RAYALA DA SILVA CARNEIRO

**UMA ANÁLISE DO USO DA INTERAÇÃO ENTRE
CONCEITOS MATEMÁTICOS E BIOLÓGICOS NO ENSINO
DA HEREDITARIEDADE EM ESCOLAS ESTADUAIS DE
SENHOR DO BONFIM – BA**

Trabalho apresentado a Universidade Federal do Vale do São Francisco – UNIVASF, Campus Juazeiro, como requisito da obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Lino Marcos da Silva

**JUAZEIRO - BA
2016**

	Carneiro, Roberto Rayala da Silva.
C289u	Uma análise do uso da interação entre conceitos matemáticos e biológicos no ensino da hereditariedade em escolas estaduais de Senhor do Bonfim-BA / Roberto Rayala da Silva Carneiro.--Juazeiro-BA,2016.
	83 f.; il.:29cm.
	Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro - BA, 2016.
	Orientador: Prof. Dr. Lino Marcos da Silva.
	1. Matemática. 2. Genética. I. Título. II. Silva, Lino Marcos da. III. Universidade Federal do Vale do São Francisco.
	CDD 510

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Integrado de Biblioteca SIBI/UNIVASF
Bibliotecário: Renato Marques Alves

**UMA ANÁLISE DO USO DA INTERAÇÃO ENTRE CONCEITOS
MATEMÁTICOS E BIOLÓGICOS NO ENSINO DA
HEREDITARIEDADE EM ESCOLAS ESTADUAIS DE SENHOR
DO BONFIM – BA**

Por:

ROBERTO RAYALA DA SILVA CARNEIRO

Dissertação aprovada em 22 de agosto de 2016.



Prof. Dr. Lino Marcos da Silva
Orientador - PROFMAT/UNIVASF



Prof. Dr. Alexandre Ramalho Silva
Examinador Interno - PROFMAT/UNIVASF



Profa. Dra. Kyria Cilene de Andrade Bortoleti
Examinadora Externa – CCBIO/UNIVASF

*Dedico essa tão esperada conquista
a minha família, em especial
a minha esposa Tatyane Moraes
e ao meu filho Roberto Thierry, que tanto
participaram dos grandes momentos de
alegrias e tristezas, dos sonhos e
realidades, e sempre os
compreenderam, fazendo-me muitas
vezes rir quando queria chorar. Aos
amigos, que me ajudaram a continuar
nesta jornada incansável, concedendo-me
além do importante apoio, o maior
carinho e amor. A vocês, que
entenderam a abdicação e o
sacrifício, o meu muito obrigado!
Com certeza, vocês foram e são
inesquecíveis, pois os méritos desta
vitória não são somente minhas, porque
sem vocês ela talvez não se vigorasse.*

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo dom da vida, dando-me coragem para superar as dificuldades, que me concedeu saúde, inteligência e me deu forças para essa conquista, esteve sempre presente na alegria e na tristeza, fazendo da derrota um salto para a vitória.

As pessoas especiais que sempre estiveram comigo, aos meus amigos e familiares, os quais tenho bastante admiração pelas palavras, pelas lutas, pelas compreensões, pelas atenções e principalmente pelo fato de estarem sempre ao meu lado, nos momentos bons e ruins, dando-me forças para seguir na trajetória da concretização dos meus ideais.

Aos meus colegas de turma, por terem feito parte dessa vitória, em especial ao Wagner Santana e Wagner Santiago, por estarem do começo ao fim me dando atenção e forças para seguir nesta jornada.

A Universidade Federal do Vale do São Francisco (UNIVASF) por ter subsidiado a minha formação. A todos da Coordenação do Profmat de Juazeiro. Aos professores desde os primeiros anos de estudo até então e, em destaque, ao meu Orientador Professor Dr. Lino Marcos da Silva, pelos esforços empenhados em orientar-me e por sua disposição a cada encontro, fazendo das dúvidas, certezas.

Enfim, agradeço a todos que me ajudaram diretamente ou indiretamente para o sucesso por mim vivenciado. E conto com todos para novas conquistas, já que esse trabalho não é o “fim”, mas o começo para novos horizontes.

RESUMO

A Interdisciplinaridade é considerada uma ferramenta pedagógica de grande importância para o ensino, e também para a pesquisa, na sociedade contemporânea. Contudo, a sua efetividade pode não acontecer, pois requer a colaboração de profissionais de diferentes disciplinas no estudo de um mesmo problema. Neste trabalho buscamos verificar a existência de práticas interdisciplinares entre docentes de matemática e de biologia no estudo da hereditariedade em escolas de Ensino Médio da rede pública do município de Senhor do Bonfim-BA. A fundamentação teórica, resultado de uma pesquisa bibliográfica, apresenta um breve relato sobre a educação biológica, a educação matemática, a interdisciplinaridade e a interação entre conceitos matemáticos e biológicos no estudo da hereditariedade. Os dados, obtidos a partir de um questionário aplicado aos docentes de ambas as disciplinas, foram analisados qualitativa e quantitativamente. Além da existência de práticas interdisciplinares, buscou-se averiguar também a formação docente, o acesso e uso de recursos didáticos voltados para a interdisciplinaridade, em especial, no estudo da hereditariedade, bem como a habilidade dos professores em reconhecer e resolver problemas sobre hereditariedade envolvendo conceitos de matemática e de biologia. Constatou-se que a maioria dos docentes não utilizam abordagens interdisciplinares envolvendo o tema herança biológica. Os resultados obtidos serviram de base para a elaboração de uma sequência didática com enfoque interdisciplinar para o estudo da hereditariedade no Ensino Médio.

Palavras chaves: Educação matemática. Educação biológica. Interdisciplinaridade. Hereditariedade.

ABSTRACT

Interdisciplinarity is considered a pedagogic tool of great importance for teaching and research in contemporary society. However, its effectiveness may not happen, because it requires the collaboration of professionals from different subjects in the study of the same problem. In the present work, we aimed to verify the existence of interdisciplinary practices between mathematic and biology teachers in the study of heredity in public High Schools in the city of Senhor do Bonfim-BA. The theoretical basis, result of a bibliographic search, presents a brief description of biological education, mathematics education, interdisciplinarity, and the interaction between mathematical and biological concepts in the study of heredity. The data, obtained from a questionnaire administered to teachers of both subjects, were analyzed qualitatively and quantitatively. Besides searching for the existence of interdisciplinary practices, it was also aimed to verify the teacher's training, their access and use of didactic tools related to interdisciplinary practices, especially on the heredity study, as well as the teacher's problem-solving skills on heredity when it was associated with mathematical and biological concepts. It was found that most teachers do not use interdisciplinary approaches on biological heritage. The results obtained were the basis for the development of a didactic sequence focusing on an interdisciplinary approach to the study of heredity in High School.

Key words: Mathematical education. Biological education. Interdisciplinarity. Heredity.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 - Representação do empirismo	15
Figura 02 - Representação do experimento de Redi	16
Figura 03 - Representação da mitose	24
Figura 04 - Gráfico de uma função exponencial que representa o processo mitótico	27
Figura 05 - Representação da meiose	28
Figura 06 - Representação da “lei da herança ancestral”	29
Figura 07 - Triângulo de Pascal	36
Figura 08 - Representação do cruzamento entre coelhos albinos e cinza de linhagem pura	39
Figura 09 - Esquema do resultado obtido no cruzamento entre plantas homozigotas de ervilhas.....	41
Figura 10 - Esquema dos resultados obtidos na autofecundação da geração F_1	42
Figura 11 - Representação do cruzamento entre indivíduos mulatos médios heterozigotos	43
Figura 12 - Gráfico dos dados referentes às questões 06 e 07 (parte 1 do Questionário)	52
Figura 13 - Gráfico dos dados referente à questão 1 (parte 2 do Questionário)	56
Figura 14 - Gráfico dos dados referente à questão 2 (parte 2 do Questionário)	57
Figura 15 - Gráfico dos dados referente à questão 3 item a (parte 2 do Questionário)	59
Figura 16 - Gráfico dos dados referente à questão 3 item b (parte 2 do Questionário)	59
Figura 17 - Gráfico dos dados referente à questão 4 letra a (parte 2 do Questionário)	61
Figura 18 - Gráfico dos dados referente à questão 4 letra b (parte 2 do Questionário)	62
Figura 19 - Gráfico dos dados referente à questão 4 letra c (parte 2 do Questionário)	63

LISTA DE TABELAS

Tabela 01 – Probabilidade fenotípica do cruzamento com ervilhas dupla heterozigota.....	42
Tabela 02 - Probabilidade fenotípica do cruzamento de indivíduos mulatos médios heterozigotos.....	44
Tabela 03 – Formação dos docentes pesquisados.....	51

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	11
CAPÍTULO 1.....	14
1 – REFERENCIAL TEÓRICO.....	14
1.1 - EDUCAÇÃO BIOLÓGICA	14
1.2 - EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	18
1.3 - A INTERDISCIPLINARIDADE	19
CAPÍTULO 2	23
2 - INTERAÇÃO ENTRE OS ASPECTOS MATEMÁTICOS E BIOLÓGICOS NO ESTUDO DA HEREDITARIEDADE.....	23
2.1- MITOSE	23
2.2 - MEIOSE	28
2.3 – LEIS DA HERANÇA.....	29
CAPÍTULO 3	46
3. METODOLOGIA	46
3.1 - TIPOS DE ABORDAGENS ADOTADAS	46
3.2 - LÓCUS DA PESQUISA	47
3.3 - SUJEITOS PESQUISADOS	48
3.4 - INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS	49
CAPÍTULO 4	50
4. ANÁLISE DE DADOS	50
4.1- ANÁLISE I: FORMAÇÃO PROFISSIONAL E PRÁTICA PEDAGÓGICA.....	50
4.2 - ANÁLISE II: RECONHECIMENTO DA INTERAÇÃO DOS CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA E BIOLOGIANO ESTUDO DA HEREDITARIEDADE.....	55
4.3 - CONCLUSÃO	63
CONSIDERAÇÕES FINAIS	65
REFERÊNCIAS	67
APÊNDICE A – QUESTIONÁRIOS	70
APÊNDICE B – SEQUÊNCIA DIDÁTICA	76

INTRODUÇÃO

Considerando a interdisciplinaridade como instrumento pedagógico que possibilita uma reflexão aprofundada, crítica e benéfica sobre o funcionamento do ensino, esta pode ser julgada como necessidade relevante para compreender e transformar o mundo, pois através desta ferramenta de ensino é possível extinguir as barreiras existentes entre as disciplinas e os indivíduos (FAZENDA, 2011).

A razão pela qual surgiu o interesse em escrever algo relacionado a este tema ocorreu há alguns anos, após a observação de um estudo em grupo de graduandos do curso de Licenciatura em Ciências Biológicas, oferecido pela Universidade do Estado da Bahia (UNEB), Campus VII, Senhor do Bonfim-BA. Os mesmos estudavam tópicos relacionados à herança biológica, então, por curiosidade, fora feita a seguinte pergunta: quais aspectos ou conteúdos matemáticos são utilizados nesses processos e qual sua importância para o estudo e/ou pesquisa dos mesmos? O que houve foram alguns segundos de silêncio e um dos integrantes do grupo argumentou que nesses processos havia matemática, mas que tinha muita dificuldade em utilizá-los, os demais, concordaram com a afirmação do colega. Sendo assim, com a orientação do professor Mestre Geraldo Caetano de Souza Filho, fizemos uma pesquisa com os graduandos de Matemática e Biologia da UNEB – Campus VII relacionada à interdisciplinaridade dentro deste enfoque. Por meio desta pesquisa, foi verificado que o uso desta metodologia de ensino relacionada a este tema não era abordada com precisão dentro da referida instituição de ensino superior.

Com a necessidade de propor um tema para a disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) oferecida pelo Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), foi pensada a seguinte problemática: será que no Ensino Médio das Escolas Estaduais de Senhor do Bonfim utiliza-se métodos interdisciplinares de forma sistemática no estudo da hereditariedade? Em conversa com professores de Biologia e Matemática foi possível notar que as disciplinas “trabalhavam” isoladas para o estudo em foco. Em virtude do observado, fez-se necessário o aprofundamento desta problemática. Dessa forma, o objetivo deste trabalho é verificar a existência de práticas interdisciplinares entre docentes de matemática e de biologia no estudo da hereditariedade em escolas de Ensino Médio

da rede pública de Senhor do Bonfim. Em seguida, constatada a existência de tais práticas, pretende-se analisar quais recursos didático-pedagógicos são utilizados na mesma, as dificuldades encontradas no processo e as vantagens advindas dessa prática. Por outro lado, constatando-se que, nas escolas pesquisadas, não há a prática interdisciplinar em questão, pretende-se propor uma sequência didática para o ensino de conceitos relacionados à hereditariedade sob o enfoque interdisciplinar.

Este trabalho está dividido da seguinte maneira:

O Capítulo 1 relata o estudo teórico, o qual foi dividido em quatro subtítulos: breve relato sobre a educação biológica; breve relato sobre a educação matemática; breve relato sobre o estudo da interdisciplinaridade;

O Capítulo 2, mostra a interação entre os aspectos matemáticos e biológicos no estudo da hereditariedade proporcionando uma visão ampla sobre este tema em destaque.

O Capítulo 3, está destinado à metodologia. Esta fez uso das abordagens qualitativa e quantitativa. O desenho do estudo foi baseado na pesquisa-ação, onde é possível propor aos sujeitos mudanças capazes de promover o aprimoramento de toda a observação em foco. O lócus da pesquisa foram todas as Escolas Estaduais de Senhor do Bonfim-BA (nove escolas), os sujeitos pesquisados foram professores de matemática e de biologia destas instituições de ensino, a estes, aplicamos um instrumento de análise de dados (questionário), buscando concretizar os objetivos traçados, tendo em vista a natureza do fenômeno em estudo.

O Capítulo 4 refere-se à análise de dados. Esta é enfatizada mediante questionamento sobre o processo de ensino-aprendizagem entre a matemática e a biologia, em particular no estudo da hereditariedade. A utilização de um questionário relacionado a este contexto proporcionou uma análise destes dados com intuito de chegar aos objetivos da pesquisa.

Em sequência temos as considerações finais, onde apresentamos as conclusões da pesquisa; as referências bibliográficas, onde elencamos todos os autores e obras utilizados no trabalho. Vale ressaltar que desfrutamos com maior frequência das coleções do PROFMAT¹ para explanar conceitos matemáticos. Os conceitos biológicos foram baseados em Soares (1999) e para o estudo da interdisciplinaridade em Fazenda (1994 e 2011). Por fim, os Apêndices, que contém

¹ Coleções do PROFMAT: coleções de 17 livros escritos exclusivamente para o PROFMAT e editados pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM).

o questionário aplicado e a sequência didática que propõe uma metodologia de interação entre as disciplinas e os professores envolvidos e os assuntos de matemática pertinentes ao estudo da hereditariedade.

CAPÍTULO 1

1. Referencial teórico

Neste capítulo, iremos expor um breve relato sobre a educação biológica, a educação matemática e o estudo da interdisciplinaridade. Tais relatos nos darão maior entendimento para o estudo do tema proposto.

A curiosidade da herança biológica (hereditariedade) é observada desde a pré-história. As primeiras análises surgiram através do senso comum, como por exemplo, a semelhança entre pais e filhos. Segundo Soares (1999), a hereditariedade está relacionada a todas as espécies, desde as bactérias até os vegetais e animais, inclusive os seres humanos.

Amabis e Martho (2004) afirmam que Alcmeon de Crotona, um discípulo de Pitágoras de Samos que viveu por volta de 500 a.C., sustentava a ideia de que homens e mulheres tinham sêmen e que sua origem acontecia no cérebro. A preponderância do sêmen de um dos pais designava o sexo das crianças, ocorrendo o hermafroditismo se os pais fornecessem a mesma proporção de sêmen.

Observa-se que quinhentos anos antes de Cristo o termo proporção, conceito matemático que faz relação das partes de um todo entre si, ou entre cada uma delas e o todo, já era usado nos estudos de preponderância dos sexos das crianças.

A herança biológica é um assunto bastante discutido ao longo dos tempos. E conceitos matemáticos estão presentes na maioria das teorias que envolvem este tema, facilitando as resoluções de problemas vinculados ao mesmo.

1.1 - Educação biológica

O termo biologia, segundo Amabis e Martho (2004), começou a ser usado amplamente pelos cientistas a partir do início do século XIX, depois de estudiosos da natureza, principalmente o naturalista francês Jean-Baptiste Lamarck (1744-1829), chegarem à conclusão de que animais e plantas diferiam dos seres inanimados por apresentarem uma série de propriedades características da vida. Em consequência disso eles propuseram uma nova disciplina voltada para o estudo da

vida e sugeriram que ela fosse chamada de Biologia, termo formado pela união das palavras gregas *bios*, que significa *vida*, e *logos*, que significa *estudo*. Desta forma “*Biologia é a ciência que estuda os seres vivos*” (SOARES, 1998, p. 28). Porém, apesar do termo Biologia ter surgido no século XIX, já existiam estudos mais antigos relacionados a essa disciplina. “*A ideia de que os seres vivos podiam surgir por outros mecanismos além da reprodução foi muito difundida na antiguidade e ficou conhecida por teoria da geração espontânea ou teoria da abiogênese*” (AMABIS; MARTHO, 2004, p. 25). Aristóteles, apud Kumpinski e Képes (1977, p. 15), declarava que “*pode produzir-se a vida pela secagem de um corpo úmido ou pelo umedecimento de um corpo seco*”.

Kumpinski e Képes (1977, p. 15) relata também que Jean Baptiste Van Helmont, anatomista do século XVII, apresentava uma fantástica receita para criar ratos: “*ponha-se uma porção de grãos de trigo, pedaços de queijo, envolvendo-os com uma camisa suja, preferencialmente feminina. Coloca-se o material em um lugar escuro e após 21 dias, nascerão ratos*”.

A Figura 01 representa afirmações feitas por cientistas, onde eles utilizavam meios empiristas para afirmação de seus experimentos.

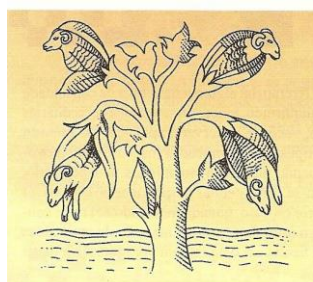


Figura 01. Representação do empirismo. SOARES, 1999, p. 23.

A geração espontânea foi abalada por um experimento realizado por Francesco Redi (1626-1697) em meados do século XVII. Este pesquisador defendia a hipótese que os vermes eram estágios imaturos do ciclo da vida das moscas e que estes nasciam de ovos depositados na carne e não por geração espontânea. Redi realizou o seguinte experimento: colocou em vasos corpos de animais mortos, vedou com gaze de espessura fina e deixou outros vasos abertos com o mesmo tipo de cadáver. Nos vasos que estavam tampados com a gaze, onde impediam a entrada de moscas, não apareceu nenhum verme, já os vasos que estavam destampados,

em que as moscas circulavam constantemente, surgiram vermes (AMABIS e MARTHO, 2004).

A Figura 02, ilustrada a seguir, é a representação do experimento de Redi que descartou a hipótese feita pela geração espontânea dos vermes proliferarem da carne podre.

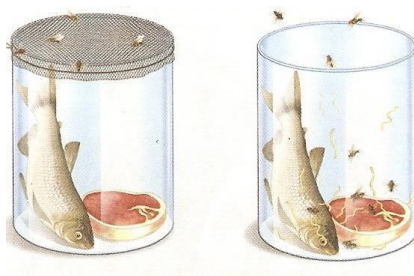


Figura 02. Representação do experimento de Redi. AMABIS, 2004, p. 26.

No entanto, somente na segunda metade do século XIX, mais precisamente no ano de 1864, a abiogênese (geração espontânea) teve seu “fim” decretado. Desmascarada a teoria da geração espontânea, hoje o estudo da biologia é voltado para a Biogênese, ratificam Amabis e Martho (2004). Os mesmos autores afirmam que a crença na Abiogênese não conseguiu resistir aos avanços do conhecimento científico e, principalmente, aos testes realizados por Redi, Spallanzani e Pasteur. Estes pesquisadores demonstraram evidências inquestionáveis de que os seres vivos surgem apenas pela reprodução de seres de sua própria espécie.

Segundo as Diretrizes Curriculares para o Ensino Médio, a biologia faz parte do cotidiano da população, porém o ensino desta disciplina se distancia da realidade, fazendo com que os alunos não compreendam os fenômenos na sua totalidade. Esta visão dificulta ao aluno compreender as relações entre a produção científica e o seu contexto, interferindo na necessária visão holística que deve orientar o aprendizado desta ciência (BRASIL, 2006).

No entanto, a integração entre biologia e outras áreas dos saberes, onde “cada disciplina possui características e assuntos que lhe permitirão conexões em outras disciplinas com maior ou menor facilidade” (BRASIL, 2006, p. 37), podem através da interdisciplinaridade, proporcionar uma prática docente mais crítica e de abrangência significativa, possibilitando ao aluno melhor entendimento e, conseqüentemente, melhor interação com o seu meio.

No contexto biologia-matemática, proposta neste estudo, não se pode deixar de falar sobre a Genética, que segundo Soares (1999) é a parte da biologia que estuda os fenômenos da hereditariedade e cujo termo foi aplicado pela primeira vez por William Bateson (1886~1926). Apesar da herança biológica desafiar a curiosidade das pessoas desde a pré-história, a Genética desenvolveu-se de forma mais contundente apenas no século XX (AMABIS e MARTHO, 2004).

Antes disso, conforme exposto por Amabis e Martho 2004, vários estudiosos propuseram diversas teorias referentes à herança biológica, dentre eles, Alcmeon de Crotona, Empédocles de Acragas (492~432 a.C.), Anaxágoras de Clazomene (500~428 a.C.), Hipócrates de Cos (460~370 a.C.), Aristóteles (384~322 a.C.), William Harvey (1578~1657), Nehemia Grew (1641~1711), Rudolf Jakob Camerarius (1665~1721), Caspar Friedrich Wolff (1733~1794), Antonie van Leeuwenhoek (1632~1723), Lazzaro Spallanzani (1729~1799), Rudolf Albert von Kölliker (1817~1905), George Newport (1803~1854), Regnier de Graaf (1641~1673), Karl Ernst von Baer (1792~1876), Theodor Schwann (1810~1882), Karl Gegenbaur (1826~1903), August Friedrich Leopold Weismann (1834~1914).

Contudo, podemos afirmar que a Genética começou a existir formalmente a partir de 1900, com os estudos de três biólogos, Hugo de Vries (1848~1935), Carl Erich Correns (1864~1933) e Erich vom Tschermark-Seysenegg (1871~1962). Apesar destes não trabalharem juntos, chegaram às mesmas explicações para a hereditariedade. Todavia, pesquisando os trabalhos dos que os antecederam, esses cientistas descobriram que suas ideias não eram originais, pois trinta e cinco anos antes, o monge agostiniano Gregor Johann Mendel (1822~1884) havia chegado às mesmas conclusões que eles sobre as leis fundamentais que regem a herança biológica (LINHARES e GEWANDSZNAJDER, 2005).

Assim sendo, o ano de 1900 marca o início da Genética Moderna. Justamente quando um humilde, desprezado e esquecido trabalho de um monge agostiniano, falecido em 1884, tornou-se conhecido pela comunidade científica em geral. Em 1900 estava para acontecer uma notável mudança de paradigma e a Genética estava a caminho de se tornar uma Ciência com ampla capacidade de explicar fatos e de fazer previsões (MOORE, 1986).

Mendel havia descoberto que as características hereditárias são herdadas segundo regras bem claras e propôs uma explicação para a existência dessas regras, as conhecidas Leis de Mendel. Estas são apresentadas como lei da

segregação dos fatores e lei da recombinação ou lei da segregação independente (AMABIS e MARTHO, 2004).

Algumas das relações existentes entre a matemática-biologia no estudo da hereditariedade são apresentadas de modo mais explícito no Capítulo 2.

1.2 - Educação matemática

Para Boyer (1974) a matemática surgiu com a necessidade diária do homem. Segundo D'Ambrosio (1999) a matemática estudada nas escolas surgiu nas culturas da antiguidade mediterrânea e suas ideias estiveram presentes ao longo da evolução humana, definindo estratégias de convivência com o ambiente, desenvolvendo instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência.

Essa reflexão a respeito da história da matemática é de suma importância tanto para o processo de ensino-aprendizagem da disciplina quanto para a compreensão da mesma enquanto ciência. Porém não se deve somente tratar a história da matemática como uma ferramenta de estímulo introdutório aos conteúdos. Segundo Barone e Nobre (1999, p 132) “sua amplitude extrapola o campo da motivação e engloba elementos cujas naturezas estão voltadas a uma interligação entre o conteúdo e sua atividade educacional”.

A educação matemática, campo do conhecimento que se dedica a estudar questões relativas ao ensino-aprendizagem da matemática, ao longo dos tempos passou por diversas reformas, uma das principais, ocorreu no século XX devido ao processo industrial. Esse processo “obrigou” a população a aprofundar seus saberes matemáticos em virtude dos avanços tecnológicos.

Em seus estudos, Onuchic (1999) relata que na sociedade rural poucos precisavam conhecer a matemática, enquanto que na sociedade industrial o aprendizado da mesma faz necessário devido à necessidade de mão de obra especializada. Hoje num mundo globalizado, é pertinente o conhecimento aprofundado do saber matemático. Neste sentido, a evolução do saber matemático ganha proporções cada vez maiores no decorrer dos tempos, devido à própria evolução do homem na sociedade. No entanto, para Micotti (1999) o saber matemático é diferenciado dos outros saberes, pois esse saber compreende o domínio do sistema de representação e também das regras que regem ações

abstratas. Nesse sentido a compreensão da leitura de escritas matemáticas requer primeiramente o conhecimento do sistema de notação, sem esse conhecimento, torna-se difícil ligar as expressões simbólicas com seus significados.

Com relação ao ensino de matemática, sugere-se que o uso de situações-problemas relacionadas ao mundo real dos alunos proporcionem uma aprendizagem significativa para os discentes. Desta forma, cabe ao professor planejar situações-problemas e escolher recursos que sirvam de apoio para o alcance das metas estabelecidas. Este material deverá focar na troca de ações intelectuais promovendo melhor entendimento sobre o problema determinado. Nas atividades que buscam a construção do saber matemático, o discente é instigado a pensar, formular hipóteses (não necessariamente encontrar uma solução correta) e fazer deduções sobre o que observa. Sendo assim, a relevância da participação dos alunos depende muito da metodologia adotada pelos docentes, afirma Micotti (1999).

Uma abordagem que auxilia na resolução de situações problema é a modelagem matemática. Biembengut e Hein (2009), definem a modelagem matemática como a arte de expressar a matemática através de situações-problemas vinculadas ao nosso dia a dia, consideram que estes estudos têm estado presentes desde os primórdios e indicam que a utilização da modelagem pode ser uma maneira ideal para os alunos se interessarem por tópicos matemáticos que são desconhecidos. Isso se justifica pela oportunidade de estudar situações-problema a partir de um objeto de estudo em discussão, proporcionando o interesse e estimulando o senso crítico.

As orientações Curriculares Nacionais do Ensino Médio indicam a modelagem matemática como alternativa para projetos interdisciplinares, promovendo a criação de estratégias e de organização dos conhecimentos, possibilitando interação entre os diferentes saberes disciplinares (BRASIL, 2006).

A interdisciplinaridade é um método pedagógico de grande importância nas resoluções de problemas. Este método de ensino-aprendizagem será abordado com mais ênfase no próximo tópico.

1.3 – A Interdisciplinaridade

A interdisciplinaridade surgiu na Europa, com mais ênfase na França e na Itália, em meados da década de 60, num período marcado pelos movimentos

estudantis que, dentre outras coisas, reivindicavam um ensino mais sintonizado com grandes questões de ordem social, política e econômica da época, conforme afirma Fazenda (1994). Em suma, podemos dizer que a interdisciplinaridade surgiu através da necessidade de resoluções de problemas da época, os quais eram complexo de mais para serem solucionados apenas com o estudo isolado de áreas do conhecimento.

Sobre a conceitualização da interdisciplinaridade, Lenior (1998) relata que vários autores admitem que tal conceito prevê a existência de pelo menos duas disciplinas como parâmetro e de uma ação de reciprocidade entre as mesmas.

As discussões sobre a interdisciplinaridade chegam ao Brasil no final da década de 1960 e o primeiro estudo relevante sobre o tema foi feito por Hilton Japiassú. Várias críticas foram feitas aos procedimentos interdisciplinares deste precursor, porém seus estudos foram fundamentais para o desenvolvimento de pesquisas ligadas a este tema, afirma Fazenda (2011). A mesma relata que o termo interdisciplinaridade não retém ainda um sentido único, porém apesar de certas distinções o princípio delas é sempre o mesmo. Neste sentido, Japiassú (1976) apud Fazenda (2011) descreve que a interdisciplinaridade acontece através da intensidade das trocas de saberes entre os especialistas e pelo nível de integração existente entre as disciplinas no interior de um mesmo projeto de pesquisa.

Em seus estudos, Fazenda (2011) reconhece que depois de três décadas de pesquisas desta teoria no Brasil, muitos aspectos ligados ao tema tem sido intensificado dando ênfase ao Grupo de Estudos e Pesquisa em Interdisciplinaridade (GEPI) da PUC-SP o qual acumula uma produção de quase cinco mil trabalhos. A mesma admite que os avanços dos estudos pelo mundo fizeram com que muitos países, principalmente o Canadá e os Estados Unidos, tivessem uma grande intervenção nas reformas educacionais. No Brasil, apesar de várias produções ligadas ao tema, tais reformas ainda ficam a desejar quanto à sua concretização no ambiente educacional.

No cenário educacional brasileiro a interdisciplinaridade está integrada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio, incentivando a sua prática nas redes escolares, proporcionando uma discussão mais ampla dessa abordagem. Assim, a interdisciplinaridade vem ganhando espaço nas escolas e nas Universidades, mas, ainda de forma pouco significativa. “A ciência ensinada em nossas universidades é bastante alienada.

Ensina-se um saber em processo de cancerização galopante [...] ensina-se uma especialização que constitui um fator de cegueira intelectual, que instaura a morte da vida ou revela uma razão irracional” (FAZENDA, 2011, p. 35).

Os PCNs sinalizam que a interdisciplinaridade supõe uma base de integração, que pode ser um instrumento de conhecimento, um projeto de análise, um plano de intervenção com objetivos bem definidos. Nesse sentido, a execução desta prática deve advir da necessidade sentida pelas instituições de ensino, professores e estudantes de desvendar, intervir, modificar, pressentir, algo que desafia uma disciplina isolada e atrai a atenção de mais de um olhar, talvez diversos (BRASIL, 2002).

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio consideram que a interdisciplinaridade só é possível a partir da existência de disciplinas e da organização de um conjunto sólido de conhecimentos que elas oferecem. Neste sentido, a efetivação do diálogo entre esses conhecimentos irão proporcionar novas aprendizagens (BRASIL, 2006).

Embora o termo interdisciplinaridade tenha surgido nos meados anos de 60, Leis (2005) relata que na época de Aristóteles ou de Galileu os pesquisadores de diferentes áreas se reuniam em prol da busca do compartilhamento mútuo de seus conhecimentos, porém o que se verifica nos dias atuais são ações que caminham em sentido oposto, fazendo com que os pesquisadores se isolem dentro de suas áreas do conhecimento.

Contudo, a interdisciplinaridade requer a interação entres os saberes pois ela “*é princípio de unificação, e não unidade acabada*” (FAZENDA, 2011, p. 78). A interdisciplinaridade faz com que haja uma comunicação entre as diferentes disciplinas e jamais deverá ser vista como uma ferramenta isolada. Sendo que, a viabilização de programas interdisciplinares, exige um novo profissional: alguém com visão abrangente do projeto, capaz de identificar como e quando as disciplinas vão interagir.

Tomando consciência do amplo campo de possibilidades que a interação entre os conhecimentos pode proporcionar, os PCNs abordam alguns exemplos, entre eles a existência da matemática como uma ferramenta utilizada para a construção de conceitos das ciências naturais e, por outro lado, a explicação para as leis naturais como atividade que desenvolve o pensamento matemático (BRASIL, 2000).

Neste sentido, focaremos o nosso estudo na interação entre a matemática e a biologia, a fim de resolver problemas relacionados à hereditariedade. Tal interação só será promovida através do diálogo entre todos os participantes do processo de ensino-aprendizagem e considerando os diversos conteúdos disciplinares envolvidos no tema. Sendo assim, dedicaremos o próximo capítulo ao estudo da hereditariedade, proporcionando uma análise segundo as relações existentes entre a matemática e a biologia no que diz respeito ao estudo teórico deste tema no ensino médio.

CAPÍTULO 2

2. Interação entre os aspectos matemáticos e biológicos no estudo da hereditariedade

A interdisciplinaridade pode ser entendida como uma ferramenta pedagógica inovadora para o ensino e/ou pesquisa na sociedade contemporânea. Neste tópico iremos abordar a interação dos conhecimentos matemáticos e biológicos como ferramenta essencial para o aprendizado da herança biológica no ensino médio. Ressaltamos que “A interação é condição de efetivação da interdisciplinaridade, já que a mesma, pressupõe uma integração de conhecimentos visando novos questionamentos, novas buscas, enfim, a transformação da própria realidade” (FAZENDA, 2011, p. 12).

Os mais importantes estudos biológicos nos quais a matemática está presente, no contexto da hereditariedade, corresponde à mitose, à meiose e às próprias leis da herança. Segundo Amabis e Martho (2004) a mitose foi publicada em 1873 por Friedrich Anton Schneider (1831 a 1890); a meiose proposta em 1885 pelo alemão August Friedrich Leopold Weismann (1834 a 1914); e as leis básicas da genética foram proposta por Gregor Johann Mendel (1822 a 1884). “*Devido aos seus notáveis conhecimentos de matemática, [...] Mendel pôde chegar à conclusões corretíssimas que, ainda hoje, quase um século e meio depois, continuam sendo a base fundamental da genética moderna*” (SOARES, 1999 p. 328).

2.1 – Mitose

A mitose é um processo de divisão celular onde uma “célula mãe” origina duas “células filhas” geneticamente idênticas à célula inicial. Em suma, é caracterizada pela existência de apenas uma duplicação de cromossomos² para cada divisão do núcleo. É o tipo de divisão realizado quando há reprodução assexuada; é imprescindível no crescimento do organismo e na regeneração de

² Cromossomos: cada um dos longos filamentos presentes no núcleo das células eucarióticas, constituídos basicamente por DNA (ácido desoxirribonucleico) e proteínas.

tecidos dos multicelulares. A Figura 03 ilustra o processo da mitose e as operações matemáticas relacionadas ao mesmo.

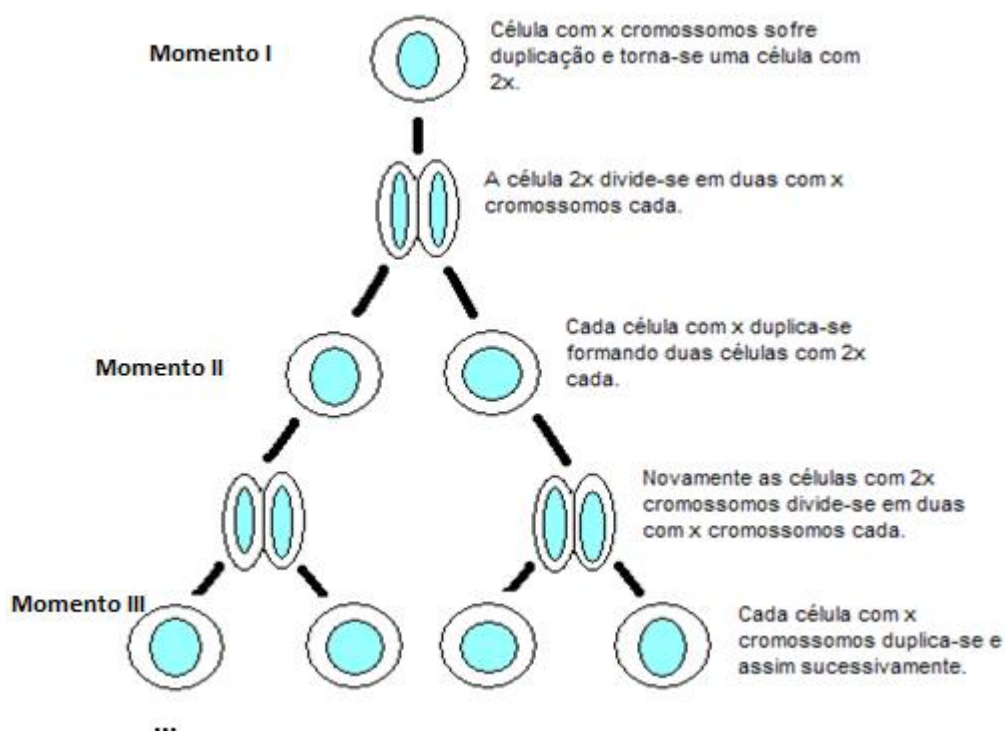


Figura 03. Representação da mitose.

Ao observarmos melhor o esquema acima, percebemos que os momentos de divisão das células desse processo forma uma *progressão geométrica (P.G.)* com os seguintes termos:

$$(1, 2, 4, 8, \dots) \quad (I)$$

Progressões geométricas aparecem em diversas situações práticas, estão relacionadas a outros conceitos matemáticos como sequência e funções exponenciais. A seguir faremos uma breve exposição destes conceitos.

Uma progressão geométrica é uma sequência $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ onde cada termo, a partir do segundo, é o produto $x_{n+1} = x_n \cdot r$ do termo anterior por uma constante r , chamada a razão da progressão. Temos portanto:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= x_1 \\
 x_2 &= x_1 \cdot r \\
 x_3 &= x_2 \cdot r = x_1 \cdot r \cdot r = x_1 \cdot r^2 \\
 x_4 &= x_3 \cdot r = x_1 r^2 \cdot r = x_1 \cdot r^3 \\
 &\dots \\
 x_n &= x_1 \cdot r^{n-1} \\
 x_{n+1} &= x_1 \cdot r^n
 \end{aligned}$$

Onde o termo x_n é chamado de termo geral da P.G.

Por outro lado, uma sequência é uma função cujo domínio são os números naturais, e podem ser representadas como uma função do conjunto dos números naturais (IN) no conjunto dos números reais (IR). Uma sequência pode ser denotada por: $(x_1, x_2, \dots, x_n, \dots)$ ou, de forma simplificada, por (x_n) . Dessa forma, a função estabelecida para tal representação será $1 \rightarrow x_1, 2 \rightarrow x_2, 3 \rightarrow x_3, \dots, n \rightarrow x_n$, correspondendo a cada número natural n o número real x_n .

Diz-se que uma P.G. é crescente se $r > 1$ e $x_1 > 0$ ou $0 < r < 1$ e $x_1 < 0$. Por outro lado, uma sequência infinita é uma função de domínio $IN = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, n, \dots\}$ e contradomínio um conjunto qualquer não vazio. Geralmente o conjunto imagem deste tipo de função é indicado por $\{a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n, \dots\}$.

A progressão geométrica apresentada em (I) é crescente e infinita. Além disso, o seu termo geral é $a_n = 2^{n-1}$, sendo $a_1 = 1$, $a_2 = 2$ e $q = 2$. Dessa forma podemos afirmar que os termos desta progressão geométrica pertencem ao conjunto imagem de uma função exponencial. De fato, seja a um número real positivo diferente de 1. Uma função $f: IR \rightarrow IR$, indicada por $f(x) = a^x$, é uma função exponencial se a mesma possuir as seguintes propriedades para qualquer $x, y \in IR$:

- 1) $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$;
- 2) $a^1 = a$;
- 3) $x < y \Rightarrow a^x < a^y$ quando $a > 1$ e $x < y \Rightarrow a^x > a^y$ quando $0 < a < 1$.

Os termos da P.G. (1, 2, 4, 8, ...) pertencem ao conjunto imagem da função $f(x) = 2^{x-1}$. Dizemos que uma função $g: IR \rightarrow IR$ é do tipo exponencial quando tem

$g(x) = ba^x$ para todo $x \in \mathbb{R}$, onde a e b são constantes positivas. Se $a > 1$, g é crescente e se $0 < a < 1$, a função g é decrescente.

Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = ba^x$, uma função do tipo exponencial. Se $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$ é uma progressão aritmética de razão h , isto é, $x_{n+1} = x_n + h$, então os valores $f(x_1) = ba^{x_1}, f(x_2) = ba^{x_2}, \dots, f(x_n) = ba^{x_n}, \dots$ formam uma progressão geométrica de razão a^h , ou seja, $f(x_{n+1}) = ba^{x_{n+1}} = ba^{x_n+h} = (ba^{x_n}) \cdot a^h$. Como o $(n+1)$ -ésimo termo da progressão aritmética dada é $x_{n+1} = x_1 + nh$, segue que $f(x_{n+1}) = ba^{x_{n+1}} = ba^{x_1+nh} = ba^{x_1} \cdot a^{nh} = (ba^{x_1}) \cdot (a^h)^n = f(x_1) \cdot A^n$, onde $f(x_1) = ba^{x_1}$ e $A = a^h$. De forma particular, se $x_1 = 0$ então $f(x_1) = b$, logo $f(x_{n+1}) = b \cdot A^n$. Para melhor entendimento sobre esta relação demonstraremos o seguinte teorema:

Teorema: *Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função monótona injetiva (crescente ou decrescente) que transforma toda progressão aritmética $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$ numa progressão geométrica $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n = f(x_n)$. Se pusermos $b = f(0)$ e $a = \frac{f(1)}{f(0)}$ teremos $f(x) = ba^x$ para todo $x \in \mathbb{R}$.*

Demonstração: Seja $b = f(0)$. A função $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ definida por $g(x) = \frac{f(x)}{b}$ é monótona injetiva, continua transformando progressões aritméticas em progressões geométricas e agora tem-se $g(0) = 1$. Dado $x \in \mathbb{R}$ qualquer, a sequência $x, 0, -x$ é uma progressão aritmética, logo $g(x), 1, g(-x)$ é uma progressão geométrica de razão $g(-x)$. Segue-se $g(-x) = \frac{ba^{-x}}{b} = a^{-x} = \frac{1}{g(x)}$. Sejam agora $n \in \mathbb{N}$ e $x \in \mathbb{R}$. A sequência $0, x, 2x, \dots, nx$ é uma progressão aritmética, logo $1, g(x), g(2x), \dots, g(nx)$ é uma progressão geométrica, cuja razão é $g(x)$. Então seu $(n+1)$ -ésimo termo é $g(nx) = g(x)^n$. Se $-n$ é um inteiro negativo então $g(-nx) = \frac{1}{g(nx)} = \frac{1}{g(x)^n} = g(x)^{-n}$.

Portanto, vale $g(nx) = g(x)^n$ para qualquer $n \in \mathbb{Z}$ e $x \in \mathbb{R}$. Pondo-se $a = g(1) = \frac{f(1)}{f(0)}$,

Segue-se que $g(x) = a^x$, ou seja, $f(x) = ba^x$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Dessa forma, pensando em uma progressão geométrica como uma função que associa a cada natural n o valor a_n , o gráfico desta função é formado por uma sequência de pontos pertencentes ao gráfico de uma função exponencial. O gráfico exponencial, Figura 04, contém pontos que representam o processo mitótico ilustrado na Figura 03.

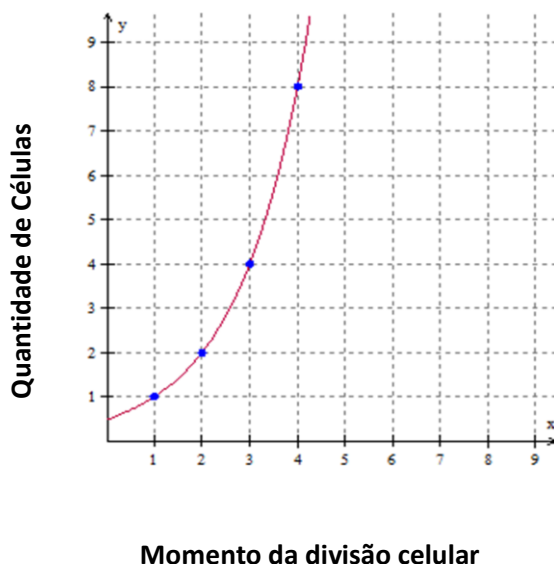


Figura 04. Gráfico de uma função exponencial que representa o processo mitótico.

Para encontrarmos a lei de formação da função que contém os pontos do processo mitótico podemos utilizar o teorema apresentado anteriormente. Sendo assim, observando o gráfico temos:

As sequências $(0, 1, 2, 3, \dots)$ e $(\frac{1}{2}, 1, 2, 4, 8, \dots)$ representam uma progressão aritmética e uma progressão geométrica, respectivamente. Como $b = f(0) = \frac{1}{2}$,

$$a = \frac{f(1)}{f(0)} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 \text{ e } f(x) = ba^x, \text{ temos:}$$

$$f(x) = 2^{-1} \cdot 2^x = 2^{x-1}.$$

Porém, só pertencerá a este processo a sequência de pontos cujo domínio é \mathbb{IN} .

Evidenciamos que este crescimento mitótico é baseado em condições normais (de espaço, alimentação, temperatura, etc.) sem levar em consideração a

resistência ambiental. Todavia, existem diversos fatores que podem influenciar na limitação deste crescimento exponencial, como por exemplo: uma população de bactérias colonizando a garganta de um indivíduo, se o mesmo tomar antibiótico, dependendo do potencial destruidor deste medicamento, o número de bactérias poderá reduzir, podendo chegar até a extinção. Outro exemplo ocorre com algumas populações de algas unicelulares, no qual há no início um crescimento explosivo, geométrico, em função do aumento da disponibilidade de nutrientes do meio. Esse crescimento explosivo é seguido de queda brusca do número de indivíduos, pois, em decorrência do esgotamento dos recursos do meio, a taxa de mortalidade é alta, podendo, inclusive, acarretar a extinção da população do local.

Salientamos que este estudo de resistência ao meio é relacionado à Ecologia (Dinâmica de Populações), o qual foge do foco do tema proposto. Porém, esses exemplos explicitados são relevantes para termos ideia de que a resistência ambiental delimitará, de acordo com cada caso, a representação do processo mitótico. Em condições normais o número de células crescerá conforme indicada na Figura 04.

2.2 - Meiose

Outro processo de divisão celular é a meiose. É caracterizada pela ocorrência de apenas uma duplicação dos cromossomos para cada duas divisões dos núcleos. Deste modo a “célula mãe” dá origem a quatro “células filhas” com metade de seu número de cromossomos. A Figura 05, ilustra processo meiótico:

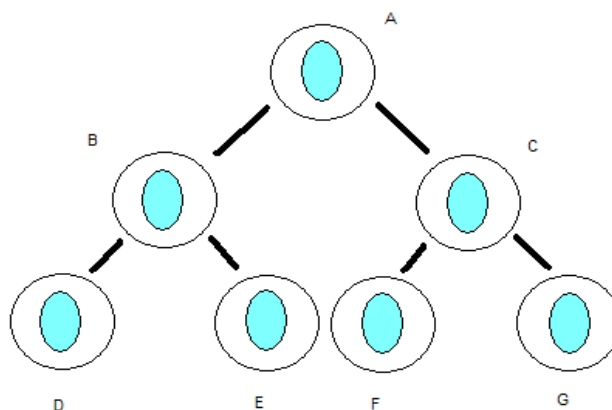


Figura 05. Representação da meiose.

A célula **A** possui originalmente $2Z$ cromossomos. Sofrendo a duplicação cromossômica essa célula passa a ter $4Z$ ($2Z \cdot 2 = 4Z$), a qual divide-se em duas células, **B** e **C**, cada uma com $2Z$ cromossomos ($4Z \cdot \frac{1}{2} = 2Z$). Feito isso, o processo de divisão surge novamente transformando a célula **B** nas células **D** e **E** e a célula **C** nas células **F** e **G**, cada uma com Z cromossomos ($2Z \cdot \frac{1}{2} = Z$), finalizando assim o processo.

Observando o esquema meiótico, pode-se dizer que as células representadas na Figura 05, formam uma P.G. finita de 3 termos (1,2,4). Assim conforme exposto nos processos mitóticos e meióticos, a progressão geométrica é uma ferramenta relevante ao estudo dos mesmos. Dessa forma é importante que os professores de matemática e de biologia tenham conhecimento dessa relação entre estes conteúdos. Mais do que isso, é interessante que esses profissionais desenvolvam atividades em conjunto.

2.3 – Leis da herança

O histórico dos estudos sobre os fenômenos da herança biológica mostram que ao longo dos tempos os mesmos foram se apoiando na matemática, tornando-se mais compreensíveis. A Figura 06, a seguir, ilustra uma teoria biológica, proposta no final do século XIX, chamada lei da herança ancestral.

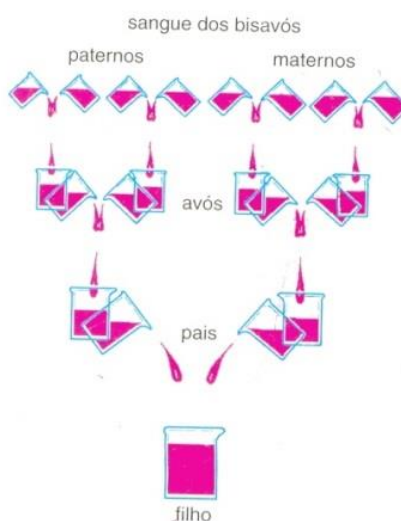


Figura 06. Representação da lei da herança ancestral. SOARES, 1999, p. 327

Essa teoria que segundo Soares (1999), foi criada por Francis Galton (Inglaterra, 1822~1911) afirmava que a herança biológica se dava através do sangue. De acordo com esta lei o sangue de cada indivíduo seria uma mistura do sangue de seu pai com o sangue de sua mãe numa proporção meio a meio. Como cada progenitor também teria a metade dos caracteres de cada um de seus pais, então o indivíduo tomado como exemplo, teria herdado 1/4 de seus caracteres do sangue de cada um dos seus avós, 1/8 de cada bisavô, e assim por diante.

Observando os passos definidos nessa lei podemos observar que além da P.G. encontramos outras ferramentas matemáticas, como por exemplo, a presença das frações e proporções.

São vários os conceitos matemáticos que estão relacionados com a genética, os mais usuais são a análise combinatória, que além dos problemas de contagem envolvem o Binômio de Newton, o triângulo de Pascal e a probabilidade.

Segundo o Biólogo Soares (1999), na formação dos gametas, os genes³ se recombinam se agregam numa extraordinária análise combinatória. A análise combinatória corresponde à área da matemática responsável por resolver problemas de contagem e tem no chamado princípio fundamental da contagem a sua principal ferramenta.

O *princípio fundamental da contagem* diz que se há x modos de tomar uma decisão A_1 e, tomada a decisão A_1 , há y modo de tomar a decisão A_2 , então o número de tomar sucessivamente as decisões A_1 e A_2 será $x \cdot y$.

Uma aplicação direta do princípio fundamental da contagem é a permutação de elementos de um conjunto. A permutação simples de n elementos distintos é qualquer grupo ordenado desses n elementos. Ou seja, se quiséssemos definir quantos modos pode-se ordenar em fila n objetos distintos, como faríamos? A escolha do objeto que ficará no primeiro lugar pode ser feita de n modos, a escolha do segundo objeto que ocupará o segundo lugar será de $n-1$ maneiras, neste mesmo sentido, a escolha do terceiro seria $n-2$ e, assim sucessivamente. Deste modo teríamos $n(n-1)(n-2)(n-3) \cdot \dots \cdot 1 = n!$. Simbolicamente representado por $P_n = n!$, onde o símbolo $n!$ é conhecido como fatorial de n ou n fatorial. Muitos livros

³ Gene: seguimento da molécula de DNA que contém uma instrução gênica codificada para a síntese de uma proteína.

do ensino médio, como por exemplos, Silva (2005) e Paiva (2013) escrevem esta relação da seguinte maneira:

$$n(n-1)(n-2)(n-3) \cdot \dots \cdot [n-(p-1)]. \quad (\text{II})$$

O esquema a seguir mostra como essa relação é obtida:

1 fator $\rightarrow n$

2 fatores $\rightarrow n(n-1)$

3 fatores $\rightarrow n(n-1)(n-2)$

...

p fatores $\rightarrow n(n-1)(n-2) \dots [n-(p-1)]$.

A relação (II) é comumente chamada de arranjo simples e sua notação é escrita por $A_{n,p}$. Afim de caracterizar essa relação por meio de uma fórmula expressa por fatorial, pode-se multiplicar e dividir a expressão (II) por $(n-p)(n-p-1)(n-p-2) \dots 3.2.1$. Obtendo a seguinte expressão:

$$A_{n,p} = \frac{n(n-1)(n-2) \dots [n-(p-1)](n-p)(n-p-1)(n-p-2) \dots 3.2.1}{(n-p)(n-p-1)(n-p-2) \dots 3.2.1}$$

Que após simplificada fica $A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$. Sendo chamada de arranjo de n

elementos tomados p a p .

Outro tipo de contagem é feito através da combinação simples. Esta estratégia usa o fato de que selecionar p objetos entre n objetos equivale a dividir os n objetos em um grupo de p objetos, que são selecionados, e um grupo de $n-p$ objetos, que não são selecionados, o problema pode ser solucionado utilizando a relação:

$$C_n^p = C_{n,p} = \binom{n}{p} = \frac{n!}{(n-p)!p!}. \quad (\text{III})$$

A seguir iremos apresentar uma demonstração para esta fórmula. Antes disso, ressaltamos, que as denotações C_n^p , $C_{n,p}$ ou $\binom{n}{p}$ representam o número de combinações simples de n elementos tomados de p a p .

Demonstração: Seja $E = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$, definir o número de combinações dos n elementos de E tomados p a p é calcular quantos são os subconjuntos de E com p elementos. Vamos supor que E possuía x subconjuntos com p elementos, ou seja:

$$C_{n,p} = x.$$

Considerando agora um subconjunto qualquer de E com p elementos, por exemplo, o subconjunto $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_p\}$. Qualquer permutação com os p elementos desse subconjunto gera um arranjo dos n elementos de E tomados p a p . Como o número de permutações desse p elementos é igual a $p!$, concluímos que esse subconjunto, ou essa combinação, gera $p!$ arranjos diferentes, isto é: cada subconjunto de E com p elementos gera $p!$ arranjos dos n elementos de E tomados p a p . Desse modo, se E possui x subconjuntos com p elementos, o número de arranjos dos n elementos tomados p a p é igual a $x \cdot p!$. Sendo assim:

$$x \cdot p! = A_{n,p} \Rightarrow C_{n,p} \cdot p! = \frac{n!}{(n-p)!} \text{ pois } x = C_{n,p} \text{ e } A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}. \text{ Temos então:}$$

$$C_n^p = C_{n,p} = \binom{n}{p} = \frac{n!}{(n-p)!p!};$$

Caracterizando com isto, a fórmula (III) enunciada anteriormente.

O número de combinações simples de n elementos tomados p a p , podem ser facilmente calculados utilizando uma estrutura chamada de triângulo de Pascal, o qual é na verdade uma disposição de números onde podemos representar ordenadamente os diversos valores C_n^p . Vejamos:

$$\begin{array}{ccccccc}
 C_0^0 & & & & & & 1 \\
 C_1^0 & C_1^1 & & & & & 1 \quad 1 \\
 C_2^0 & C_2^1 & C_2^2 & & & & 1 \quad 2 \quad 1 \\
 C_3^0 & C_3^1 & C_3^2 & C_3^3 & & & 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \\
 C_4^0 & C_4^1 & C_4^2 & C_4^3 & C_4^4 & & 1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \\
 \dots & & & & & & \dots
 \end{array} \Leftrightarrow \tag{IV}$$

Esta representação pode ser facilmente construída. Basta saber que os elementos da primeira coluna são todos iguais a 1, assim como o último elemento de cada linha; daí somando dois elementos que estão lado a lado no triângulo obtém-se o elemento situado embaixo do da direita. Estes procedimentos são feitos a partir de uma relação conhecida como relação de Stifel.

$$C_n^p + C_n^{p+1} = C_{n+1}^{p+1}.$$

Demonstração: Para demonstrar esta relação, inicialmente, vamos associar que $\binom{n+1}{p+1} = \frac{(n+1)!}{(n-p)!(p+1)!}$, então temos:

$$\begin{aligned} \binom{n}{p} + \binom{n}{p+1} &= \frac{n!}{(n-p)!p!} + \frac{n!}{(n-p-1)!(p+1)!} = \\ &= \frac{(p+1)n! + (n-p)n!}{(p+1)!(n-p)!} = \\ &= \frac{n!(p+1+n-p)}{(p+1)!(n-p)!} = \\ &= \frac{n!(n+1)}{(p+1)!(n-p)!} = \\ &= \frac{(n+1)!}{(n-p)!(p+1)!} = \\ &= \binom{n+1}{p+1} \end{aligned}$$

No triângulo de Pascal, observa-se também outra relação existente, o chamado de Teorema das Linhas onde a soma dos elementos de uma linha n qualquer é igual a 2^n . Isto é:

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n \quad (V)$$

Para a demonstração deste teorema basta perceber que os dois membros são iguais ao número de subconjuntos de um conjunto com n elementos.

No estudo da hereditariedade este teorema está ligado ao número de gametas diferentes num indivíduo, onde nesse caso, n representa o número de pares de genes heterozigotos existentes nos genótipos do indivíduo. Para a avaliação das várias possibilidades que devem ocorrer conjuntamente, pode-se usar o triângulo de Pascal, que já dá o resultado diretamente, sem necessidade de cálculos, Soares (1999).

O número $\binom{n}{p}$ é também conhecido por números binomiais pois são utilizados no desenvolvimento de expressões do tipo $(x+a)^n$ que são conhecidos por binômio de Newton.

O Binômio de Newton é a relação matemática que fornece o desenvolvimento de $(x+a)^n$, sendo x e a números reais e n um inteiro não negativo. Por exemplo:

$$\begin{aligned}(x+a)^0 &= 1, \\(x+a)^1 &= x+a, \\(x+a)^2 &= x^2+2xa+a^2, \\(x+a)^3 &= x^3+3x^2a+3xa^2+a^3.\end{aligned}$$

Antes de generalizarmos a fórmula do Binômio de Newton, observe que:

- O desenvolvimento de $(x+a)^n$ tem $n+1$ termos.
- Os expoentes de x decrescem de n até zero, enquanto os expoentes de a crescem de zero até n .
- Os coeficientes deste Binômio correspondem ordenadamente aos números do triângulo de Pascal.

Dessa forma podemos escrever.

$$\begin{aligned}(x+a)^0 &= \binom{0}{0} x^0 a^0 \\(x+a)^1 &= \binom{1}{0} x^1 a^0 + \binom{1}{1} x^0 a^1 \\(x+a)^2 &= \binom{2}{0} x^2 a^0 + \binom{2}{1} x^1 a^1 + \binom{2}{2} x^0 a^2 \\(x+a)^3 &= \binom{3}{0} x^3 a^0 + \binom{3}{1} x^2 a^1 + \binom{3}{2} x^1 a^2 + \binom{3}{3} x^0 a^3 \\&\dots \\(x+a)^n &= \binom{n}{0} x^n a^0 + \binom{n}{1} x^{n-1} a^1 + \binom{n}{2} x^{n-2} a^2 + \dots + \binom{n}{n-1} x^1 a^{n-1} + \binom{n}{n} x^0 a^n.\end{aligned}\tag{VI}$$

Observe que o termo genérico do desenvolvimento $(x+a)^n$ é dado por

$$\binom{n}{p} x^{n-p} a^p = C_{n,p} \cdot a^p x^{n-p}, \quad p=0, 1, 2, \dots, n\tag{VII}$$

Daí, podemos escrever $(x+a)^n$ também do seguinte modo:

$$(x+a)^n = \sum_{p=0}^n C_n^p a^p x^{n-p} = C_n^0 a^0 x^n + C_n^1 a^1 x^{n-1} + C_n^2 a^2 x^{n-2} + \dots + C_n^n a^n x^0.$$

Vejamos a seguir um problema simples envolvendo a hereditariedade e no qual podemos associar os conceitos matemáticos que acabamos de abordar.

Em uma família que pretende ter 5 filhos, qual a probabilidade de 3 serem homens e 2 mulheres?

Antes de responder este problema, vamos recordar algumas relações que envolvem a Probabilidade:

O conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório é chamado de *espaço amostral* desse experimento. Qualquer subconjunto do espaço amostral é chamado de *evento* desse espaço. O espaço amostral equiprovável acontece quando as frequências relativas de seus elementos tendem a um mesmo valor quando o número de experimentos aumenta indefinidamente.

Sejam E um espaço amostral equiprovável, finito e não vazio, e A um evento de E . A probabilidade de ocorrer algum elemento de A é indicada por $P(A)$ e definida por:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(E)}. \quad (\text{VIII})$$

Onde $n(A)$ e $n(E)$ indicam, respectivamente, o número de elementos do conjunto A e do conjunto E .

Desta forma percebe-se que probabilidade é uma função que associa a cada evento A um número $P(A)$ de forma que:

- (a) Para todo evento A , $0 \leq P(A) \leq 1$;
- (b) $P(E) = 1$ e
- (c) Se A e B são eventos mutuamente excludentes, isto é, eventos que não podem ocorrer simultaneamente ($A \cap B = \emptyset$), então: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Após a apresentação destas relações, voltemos à análise da questão proposta por Soares (1999) para o qual apresentaremos quatro soluções distintas.

Solução 1. Sejam H = homem e M = mulher. Poderíamos ter a seguinte ordem de nascimento: H, H, H, M, M . A probabilidade de que um filho seja menino ou menina é de $1/2$. Nesse caso temos: $1/2 \times 1/2 \times 1/2 \times 1/2 \times 1/2 = 1/32$. Se quiséssemos a probabilidade dos filhos nascerem nessa ordem, a probabilidade seria essa. Porém esta ordem não englobam todos os possíveis casos.

Os casos possíveis são:

$H H H M M$;

$H H M H M$;

$H H M M H$;

$H M H H M$;

$H M H M H$;

H M M H H ;
 M H H H M ;
 M H H M H ;
 M H M H H e
 M M H H H.

Desta forma, percebemos que são 10 casos possíveis (poderíamos obter este mesmo resultado utilizando o cálculo de C_5^3). Sendo assim, o resultado será

$$10 \cdot \frac{1}{32} = \frac{10}{32}.$$

Solução 2. Outra solução para este problema foi proposta por Soares (1999) e é obtida por meio do triângulo de Pascal, na forma apresentada na Figura 07.

Valores de n	Frequências										Frequências totais	
0												1
1												2
2												4
3												8
4												16
5												32
6												64
7												128
8												256
9												512
10												1 024

Figura 07. Triângulo de Pascal. SOARES, 1999, p. 367.

Para saber a probabilidade de uma família vir a ter, em 5 filhos, 3 homens e 2 mulheres, analisamos os valores de n e paramos no número 5 (correspondente a quantidade total de filhos); na mesma linha para-se no primeiro número (1) relacionado à coluna Frequências, daí vai especificando decrescentemente o número de homens (por exemplo): 5 homens (para o primeiro número = 1), 4 homens (para o segundo número = 5), 3 homens (para o terceiro número = 10), 2 homens (para o quarto número = 10), 1 homem (para o quinto número = 5), nenhum homem (para o sexto = 1). Ora, como o problema deseja que seja 3 homens, o número correspondente é 10. O denominador da fração (resultante da probabilidade solicitada) será o número correspondente na coluna (frequências totais) que esteja na mesma linha $n = 5$. Sendo assim o resultado será $\frac{10}{32}$.

Obviamente a segunda forma de resolver o problema proposto é mais simples que a primeira. A tabela apresentada na Figura 07 se constitui num interessante dispositivo prático para ser usado nas aulas de biologia, contudo solucionar o problema e não possibilitar ao aluno a compreensão do porque a resposta correta é obtida pelo dispositivo deixa uma lacuna no seu aprendizado. A interdisciplinaridade pressupõe uma interação de significados de modo que os temas abordados sejam compreendidos em sua totalidade. Sendo assim, o aluno deverá juntamente com o professor buscar caminhos que lhes forneçam relações efetivas de como e porque a resolução se faz compreensível. Isto acontecerá através do diálogo entre às disciplinas envolvidas. Neste caso, a matemática e a biologia.

Vejamos então o porquê destes procedimentos adotados por Soares (1999) se fazem coerentes. Para isto, vamos explicitar os fundamentos matemáticos “por trás” de tal dispositivo. Primeiro observamos que na solução 2 o que se usa na verdade é a aplicação do Binômio de Newton.

Seja $(p+q)^n$, em que p é a probabilidade de ser homem, q a probabilidade de ser mulher e n a quantidade total de filhos, utilizando a equação (VI) temos:

$$(p+q)^5 = \binom{5}{0}p^5q^0 + \binom{5}{1}p^4q^1 + \binom{5}{2}p^3q^2 + \binom{5}{3}p^2q^3 + \binom{5}{4}p^1q^4 + \binom{5}{5}p^0q^5$$

Ora, queremos encontrar neste desenvolvimento apenas a relação que nos fornece o resultado dos filhos serem 3 homens e 2 mulheres. Sendo assim o resultado da questão proposta será o resultado do termo $\binom{5}{2}p^3q^2$. Ressaltamos que este resultado poderia ser encontrado usando diretamente a equação (VII). Como a probabilidade de ser homem = a probabilidade de ser mulher = $\frac{1}{2}$, temos $p = q = \frac{1}{2}$, sendo assim o resultado será:

$$\binom{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 10 \cdot \frac{1}{32} = \frac{10}{32}.$$

No dispositivo proposto por Soares (1999) ao invés de usar o termo $\binom{5}{2}p^3q^2$ para encontra a solução do problema, o mesmo utiliza apenas o valor do coeficiente desta relação, encontrando assim o valor do numerador da probabilidade. Para

encontrar o denominador, o dispositivo faz uso da equação (V), ou seja, o teorema das linhas.

Como a interdisciplinaridade propõe diversos olhares na busca do conhecimento, iremos resolver o mesmo problema utilizando agora a definição de probabilidade.

Solução 3. Pelo princípio multiplicativo podemos encontrar o espaço amostral $n(E)$. Como há 2 possibilidades para cada filho temos: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$. Para encontrarmos o subconjunto do espaço amostral, basta definir o valor de $C_5^2 = 10$ ou $C_5^3 = 10$, já que de 5 filhos pretende-se ter 3 homens e 2 mulheres. Sendo assim a resposta segundo a equação (VIII) é igual a $\frac{10}{32}$.

Poderíamos também resolver esta mesma questão ainda sob um outro enfoque probabilístico. Vejamos:

Solução 4. Se em um experimento aleatório a probabilidade do evento A ocorrer em cada uma das n tentativas é dada por $P(A)$, então a probabilidade do evento A ocorrer exatamente p vezes em n tentativas é $C_{n,p} \cdot [P(A)]^p \cdot [1 - P(A)]^{n-p}$, sendo $n \geq p$ e a expressão $1 - P(A)$ o complementar de A .

Desta forma, temos: $n = 5$ (total de tentativas = total de filhos), $p = 3$ (número de vezes em n tentativas = 3 filhos homens) e $P(A) = 1/2$ (ocorrência em cada uma das n tentativas = probabilidade de nascer homem), sendo assim:

$$C_{5,3} \cdot \left[\frac{1}{2}\right]^3 \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)\right]^{5-3} = 10 \cdot \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{10}{32}.$$

Salientamos que o resultado seria o mesmo se fizéssemos a resolução a partir de $p = 2$ (número de vezes em n tentativas = 2 mulheres). Observe que este enfoque probabilístico faz um elo com o termo genérico do binômio de Newton.

Como vimos, a probabilidade é bastante utilizada nesse contexto, a mesma elabora e pesquisa modelos para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios. Para Soares (1999), a interpretação gráfica dos genogramas e aplicações dos cálculos relacionados aos cruzamentos são avaliados a partir das probabilidades. Ressaltamos que os resultados destes cruzamentos podem ser representados também como porcentagens.

A relação matemática-genética fica mais evidente na declaração de Soares (1999, p. 368) quando afirma que “a genética é uma ciência estatística. Por isso, os resultados dos cruzamentos são expressos em proporções ou em percentuais”. Percebemos então que a estatística é de suma importância a essa relação. Ela é um ramo da matemática que compreende ações como: coletar, organizar e apresentar dados relacionados a algum fato ou acontecimento, a fim de obter informações pertinentes aos mesmos.

Outro exemplo da relação matemática-genética pode ser visualizada na Figura 08, a qual ilustra o cruzamento entre coelhos albino e coelhos cinza de linhagens pura, com formação de descendentes heterozigotos, proposta por Amabis e Martho (2004). O referido cruzamento segue os princípios da 1ª lei de Mendel ou lei do monohibridismo, esta costuma ser enunciada assim: cada caráter é determinado por um par de fatores que se separam na formação dos gametas, indo apenas um dos fatores do par para cada gameta.

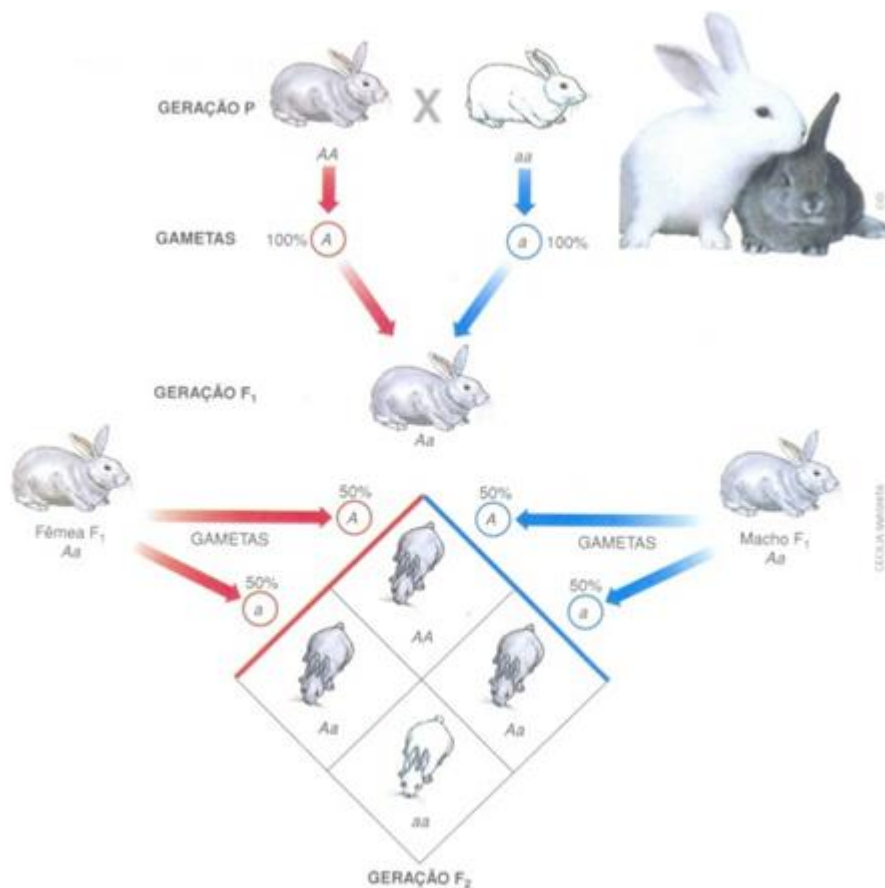


Figura 08. Representação do cruzamento entre coelhos albino e cinza de linhagens puras. AMABIS e MARTHO, 2004, p. 26.

Considerando um conjunto de dois genes alelos⁴, denotados por A e a , cada indivíduo de um referido sexo possui dois destes genes, sendo assim, os possíveis pares são: AA , Aa e aa . Este par de genes é chamado de Genótipo do indivíduo e determina como o caráter controlado por estes genes se manifestam no indivíduo. Sendo assim, um indivíduo herda um dos genes de cada par de genes dos seus pais para formar seu próprio e particular par. Em suma, se uma mãe tem um genótipo Aa então o filho herdará o gene A ou a . E se o pai tiver, por exemplo, o genótipo aa , então o filho só poderá herdar do pai o gene a , ou seja, o genótipo deste indivíduo (filho) só poderá ser Aa ou aa . Quando o genótipo não são idênticos entre si (Aa), o indivíduo é denominado heterozigoto e quando são idênticos (AA ou aa), o indivíduo é chamado de homozigoto.

De acordo com a Figura 08, no qual denota o cruzamento dos heterozigotos ($Aa \times Aa$), obtêm-se então: $1/4$ ou 25% (cinza homozigoto), $1/4$ ou 25% (albino homozigoto) e $1/2$ ou 50% (heterozigoto). Estes tipos de cruzamentos, podem ser representados por produtos de expressões algébricas conhecidas como quadrado da soma de dois termos.

Se o resultado for expresso por probabilidade, temos:

$$(A + a)^2 = (A + a)(A + a) = aa + aA + aA + aa = AA + 2Aa + aa = 1.$$

Observamos que para cada par de genes há $\frac{1}{4}$ de possibilidade, daí

verificamos que a probabilidade será:

$$\begin{aligned} AA &= \frac{1}{4}, \\ Aa &= 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}, \\ aa &= \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Se o resultado for expresso por porcentagem, teríamos:

$$\begin{aligned} AA &= \frac{1}{4} = 0,25 = 25\% \\ Aa &= 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\% \\ aa &= \frac{1}{4} = 0,25 = 25\% \end{aligned}$$

⁴ Genes alelos: são os genes que se unem para formar uma determinada característica e se encontram no mesmo locus nos cromossomos homólogos. Os alelos estarão sempre aos pares nos cromossomos, pois um dos alelos é proveniente de um gameta masculino e o outro de um gameta feminino.

Evidenciamos que o uso do quadrado da soma de dois termos $(A+a)^2$ será utilizado sempre nesta perspectiva de cruzamentos de heterozigotos, caso não seja, aplicamos o produto da soma de dois termos distintos. Por exemplo, se quiséssemos definir as possíveis probabilidades do cruzamento entre o coelho albino (aa) com o coelho heterozigoto (Aa) teríamos:

$$(a+a)(A+a) = Aa + aa + Aa + aa = 2Aa + 2aa = 1, \text{ ou seja:}$$

$$Aa = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2},$$

$$aa = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$$

Mendel prosseguiu com suas pesquisas analisando dois ou mais caracteres ao mesmo tempo. Através de vários experimentos chegou a seguinte conclusão: na formação dos gametas, o par de fatores responsável por uma característica separa-se independentemente de outro par de fatores responsável por outra característica. Este enunciado corresponde à 2ª lei de Mendel.

A Figura 09 ilustra o cruzamento entre ervilhas realizado por Mendel. Este cruzamento está associado aos princípios de sua 2ª lei.

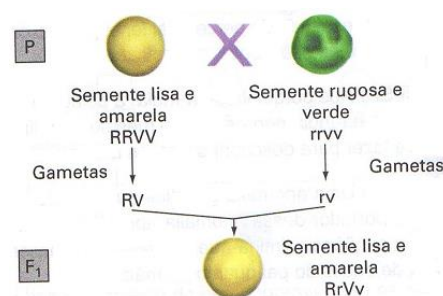


Figura 09. Esquema do resultado obtido no cruzamento entre plantas homozigotas de ervilhas. (LOPES e ROSSO, 2005, p. 454).

O cruzamento P destacado na Figura 09 demonstra o cruzamento entre plantas homozigotas de ervilha, para forma e cor da semente. Deste cruzamento Mendel observou que em F_1 , 100% das sementes são lisas e amarelas, destacando a existência da dominância entre os genes alelos. Logo após, Mendel realizou a autofecundação da geração F_1 obtendo a geração F_2 representada na figura a seguir.

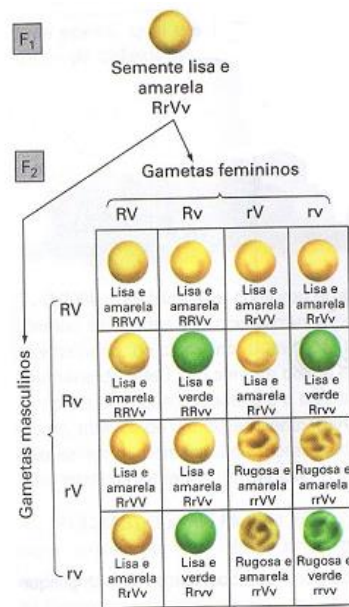


Figura 10. Esquema dos resultados obtidos na autofecundação da geração F_1 . (LOPES e ROSSO, 2005, p. 454).

Assim como no cruzamento do problema anterior, podemos usar o produto da soma de dois termos, porém neste caso, deveremos dividir estes cruzamentos em quatro partes:

$$(RV + Rv)(RV + Rv) = RRVV + RRVv + RRvV + RRvv \rightarrow 1^a \text{ parte}$$

$$(RV + Rv)(rV + rv) = RrVV + RrVv + rRVv + Rrvv \rightarrow 2^a \text{ parte}$$

$$(rV + rv)(RV + Rv) = RrVV + RrVv + rRVv + Rrvv \rightarrow 3^a \text{ parte}$$

$$(rV + rv)(rV + rv) = rrVV + rrVv + rrvV + rrvv \rightarrow 4^a \text{ parte}$$

Observe que a soma destas quatro partes dará origem há 16 possíveis descendentes, logo a probabilidade para cada um é de $\frac{1}{16}$. A Tabela 01 mostra a probabilidade fenotípica deste cruzamento:

Tabela 01. Probabilidade fenotípica do cruzamento com ervilhas dupla heterozigota

Genótipos	Fenótipos	Probabilidade Fenotípica
$RRVV$, $RRVv$, $RrVV$ e $RvVv$	Lisa e amarela	9/16
$RRvv$, $Rrvv$	Lisa e verde	3/16
$rrVV$, $rrVv$ e $rRVv$	Rugosas e amarelas	3/16
$rrvv$	Rugosa e verde	1/16

Esta relação matemática também é aplicada nos cruzamentos da herança quantitativa (herança poligênica ou poligenia), que é um caso particular de interação gênica em que os fenótipos⁵ não mostram variações expressivas, estas são lentas, contínuas e mudam gradativamente. Neste caso, os genes possuem efeito aditivo e recebem o nome de poligenes, cada um contribui com uma parcela no fenótipo, e cada par de poligenes pode estar localizado em um par de cromossomos homólogos⁶. A herança quantitativa é muito presente na natureza e algumas possuem importância econômica, como por exemplo, a produção de carne em gado de corte e a produção de milho. No ser humano, a estatura, a cor da pele e, inclusive, a inteligência, são casos de herança quantitativa (LOPES e ROSSO, 2005).

Para finalizar esta seção vamos analisar um cruzamento entre indivíduos mulatos médios, ambos heterozigóticos para os dois pares de genes.

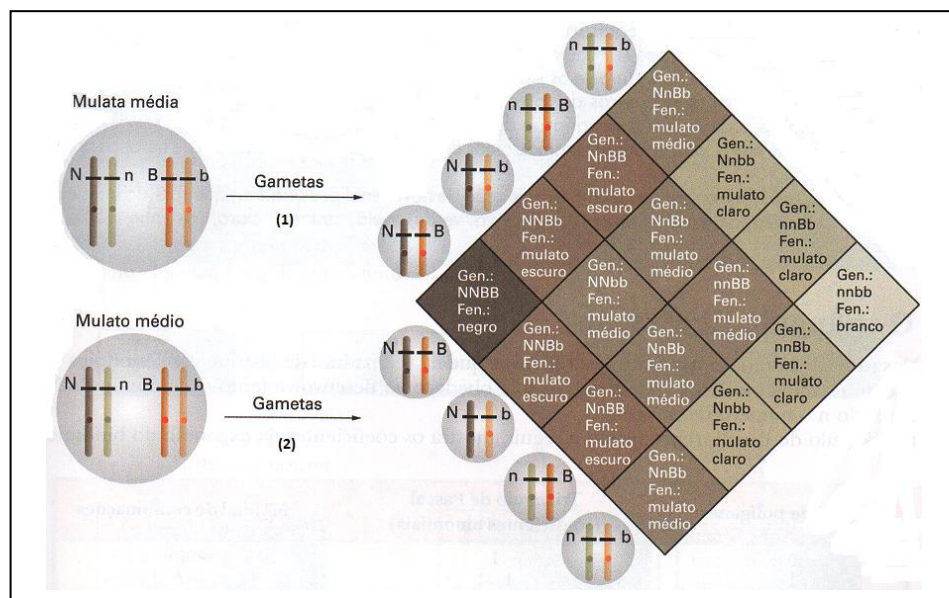


Figura 11. Representação do cruzamento entre indivíduos mulatos médios heterozigotos (LOPES e ROSSO, 2005, p. 469).

Os passos (1) e (2) exposto na Figura 11, representam o processo meiótico, transformando a célula-mãe em quatro células-filhas com metade de seus cromossomos iniciais, originando as células reprodutivas, neste caso, os gametas.

⁵ Fenótipo: conjunto de características morfológicas ou funcionais do indivíduo.

⁶ Cromossomos homólogos: cada membro de um par de cromossomos geneticamente equivalentes, presentes em uma célula diploide, apresentando a mesma sequência de locus gênico.

Apesar da diferença entre a 2ª lei de Mendel e a herança quantitativa, podemos realizar o mesmo processo matemático feito no cruzamento das ervilhas da geração F1. Note que a 2ª lei de Mendel se refere aos cruzamentos em que estejam envolvidos dois ou mais caracteres, enquanto a herança quantitativa trata-se de uma única característica que compreende dois ou mais pares de genes não-alelos em sua determinação,

$$(NB + Nb)(NB + Nb) = NNBB + NNBb + NNbB + NNbb \rightarrow 1^{\text{a}} \text{ parte}$$

$$(NB + Nb)(nB + nb) = NnBB + NnBb + NnBb + Nnbb \rightarrow 2^{\text{a}} \text{ parte}$$

$$(nB + nb)(NB + Nb) = NnBB + NnBb + NnBb + Nnbb \rightarrow 3^{\text{a}} \text{ parte}$$

$$(nB + nb)(nB + nb) = nnBB + nnBb + nnBb + nnbb \rightarrow 4^{\text{a}} \text{ parte}$$

A Tabela 02 a seguir mostra a probabilidade fenotípica deste cruzamento:

Tabela 02. Probabilidade fenotípica do cruzamento de indivíduos mulatos médios heterozigotos.

Genótipos	Fenótipos	Probabilidade Fenotípica
NNBB	Negro	1/16
NNBb e NnBB	Mulato escuro	4/16
NNbb, nnBB e NnBb	Mulato médio	6/16
nnBb e Nnbb	Mulato claro	4/16
nnbb	Branco	1/16

Ressaltamos que nos procedimentos matemáticos adotados nos cruzamentos há interação somente entre espermatozoide e óvulo, associando-os a todos os casos possíveis entre eles, ou seja, entendam que o primeiro termo do produto refere-se aos gametas femininos e o segundo, aos gametas masculinos ou vice-versa.

Os aspectos matemáticos apresentados no estudo deste capítulo não são os únicos, porém através destes é possível perceber a relevância da matemática nas resoluções de problemas relacionados à hereditariedade. Sendo assim, é possível afirmar que a interação entre a matemática e a biologia ou abordagens interdisciplinares entre essas disciplinas, é de fundamental importância, pois

possibilita melhores condições para o estudante e/ou pesquisador obter uma compreensão global a respeito da hereditariedade.

Verificar a existência de práticas interdisciplinares envolvendo os conteúdos de biologia e matemática apresentados neste capítulo também foi uma preocupação deste trabalho. No próximo capítulo apresentaremos a metodologia utilizada na pesquisa voltada para a análise da prática didática dos docentes das escolas estaduais de Senhor do Bonfim em relação à metodologia interdisciplinar matemática-biologia utilizada no estudo da hereditariedade.

CAPÍTULO 3

3. Metodologia

Neste capítulo apresentaremos as etapas da pesquisa realizada com o propósito de analisar a interação matemática-biologia na prática pedagógica dos professores das duas disciplinas que atuam no ensino médio das escolas estaduais de Senhor do Bonfim-BA.

Segundo Ribeiro e Chaves (2013), a pesquisa é um processo contínuo no qual podemos alcançar a verdade sobre os objetos em estudo. Para tanto, requer a descoberta de elementos novos, que proporcionarão o crescimento científico, conhecimento da realidade e, sobretudo, o desenvolvimento de sujeitos críticos e não conformados com as aparências imediatas do mundo.

Freire (1996) evidencia que a pesquisa em educação nos mostra qual o melhor caminho se deve percorrer para chegar às descobertas dos objetos ainda não conhecidos. O mesmo relata que este tipo de pesquisa requer do pesquisador a inserção na realidade pesquisada, o apropriar-se de uma postura crítica, a utilização do rigor metodológico e a motivação em transformar a realidade.

A metodologia deste trabalho foi dividida em quatro tópicos: tipos de abordagens adotadas, lócus da pesquisa, sujeitos pesquisados e instrumentos de coletas.

3.1 - Tipos de abordagens adotadas

A pesquisa bibliográfica foi a primeira a ser utilizada, pois desta forma, pudemos relacionar melhor o entendimento quanto às aplicações matemáticas no estudo da hereditariedade. Segundo Amaral (2007), a pesquisa bibliográfica é fundamental em qualquer trabalho científico, pois tal pesquisa enriquece e influencia todas as etapas do trabalho através do embasamento teórico, possibilitando levantamentos, seleções, fichamentos e arquivamentos de informações relacionados à pesquisa.

Além disso, utilizamos as abordagens qualitativa e quantitativa. Segundo Moresi (2003), tais abordagens oferecem perspectivas diferentes, mas não são necessariamente métodos opostos e de uso único. De fato, elementos de ambas as abordagens podem ser utilizados conjuntamente em estudos mistos, proporcionando mais informações do que poderia se obter usando apenas um dos métodos.

Segundo Moreira e Caleffe (2006), a maior diferença entre esses dois tipos de abordagens é que a pesquisa qualitativa explora os atributos dos indivíduos e visualizações que não podem ser facilmente descritos numericamente. Por outro lado, a pesquisa quantitativa, explora as características e situações com base na mensuração e estatística. No entanto, os dois métodos podem ser utilizados no mesmo estudo, caso o pesquisador julgue necessário.

Com a abordagem qualitativo-quantitativa, adotamos ações na utilização de instrumentos de coleta de dados apropriados para a realização de entrevistas, a partir de questionário semiestruturado, permitindo não só o registro, mas a possível análise dos dados obtidos, bem como sua interpretação.

O desenho do estudo foi baseado no modelo de pesquisa denominado pesquisa-ação, no qual Thiollent (1992) afirma que através deste é possível, ao mesmo tempo, realizar diagnóstico e fazer análise de uma determinada situação. Neste tipo de estudo é possível propor aos sujeitos mudanças capazes de promover o aprimoramento de todo o contexto analisado.

Sendo assim, a pesquisa bibliográfica possibilitou os estudos relacionados a este trabalho por meio do embasamento teórico. Ao utilizar a abordagem qualitativo-quantitativa foi possível analisar fatos de forma numérica, além de verificar as qualidades dos entrevistados. Através da pesquisa-ação averiguamos todo o processo de análise de dados e, de acordo com os fatos observados, propomos uma intervenção mostrando uma possível solução para os problemas encontrados.

3.2 - Lócus da pesquisa

Foram utilizadas como campo de pesquisa todas as escolas da rede pública estadual de ensino situada na cidade de Senhor do Bonfim-BA, pertencentes ao XXV Núcleo Regional de Educação (NRE 25), antiga 28ª Diretoria Regional de Educação (DIREC 28), que abrange sob sua jurisdição os municípios do Território de Identidade Piemonte Norte do Itapicuru: Senhor do Bonfim, Andorinha, Antônio

Goncalves, Caldeirão Grande, Campo Formoso, Filadélfia, Jaguarari, Pindobaçu, Ponto Novo, com sede em Senhor do Bonfim (BAHIA, 2014).

A pesquisa foi realizada nos três turnos, obedecendo ao horário de funcionamento de todas as escolas. Como dito anteriormente, todas as escolas de Senhor do Bonfim participaram da pesquisa, sendo que três estão localizadas na zona rural e seis na sede, sendo que uma delas possui duas extensões em outras localidades rurais. O número de alunos matriculados na rede estadual de ensino no ano de 2016 na cidade de Senhor do Bonfim são 5762 alunos, sendo 1625 alunos do ensino fundamental.

O município de Senhor do Bonfim fica situado no Norte do Estado da Bahia, distante 385 km de Salvador, capital do Estado. Com uma população de mais de 72 mil habitantes, apresenta Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM) de 0,666, dado referente ao ano de 2010, classificando como médio em relação às faixas de desenvolvimento humano municipal. Exerce importante influencia econômica em uma região de 360 mil pessoas. Com clima temperado e altitude de 550m, tem a temperatura média de 23^o, podendo chegar a 12^o durante o inverno. Beneficiado por sua situação geográfica é rota quase obrigatória entre o litoral do Estado e a região do São Francisco, e historicamente vinculado ao processo de povoamento do sertão baiano, o município desenvolveu-se como importante entreposto comercial e entroncamento viário para as regiões de Jacobina e Juazeiro, catalisando um grande número de empreendimentos e atraindo novos moradores para o local (PREFEITURA MUNICIPAL SENHOR DO BONFIM, 2016).

3.3 – Sujeitos pesquisados

Os sujeitos da pesquisa são 40 professores do Ensino Médio, dos quais, 20 ministram aulas de Matemática e 20 de Biologia, estes foram escolhidos aleatoriamente em visita as nove (09) escolas estaduais de Senhor do Bonfim. Vale ressaltar que foi feito um levantamento na direção de cada escola sobre o quantitativo de professores destas duas áreas do conhecimento, totalizando 27 professores de biologia e 27 de matemática que estão ministrando aulas neste presente ano letivo.

Sendo assim, com estes valores indicados, foi realizada uma simulação usando a "calculadora de amostras" para pesquisas estatísticas disponível no site

<http://www.netquest.com/br/painel/calculadora-amstras.html>. O resultado obtido para a amostra foi satisfatório, visto que com uma margem de erro de 8%, obtivemos um nível de confiança de 95%. Desta forma, acreditamos que a amostra é uma boa representatividade do universo de pesquisa.

3.4 - Instrumento de coleta de dados

O questionário foi o instrumento de coleta de dados utilizado. Este se dividiu em duas partes (Apêndice A). A primeira parte procura analisar a formação e o uso dos recursos didáticos voltados para a interdisciplinaridade nas salas de aula, em especial, no estudo da hereditariedade. A segunda busca averiguar a compreensão das relações existentes entre a matemática e a biologia nos aspectos hereditários. Para Queiroz (1998) apud Duarte (2002) a entrevista semiestruturada supõe uma contínua conversão entre os sujeitos pesquisados e o pesquisador, sendo uma técnica que deve ser conduzida pelo pesquisador, focando seus objetivos.

CAPÍTULO 4

4. Análise de dados

Os resultados referentes nessa análise de dados foram alcançados através das informações coletadas pelo questionário. Os dados quantitativos foram tabulados com auxílio do software Microsoft Excel[®] e apresentados por meio de gráficos. A análise qualitativa se restringiu as interpretações e discussões dos dados encontrados.

A análise de dados foi enfatizada através do questionamento sobre a interação no processo de ensino-aprendizagem, entre a matemática e a biologia, em particular ao conteúdo hereditariedade, dando ênfase na existência ou não de práticas interdisciplinares entre as duas disciplinas.

O período da coleta de dados ocorreu entre os dias 18 e 29 de abril de 2016. Evidenciamos que em nenhum momento pretendeu-se medir conhecimentos referentes aos sujeitos da pesquisa, entretanto fez-se necessário recolher dados que possibilitasse uma análise real quanto aos aspectos interdisciplinares existentes entre a interação da matemática e da biologia no estudo da hereditariedade, fazendo uma reflexão quanto aos resultados.

4.1 - Análise I: Formação profissional e prática pedagógica

A primeira parte do questionário formulado para esta pesquisa refere-se à formação profissional dos professores entrevistados e ao uso dos procedimentos interdisciplinares nas aulas. Sobre a formação docente na área de biologia, apenas dois professores não possuem graduação na área, enquanto todos os professores de matemática reportaram ter graduação na sua área de atuação profissional. Cinco docentes de cada área pesquisada possuem curso de aperfeiçoamento interdisciplinar. Chama atenção, o fato de que nenhum professor tem o título de mestre e/ou doutor, porém somente três professores de biologia e dois de matemática não tem especialização. Por outro lado, seis de biologia e três de matemática, possuem especialização em outras áreas do conhecimento.

Apesar de apenas dez professores indicarem não ter feito um curso específico relacionado à interdisciplinaridade, observou-se, que os mesmos assinalaram de forma expressiva (dezenove professores de biologia e dezesseis de matemática) a participação em estudos voltados para o tema. As situações no qual ocorreram estes estudos se deram com maior frequência através da pós-graduação ou atividades de formação continuada. Verificamos que três professores de biologia e dois de matemática não ministraram as respectivas disciplinas no ano anterior (2015). A Tabela 03 mostra um resumo da formação dos professores pesquisados.

Tabela 03. Formação dos docentes pesquisados.

Formação	Professores de Matemática	Professores de Biologia
Graduação na área	20	18
Graduação em outra área	00	02
Especialização na área	15	11
Especialização em outra área	03	06
Mestrado e/ou Doutorado	00	00
Curso na área interdisciplinar	05	05

Sobre a experiência em atividades interdisciplinares, enquanto estudantes, constatamos que 65% dos professores de biologia e 60% dos professores de matemática vivenciaram atividades de caráter interdisciplinar. Porém, apenas 40% dos professores de biologia e 15% dos professores de matemática tiveram como estudante experiência interdisciplinar no estudo da hereditariedade.

Por outro lado, como professor da educação básica, 80% dos docentes de biologia e 90% de Matemática, indicam que já fizeram uso de abordagens

interdisciplinares em suas aulas, mas apenas 50% de biologia e 15% de matemática utilizam a interdisciplinaridade envolvendo o estudo da hereditariedade.

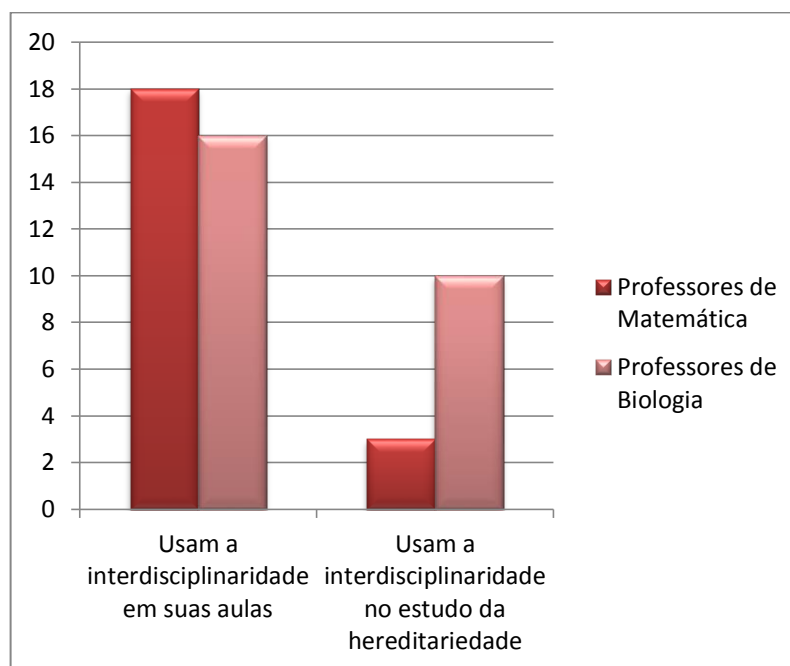


Figura 12. Dados referentes às questões 6 e 7 (parte 1 do questionário).

Com o auxílio do gráfico, apresentado na Figura 12, podemos verificar, de fato, o quanto a interdisciplinaridade voltada ao estudo da herança biológica é pouco praticada nas aulas de matemática e biologia. Desta forma, pode-se afirmar que o uso desta prática ainda ocorre de maneira muito tímida.

A efetivação de estudos interdisciplinares pressupõe uma interatividade de diálogos e conhecimentos entre os professores de áreas distintas, necessita de um desejo de mudança, promovendo com isto, uma visão real de mundo. Para Fazenda (2011) a interdisciplinaridade, é um regime de copropriedade que viabiliza o diálogo entre os interessados. Neste sentido, a interdisciplinaridade depende basicamente de uma atitude. Nela a colaboração entre as disciplinas conduz a uma “interação”, a uma “reunião” de ideias individuais onde tenta-se captar uma ideia geral de um ponto de vista global ao tema em estudo.

Portanto, é de crucial importância que os professores de matemática e biologia se apoderem desta ferramenta para que o ensino-aprendizagem da hereditariedade aconteça de forma consistente, possibilitando aos alunos desfrutar

de ideias e fatos gerados desta interação, e possam com isto compreender de forma global o assunto.

Sobre as experiências interdisciplinares em sala de aula entre os professores de biologia, destacam-se: o uso de porcentagem, utilização de baralhos para cálculos de probabilidade, uso de vídeos, construção de cartazes e representatividade da árvore genealógica. Porém não foi relatado como os procedimentos interdisciplinares foram abordados. Por outro lado, os professores de matemática que afirmaram usar a interdisciplinaridade em suas aulas no estudo da hereditariedade, informaram utilizar somente na relação das multiplicações de bactérias para o estudo de funções exponenciais e a utilização do triângulo de Pascal. Estes também não descreveram como aconteceram os passos destas experiências didáticas.

De acordo com esses dados, nota-se então que poucos docentes utilizam a interação entre a matemática e a biologia no estudo da herança biológica, e os que afirmam usar, não exemplificaram com riqueza de detalhes os procedimentos utilizados e nem se houve a utilização de diálogos entre outros professores de áreas afins. Dessa forma, pode-se questionar que tais atividades tratam-se apenas de contextualização dos conteúdos e não de atividades interdisciplinares como informado, visto que a interdisciplinaridade requer uma comunicação entre as disciplinas e entre os envolvidos, pressupõe um olhar crítico capaz de analisar, intervir e transformar. Sendo assim, segundo Kenski (1998) o professor deve procurar meios metodológicos que busque o diálogo entre professores e estudantes. Em suma, é necessário que este profissional proponha aos alunos estratégias sólidas capazes de melhorar o ensino-aprendizagem por meio da utilização de métodos interdisciplinares e não simplesmente o conteúdo por si só.

Com relação aos livros didáticos adotados nas escolas, procuramos identificar se os docentes analisam se os mesmos apresentam atividades interdisciplinares entre a matemática e a biologia. Oito professores de biologia e sete de matemática, afirmam que os livros adotados na escola trazem referências a esta interação entre as disciplinas. Ressaltamos que esta resposta engloba todos os conteúdos existentes entre matemática e biologia, caso fosse somente ao assunto hereditariedade, provavelmente estes indicativos seriam ainda menores. Um dado revelador nesta questão foi a quantidade de professores que responderam não ter certeza sobre a presença de atividades interdisciplinares no livro texto adotado:

foram nove professores de cada área, ou seja, 45% dos professores não souberam responder se os livros adotados nas respectivas escolas utilizam-se de aspectos interdisciplinares entre estas duas disciplinas.

Resultado semelhante foi obtido com relação à existência de material didático favorável a estudos interdisciplinares nas escolas. Verificou-se que 45% dos entrevistados indicam não ter certeza da existência de materiais didáticos que auxiliem a realização de práticas interdisciplinares entre matemática e biologia. Um número bastante expressivo já que o uso de materiais didáticos auxilia para um melhor ensino-aprendizagem.

Segundo Freitas (2009), o uso dos materiais didáticos modifica a monotonia das aulas exclusivamente verbais, além de efetivar o contato entre o professor e aluno. Estes materiais contribuem para o desenvolvimento da aprendizagem ampliando o campo de experiências do discente, podendo até substituir, em grande parte, a memorização.

Fora investigado também a existência, nas atividades complementares (AC), de planejamento em conjunto com professores de outras disciplinas e quais as dificuldades para a realização de atividades interdisciplinares entre a matemática e a biologia. Segundo a Secretaria do Estado da Bahia a Atividade Complementar é o momento destinado à preparação e avaliação do trabalho didático, às reuniões pedagógicas e ao aperfeiçoamento profissional, com participação coletiva dos docentes de áreas afins, buscando sempre a complementação da proposta pedagógica de cada unidade de ensino. A participação de todos os professores é obrigatória, os encontros dos docentes de exatas acontecem todas as quintas feiras e é recomendada 5 horas/aula seguidas semanalmente visando possibilitar uma melhor atuação pedagógica e o fortalecimento da formação continuada (BAHIA, 2015).

Neste quesito, apesar das respostas divergirem, a maioria dos professores de biologia e matemática afirmam que há planejamento em conjunto.

Sobre as dificuldades encontradas para a realização de atividades interdisciplinares entre matemática e biologia, foram indicadas: Falta de tempo disponível para planejar e executar as atividades, falta de referências teóricas sobre o tema interdisciplinaridade para auxiliar o planejamento, falta de exemplos práticos de como fazer atividades interdisciplinares, falta de interação com os professores de outras áreas, falta de recursos, falta de formação. Porém a maioria dos

entrevistados destacou a falta de interação entre os professores como principal problema na execução de atividades interdisciplinares. Analisando estes resultados e fazendo um confronto com os resultados da questão anterior, é notório afirmar que nas atividades complementares e/ou reuniões pedagógicas o uso da interação entre os professores não acontecem de forma acentuada, ou seja, há o encontro entre os professores, mas as realizações de ações interdisciplinares deixam a desejar.

Por fim, os resultados dessa análise, apontam o interesse dos professores em participar de formações continuada envolvendo a interdisciplinaridade entre biologia e matemática, já que 95% dos professores de biologia e 90% de matemática tem interesse em participar destes encontros pedagógicos. Esse resultado é interessante, pois evidencia que os mesmos dão importância e querem aprofundar seus conhecimentos ao tema proposto nesta pesquisa.

De acordo com os dados observados, nesta primeira análise, podemos inferir que a maioria dos professores das Escolas Estaduais de Senhor do Bonfim não fazem uso da prática interdisciplinar, neste sentido, Fazenda (2011) afirma que a formação de professores deve focar na preparação dos indivíduos para que haja um diálogo com os professores de outras disciplinas. Deste modo, o uso da interdisciplinaridade possibilitará uma melhor análise crítica dos aspectos pertinentes ao tema proposto, dando um real significado aos conceitos vivenciados na prática docente.

4.2 - Análise II: Reconhecimento da interação dos conteúdos de matemática e biologia no estudo da hereditariedade

Esta parte da análise dos dados, consiste na investigação das habilidades dos professores de matemática e biologia em reconhecer e resolver problemas relacionados à hereditariedade. Foram propostos quatro problemas, onde os aspectos biológicos são apresentados com a utilização de ferramentas matemáticas. O gráfico da Figura 13 mostra os resultados obtidos para a primeira questão.

Questão 01: Em uma família que pretende ter 5 filhos, qual a probabilidade de 3 serem homens e 2 mulheres?

- a) $1/16$ b) $1/32$ c) $5/32$ d) $5/16$ e) $3/5$**

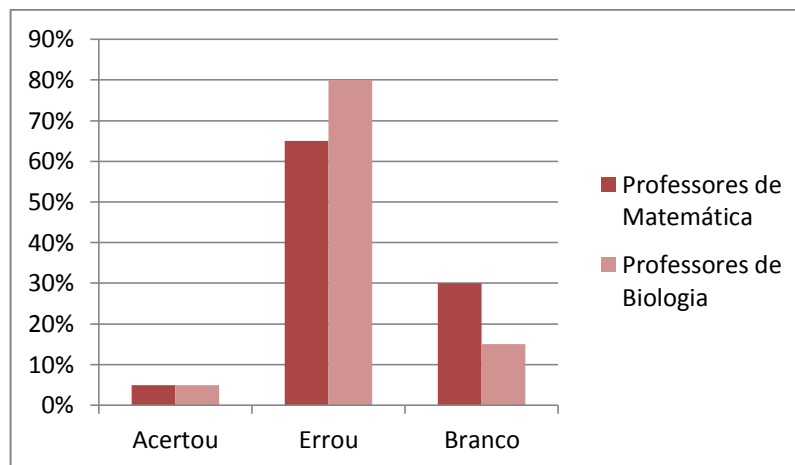


Figura 13. Dados referentes à questão 1 (parte 2 do questionário).

Analisando os resultados obtidos, podemos indicá-los como um dado preocupante, já que apenas um professor de matemática e um de biologia acertaram tal questão, os demais, ou erraram ou não responderam. Isto nos faz refletir sobre a importância da interação entre as disciplinas, já que possivelmente os professores de matemática, por ser uma questão de cunho biológico, tiveram dificuldades em entender o problema, e os professores de biologia, provavelmente, por terem dificuldades do domínio de aplicações da matemática não conseguiram responder com exatidão. Lembramos que esta questão foi resolvida de diversas formas e estão explanadas no Capítulo 2.

“A interdisciplinaridade só é possível a partir da exigência de disciplinas e do estabelecimento de um conjunto sólido de conhecimentos que ele proporciona. O que se deve ser buscado é o diálogo entre esses conhecimentos para que sejam possibilitadas novas aprendizagens”. (BRASIL, 2006, p. 38).

Questão 02: A segunda questão apresentada, afirma que através de uma tabela com o triângulo de Pascal é possível resolver a questão anterior e faz a seguinte pergunta: **você utiliza a mesma em suas aulas para responder questões deste tipo?** Vejamos os resultados:

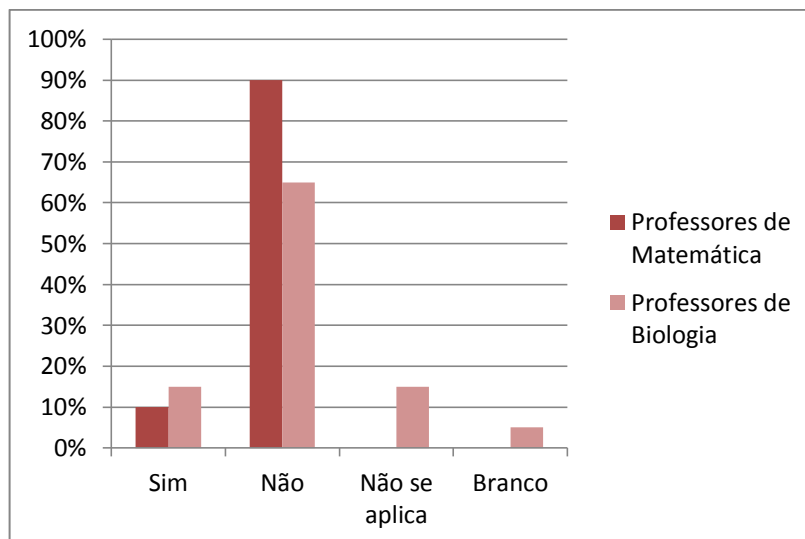
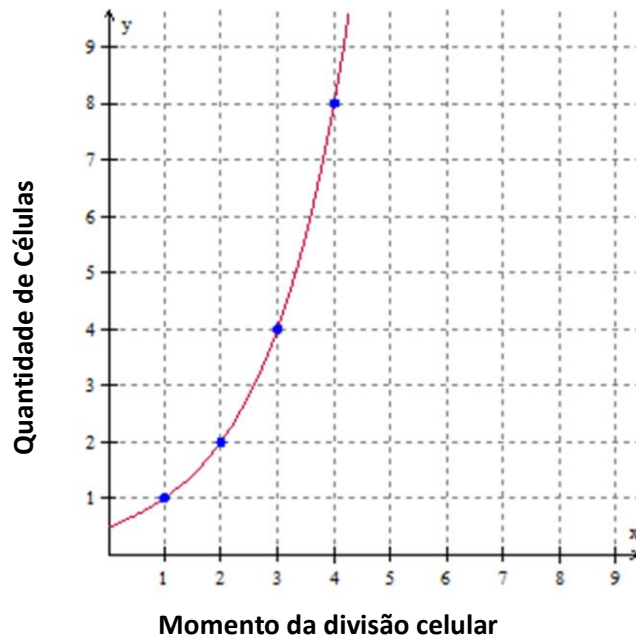


Figura 14. Dados referentes à questão 2 (parte 2 do questionário).

Percebemos que a grande maioria dos professores de matemática e de biologia não faz uso da aplicação deste método na resolução de problemas com as características apresentadas na primeira questão. Notamos também que três professores de biologia julgaram a afirmação falsa, ou seja, que através da tabela apresentada no questionário não se pode responder questões com tais aspectos. Outro dado interessante é que três professores de biologia e dois de matemática afirmaram usar esta tabela para resolver questões desta natureza, porém apenas um professor de cada disciplina acertou a questão anterior. Isso nos permite inferir que mesmo conhecendo a técnica, docentes podem ter dificuldades nos conceitos matemáticos.

Questão 03: A terceira questão apresenta uma representação do processo mitótico a partir de uma “célula-mãe”. No momento 1 ($x=1$), temos a representatividade desta célula, a partir da duplicação dos cromossomos, daí esta se divide em duas células, chamadas de “células-filhas” no qual representa o momento 2 ($x=2$) e nelas acontecem a mesma duplicação dos cromossomos e posteriormente a divisão, e assim sucessivamente. A partir da análise do gráfico no qual representa este processo, os entrevistados deveriam escolher, no item (a), uma representação genérica da função estabelecida no gráfico, já no item (b), os mesmos iriam indicar a sua forma específica. As Figuras 15 e 16 apresentam os resultados para estes dois itens.

O gráfico a seguir contém pontos que representam o processo mitótico:



A mitose é um processo de divisão celular. “Esse tipo de divisão celular se caracteriza pela existência de apenas uma duplicação de cromossomos para cada divisão do núcleo” (PAULINO, 1998).

a) Com base nessa afirmação e na análise do gráfico, qual das funções abaixo melhor representa o processo Mitótico?

a) $f(x) = ax^2 + bx + c$

b) $f(x) = ax + b$

c) $f(x) = b \cdot a^x$

d) $f(x) = \cos(ax + b)$

e) $f(x) = \log_a b$

b) De acordo com o gráfico do processo mitótico, a quantidade (y) de Células em função do momento (x) da divisão celular é dada pela expressão:

() $f(x) = x^2 - 4$

() $f(x) = \log_2 x$

() $f(x) = x$

() $f(x) = \cos(x + \pi)$

() $f(x) = 2^{x-1}$

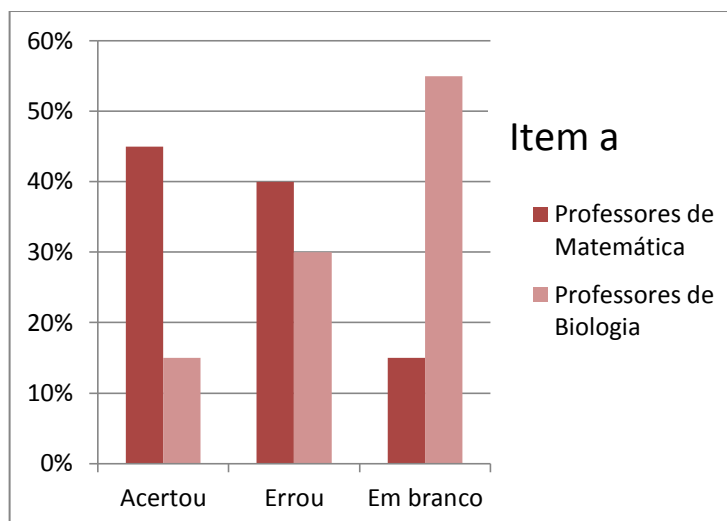


Figura 15. Dados referentes à questão 3, item a (parte 2 do questionário).

A resposta correta seria a representação genérica da função exponencial. Com a análise dos resultados expressos no gráfico de barras da Figura 15, observa-se que o número de acertos dos professores de matemática é bem superior aos dos professores de biologia. Além disto, a porcentagem de professores de biologia que optaram em não responder (em branco) é bem expressiva, mais de 50%.

A representação estatística dos resultados do item **(b)** desta questão pode ser visualizada na Figura 16.

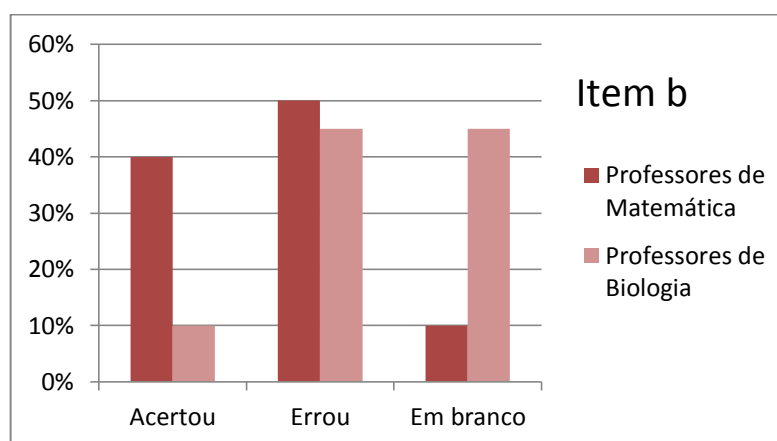


Figura 16. Dados referentes à questão 3, item b (parte 2 do questionário).

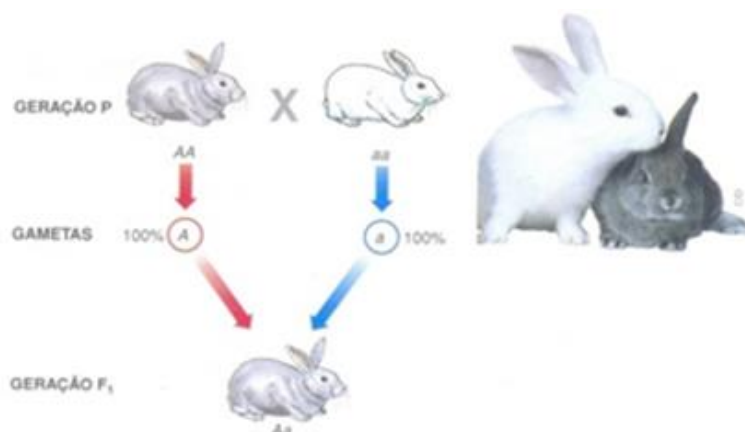
O item correto desta questão é a função $f(x) = 2^{x-1}$, os professores poderiam fazer uso do enunciado para resolver, ou até mesmo, através da substituição dos

valores de x (natural e exposto no gráfico) na função encontrando a sua respectiva imagem (natural e exposto no gráfico).

Assim como no item anterior, observamos uma porcentagem bem representativa de professores de biologia que optaram em não responder tal item. Também observamos a quantidade bem maior de acertos dos professores de matemática.

Os dois aspectos apresentados nesta questão revelam que os professores de matemática apresentaram uma melhor habilidade na escrita de funções a partir da definição e da análise gráfica do processo mitótico. Os dados referentes aos docentes de biologia mostram que os mesmos possuem dificuldades na compreensão da expansão do crescimento mitótico, processo este vinculado à área de biologia, ao interagir com os aspectos matemáticos, estes professores não conseguiram relacioná-los, o que nos faz deduzir que o conceito de mitose é ensinado por estes docentes de forma isolada, sem que haja a interação entre as disciplinas.

Questão 04: Analisando a representação gráfica do cruzamento entre coelhos albino e cinza de linhagens pura, com formação de descendentes heterozigotos.



Através do cruzamento do macho e da fêmea, ambos pertencentes à Geração F₁. Responda:

a) Deste cruzamento há probabilidade de nascer algum coelho branco albino?

- () Sim
 () Não
 () Não tenho certeza

b) Deste cruzamento qual a probabilidade de nascer um coelho homozigoto?

- () 1/2
 () 1/4
 () Não há nenhuma possibilidade de nascer um coelho homozigotos.
 () 1/8
 () Não tenho certeza

c) Você já tinha observado que este tipo de cruzamento é um produto notável?

- () Sim
 () Não
 () Não tenho Certeza

A quarta e última questão retrata o cruzamento entre coelhos albinos (aa) e coelhos cinza de linhagem pura (AA) com formação de descendentes heterozigotos (Aa) a qual é definida no problema como geração F₁. A seguir mostraremos os resultados estatísticos da letra **(a)** e **(b)**, desta questão, os quais estão representados nas Figuras 17 e 18, respectivamente.

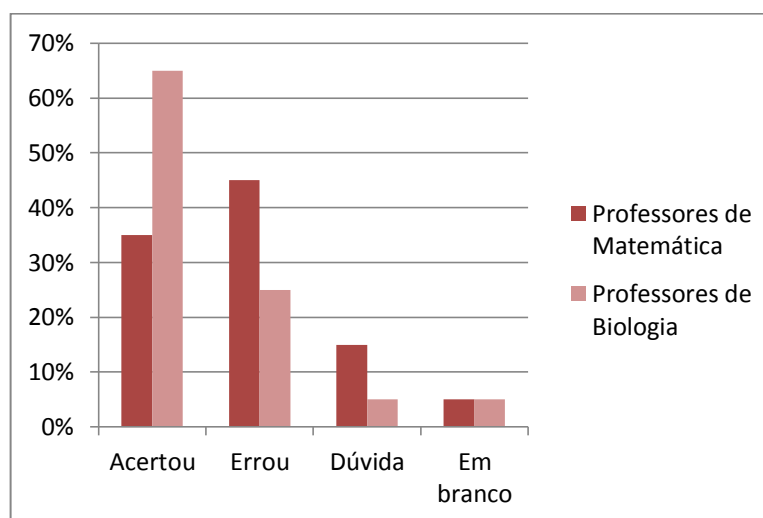


Figura 17. Dados referentes à questão 4, letra a (parte 2 do questionário).

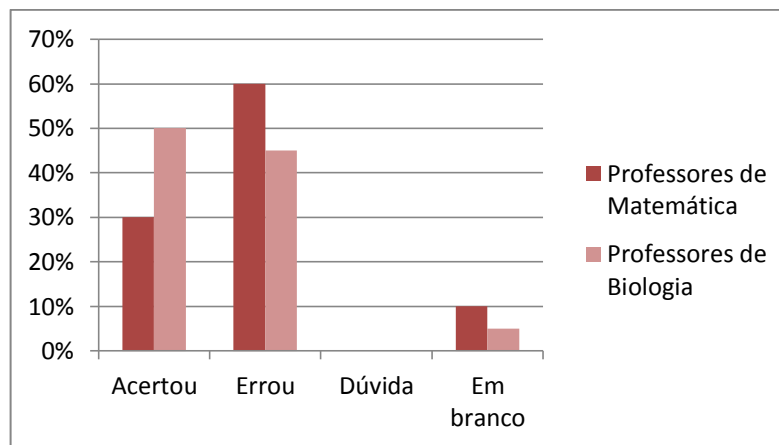


Figura 18. Dados referentes à questão 4, letra b (parte 2 do questionário).

A resposta certa para o item **(a)** é a afirmação SIM, pois no cruzamento de dois coelhos heterozigotos há 25% de nascer um coelho albino. Já para o item **(b)**, o resultado será $1/2$, já que há 2 possibilidades entre 4, dos filhos serem homozigotos (podem ser aa ou AA). Para a realização deste cruzamento adotamos alguns procedimentos matemáticos, porém o que se observa é que os professores de matemática tiveram dificuldades em determiná-los, possivelmente porque o enunciado desta questão trás termos biológicos no qual muitos relataram não lembrar, ou seja, para conseguir resolver esta questão com precisão é necessário ter o conhecimento dos conceitos biológicos. Porém, apesar dos professores de biologia terem conseguido um quantitativo bem superior (nos dois itens) em relação aos professores de matemática, alguns acabaram errando ou não respondendo. Provavelmente, isso se deve as dificuldades em usar os referidos procedimentos matemáticos.

O último item questiona aos professores se os mesmos já tinham observado que este tipo de cruzamento é um produto notável. Os dados obtidos estão representados na Figura 19.

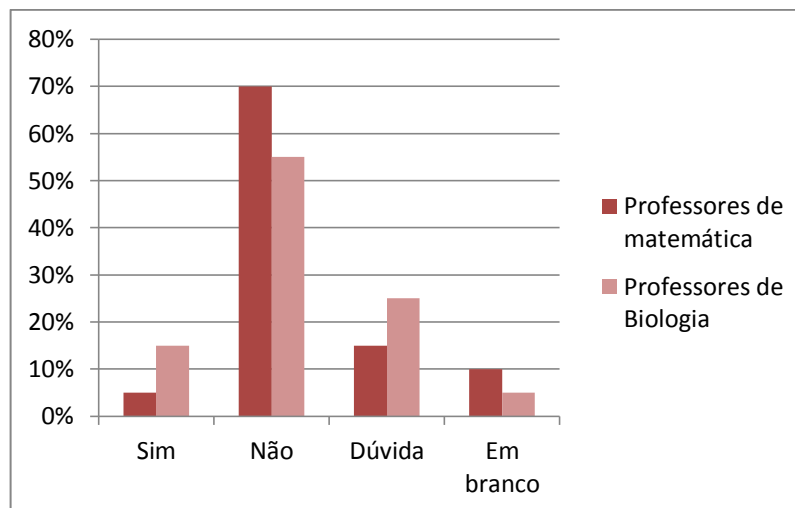


Figura 19. Dados referentes à questão 4, letra c (parte 2 do questionário).

Evidenciamos que esta relação foi abordada anteriormente no Capítulo 2. Ao analisar os dados, constata-se que apenas um professor de matemática e três de biologia já tinham observado a relação entre estes cruzamentos biológicos com os produtos notáveis, que é um conteúdo matemático.

Contudo, apesar de percebermos alguns erros dos professores nas questões com maior ênfase na sua área de atuação, o que se identifica nestes resultados é que os professores de biologia acertaram mais nos itens que relacionam definições biológicas, exemplo: itens **(a)** e **(b)** da quarta questão. Enquanto os professores de matemática acertaram mais os itens que tem maior apelo matemático, área de ensino na qual eles são graduados, exemplo: itens **(a)** e **(b)** da questão 3. Por outro lado, na questão 1, que utiliza-se de relações biológicas e cálculos matemáticos mais complexos, os dois grupos não conseguiram apresentar bons resultados. Dessa forma podemos considerar esta lacuna como um efeito da ausência de interação entre os professores das duas disciplinas. Portanto, a interação entre estas duas áreas do conhecimento é de fundamental importância no estudo da herança biológica.

4.3 - Conclusão

O que se percebemos com a análise dos resultados dos dados obtidos é que os saberes matemáticos e biológicos não estão sendo explorados adequadamente

para um melhor ensino-aprendizagem do tema hereditariedade, pois estão sendo abordados de forma separada, sem diálogo entre os docentes, não proporcionando desta forma, um entendimento global dos conceitos pertinentes ao tema. Isto sugere que os professores podem estar limitando suas práticas educacionais ao não buscarem a interação entre os saberes.

Esses resultados evidenciam o que foi afirmado por Jantsch e Biancheetti (1995) sobre a interdisciplinaridade. Ela tornará possível uma mediação que possibilitará uma verdadeira compreensão da ciência, e conseqüentemente, a um nível de cooperação elevado, crítico e criativo entre os estudantes e/ou pesquisadores.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho fizemos um breve relato sobre a educação matemática e sobre a educação biológica, os quais deram maior entendimento sobre os processos de ensino-aprendizagem nessas disciplinas. Apresentamos o conceito da interdisciplinaridade, a qual promoveu uma análise sobre a importância da produção do conhecimento a partir de uma troca de saberes; e apresentamos resoluções de problemas relacionados à hereditariedade, utilizando conceitos matemáticos e biológicos, as quais justificam a necessidade do uso de uma pedagogia baseada na interação entre as disciplinas.

Os aspectos matemáticos e biológicos apresentados não são os únicos dentro deste contexto, porém através destes é possível perceber a importância da interdisciplinaridade como uma ferramenta útil nas resoluções de problemas relacionados à herança biológica ensinados no ensino médio.

Realizamos uma pesquisa com docentes de escolas estaduais de Senhor do Bonfim-BA. Os dados analisados mostraram que a maioria dos professores, não adotam procedimentos interdisciplinares no estudo da hereditariedade. Dos que dizem utilizar, estes não informaram com clareza os procedimentos utilizados e em nenhum momento relataram o diálogo e/ou ações pedagógicas com docentes de outras áreas do conhecimento.

Constatamos que as dificuldades encontradas pelos docentes para a realização de atividades interdisciplinares entre a matemática e biologia foram: falta de tempo disponível para planejar e executar as atividades; de referências teóricas sobre o tema interdisciplinaridade para auxiliar o planejamento, de exemplos práticos de como fazer atividades interdisciplinares; de recursos; de formação e de interação com os professores de outras áreas. Sendo está última a mais abordada.

Os resultados também evidenciaram dificuldades nas resoluções de problemas no contexto da herança biológica. Estas dificuldades encontradas pelos professores pressupõem uma prática pedagógica isolada das ideias e conceitos de outras disciplinas, proporcionando um ensino fragmentado dos conceitos relacionados à hereditariedade.

Tendo em vista que a interdisciplinaridade possibilita aos professores uma quebra de paradigmas, possibilitando ao docente se libertar do contexto da área de

formação, é recomendável ao docente se articular, discutir e desenvolver ações interdisciplinares para melhor entendimento sobre os aspectos hereditários, conseqüentemente, melhor ensino dos mesmos.

Neste sentido, idealizamos uma seqüência didática (Apêndice B) na qual propomos uma metodologia de diálogo, onde todos os envolvidos comunicam-se frequentemente em prol de um ensino-aprendizado rico em trocas de saberes, proporcionando aos alunos uma forma dinâmica de associar o sentido real das definições e características hereditárias, a partir de uma metodologia de interação entre as disciplinas biologia e matemática.

Para trabalhos futuros, pretendemos aplicar na Escola Estadual Enedina Campos Barbosa, Senhor do Bonfim-BA, a seqüência didática proposta. Analisaremos o desempenho dos alunos e, a partir daí, elaboraremos um relatório e apresentaremos os resultados ao Núcleo Regional de Educação (NRE 25) com o objetivo de demonstrar a importância da interação entre a matemática e a biologia no estudo da hereditariedade e com isto, uma possível intervenção na ação pedagógica relacionada a este tema. Neste sentido, iremos propor palestras e discussões com os professores de matemática e de biologia destacando os dados e resultados obtidos nesta dissertação, bem como o relatório da aplicação da seqüência didática.

REFERÊNCIAS

AMABIS, J. M.; MARTHO, G. R. **Biologia**. 2. ed. São Paulo : Moderna, 2004. Conteúdo: V. 3 Genética – Evolução biológica – Ecologia.

AMABIS, J. M.; MARTHO, G. R. **Biologia**. 2. ed. São Paulo : Moderna, 2004. Conteúdo: V. 1. Origem da vida – Citologia e histologia – Reprodução e desenvolvimento.

AMARAL, J. J. F. **Como fazer uma pesquisa bibliográfica**. Departamento de Saúde Materno Infantil, Faculdade de Medicina, Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2007. Disponível em:

https://cienciassaude.medicina.ufg.br/up/150/o/Anexo_C5_Como_fazer_pesquisa_bibliografica.pdf. Acesso em: 02 de maio de 2016.

ANTON, H.; RORRES, C. **Álgebra Linear com aplicações**. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

BAHIA. **Decreto nº 15.806**, de 30 de dezembro de 2014. Dispõe sobre a organização territorial dos Núcleos Regionais de Educação, e dá outras providências. Diário Oficial do Estado da Bahia, 31 de dezembro de 2014.

BAHIA. **Manual Programação Escolar Regras 2015**: Manual do usuário. Secretaria da Educação do Estado da Bahia. Salvador, 2015. Disponível em: http://www.educacao.ba.gov.br/system/files/private/midiateca/documentos/2015/manual_0530100v03manualprogramacaoescolarregras-2015-1.pdf Acesso em: 20 de março de 2016.

BARONI, R.L. S.; NOBRE, S. A pesquisa em história da matemática e suas relações com a educação matemática. . In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p.129-136.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: ensino médio. Brasília: MEC/SEB, 2000.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: ensino médio. Brasília: MEC/SEB, 2002.

BRASIL. **Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Volume 2. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias/Secretária de Educação Básica. Brasília: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2006. 135p.

BOYER, C. B. **História da matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blucher, Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

D'AMBRÓSIO, U. A história da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática In: BICUDO, M. A. V.(org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p.97-115.

DUARTE, R. Pesquisa qualitativa: reflexões sobre trabalho de campo. **Cadernos de Pesquisa**, Rio de Janeiro, n.115, p.139- 154, março de 2002. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/cp/n115/a05n115.pdf>. Acesso em: 02 de maio de 2016.

ENGEL, G. I. Pesquisa-ação. **Educar**, Curitiba, n. 16, p. 181-191. 2000.

FAZENDA, I. C. A. **Integração e interdisciplinaridade no Ensino Brasileiro: efetividade ou ideologia?** 6. ed. São Paulo: Edições Loyola, 2011.

FAZENDA, I. C. A. **Interdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa**. 4. ed. Campinas: Papirus, 1994.

FAZENDA, I. C. A. **Interdisciplinaridade: um projeto em parceria**. 3 ed. São Paulo: Edições Loyola, 1995.

FREIRE, P. **A pedagogia da autonomia**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREITAS, O. **Equipamentos e materiais didáticos**. Brasília: Universidade de Brasília, 2009. 132 p. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=614-equipamentos-e-materiais-didaticos&Itemid=30192. Acesso em: 05 de maio de 2016.

JANTSCH, A. P.; BIANCHETTI, L. (Orgs.). **Interdisciplinaridade: para além da filosofia do sujeito**. Petrópolis, RJ: Vozes, 1995.

KENSKI, V. M. A formação do professor pesquisador: experiências no grupo de pesquisa “memória, ensino e novas estratégias (MENT)”. In: FAZENDA, I. C. A. (org.). **Didática e Interdisciplinaridade**. Campinas, SP: Papirus, 1998.

KUMPINSKI, I.; KÉPES, A. **Nova Biologia**. Porto Alegre: Sulina, 1977.

LEIS, H. R. Sobre o conceito de interdisciplinaridade. **Cadernos de pesquisa interdisciplinar em Ciências humanas**, n. 73, p. 1-23, Florianópolis, agosto de 2005. Disponível em: <http://ppgich.ufsc.br/files/2009/12/TextoCaderno73.pdf>. Acesso em: 23 de abril de 2016.

LINHARES, S.; GEWANDSZNAJDER, F. **Biologia**: volume único. 1. ed. São Paulo: Ática, 2005.

LIMA, E. L. **Números e funções reais**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

LOPES, S.; ROSSO, S. **Biologia** – volume único. 1 ed. São Paulo: Saraiva, 2005.

MICOTTI, M. C. O. O ensino e as propostas pedagógicas. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p.153-167.

MOORE, J. A. Science as a Way of Knowing - Genetics. **Amer. Zool.** v. 26: p. 583-747, 1986.

MOREIRA, H.; CALEFFE, L. G. **Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador**. Rio de Janeiro: DP&A, 2006.

MORESI, E. **Metodologia da Pesquisa**. Universidade Católica de Brasília – UCB. Pró-reitora de Pós-Graduação – PRPG. Programa de Pós-graduação stricto sensu em Gestão do conhecimento e tecnologia da informação. Brasília, 2003.

MORGADO, A. C.; CARVALHO, P. C. P. **Matemática discreta**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p.199-218.

PADILHA, R. P. **Planejamento dialógico: como construir o projeto político-pedagógico da escola**. São Paulo: Cortez; Instituto Paulo Freire, 2001.

PAIVA, M. **Matemática**. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2013.

PAULINO, W. R. **Biologia atual**. 17 ed. São Paulo: Ática, 1998.

PREFEITURA MUNICIPAL SENHOR DO BONFIM. **A cidade**. Disponível em: <http://senhordobonfim.ba.gov.br/prefeitura/a-cidade/> Acesso em: 3 de março de 2016.

RIBEIRO, M. E. S.; CHAVES, V. L. J. A Gestão Universitária como foco de pesquisa. In: **Anais 26º Simpósio Brasileiro de Política e Administração da Educação - ANPAE - EIXO 3: Política e gestão da Educação Superior**, Recife/Pernambuco, 27 a 30 de maio de 2013.

SILVA, C. X.; FILHO, B. B. **Matemática aula por aula**. 2. ed. São Paulo: FTD, 2005.

SOARES, J. L. **Biologia no terceiro milênio, 2** : funções vitais, embriologia, genética. São Paulo: Scipione, 1999.

SOUZA, J. R. **Um novo olhar: matemática**. 1 ed. – São Paulo: FTD, 2013.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. 5. ed. São Paulo: Cortez, Autores Associados, 1992.

APÊNDICE A – Questionários



MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL



MESTRANDO: ROBERTO RAYALA DA S. CARNEIRO
ORIENTADOR: LINO MARCOS DA SILVA

Observação: Este questionário tem como objetivo coletar dados referentes à pesquisa de Mestrado intitulada “Uma análise do uso da interação entre conceitos matemáticos e biológicos no ensino da hereditariedade em escolas de Ensino Médio da rede pública de Senhor do Bonfim”, para isso conto com sua colaboração! Desde já, meus agradecimentos.

***Não é necessário identificar-se.**

QUESTIONÁRIO

1ª parte:

1. Assinale o(s) item(ns) referente à sua formação profissional:

- (A) Ensino Médio
- (B) Licenciatura em Matemática
- (C) Licenciatura em Biologia
- (D) Graduado, exceto Licenciatura em Matemática e/ou Biologia. Especifique:

(E) Pós-Graduação. Especifique: _____

(F) Curso de aperfeiçoamento na área interdisciplinar. Especifique:

2. No ano de 2015 ministrou no ensino médio a disciplina:

- () Biologia
- () Matemática
- () Nenhuma das duas

3. Em sua formação profissional ocorreram estudos referentes à interdisciplinaridade?

- () Sim, com certeza.
- () Não, com certeza.
- () Talvez (não tenho certeza).

Em caso afirmativo, em que situação esses estudos ocorreram?

- Disciplina na graduação/Pós-graduação
- Curso de Formação Continuada
- Palestras em Congressos, Seminários, etc
- Leituras Individuais sobre o tema
- Outros. Especificar: _____

4. Como ESTUDANTE você vivenciou atividades de caráter interdisciplinar em sua formação?

- Sim, com certeza.
- Não, com certeza.
- Talvez (não tenho certeza).

5. Você vivenciou como ESTUDANTE atividade de caráter interdisciplinar relacionada ao estudo da hereditariedade?

- Sim, com certeza.
- Não, com certeza.
- Talvez (não tenho certeza).

6. Como PROFESSOR de Biologia/Matemática você faz ou já fez uso de abordagens interdisciplinares em suas aulas?

- Sim, com certeza.
- Não, com certeza.
- Talvez (não tenho certeza).

7. Como PROFESSOR de Biologia/Matemática você faz ou já fez uso de abordagens interdisciplinares envolvendo o estudo da hereditariedade?

- Sim, com certeza.
- Não, com certeza.
- Talvez (não tenho certeza).

8. No caso da resposta do item (7) ter sido sim, com certeza, descreva como foi essa experiência didática, considerando os recursos utilizados, série, número de alunos e se foi satisfatório tais procedimentos interdisciplinares.

9. Os livros didáticos adotados na sua escola apresentam atividades interdisciplinares entre a matemática e a biologia?

- Sim, com certeza.
- Não, com certeza.
- Talvez (não tenho certeza).

10. Nas reuniões pedagógicas e/ou encontros de atividades complementares em sua escola há planejamento em comum entre professores de outras disciplinas?

- Sim, com certeza.
- Não, com certeza.
- As vezes.

11. Qual dos itens abaixo representa melhor, na sua opinião, as dificuldades para a realização de atividades interdisciplinares entre matemática e biologia na sua escola?

- Falta de tempo disponível para planejar e executar as atividades.
- Falta de referências teóricas sobre o tema interdisciplinaridade para auxiliar o planejamento.
- Falta de exemplos práticos de como fazer atividades interdisciplinares.
- Falta de interação com os professores de outras áreas.
- Outras (Especificar) _____

12. Sobre a disponibilidade, em sua escola, de material didático que auxiliem a realização de atividades interdisciplinares entre matemática e biologia:

- Não existem.
- Existem, mas não em quantidade suficiente.
- Existem em quantidade suficiente.
- Existem, porém são poucos utilizados.
- Existem, porém nunca foram utilizados.
- Não tenho certeza se existem.

13. Você tem interesse em participar de encontros de formação continuada que abordasse a interdisciplinaridade entre a matemática e a biologia?

- sim
- não

MESTRANDO: ROBERTO RAYALA DA S. CARNEIRO
 ORIENTADOR: LINO MARCOS DA SILVA

Observação: Este questionário tem como objetivo coletar dados referentes à pesquisa de Mestrado intitulada “Uma análise do uso da interação entre conceitos matemáticos e biológicos no ensino da hereditariedade em escolas de Ensino Médio da rede pública de Senhor do Bonfim”, para isso contamos com sua colaboração! Informamos que as resoluções das mesmas tem único e exclusivo propósito de obter dados para subsidiar esta pesquisa e em hipótese alguma o autor da resposta será identificado ou terá a sua resolução divulgada. Você não precisa respondê-las, caso não se sinta à vontade, todavia saliento a importância da resolução das questões para o desenvolvimento da pesquisa. Desde já, meus agradecimentos.

QUESTIONÁRIO

2ª Parte:

1. “Em uma família que pretende ter 5 filhos, qual a probabilidade de 3 serem homens e 2 mulheres?”

- a) $1/16$ b) $1/32$ c) $5/32$ d) $5/16$ e) $3/5$

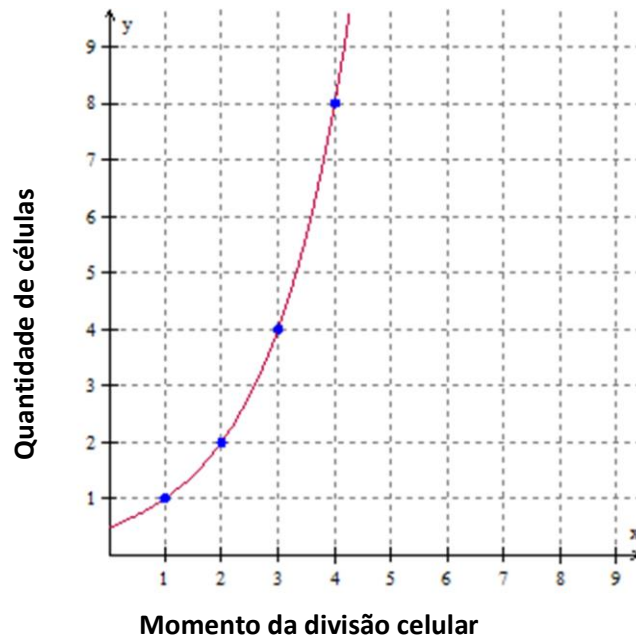
2. A tabela abaixo pode ser utilizada na resolução da questão proposta no item 1.

Valores de n	frequências	Frequências Totais
0	1	1
1	1 1	2
2	1 2 1	4
3	1 3 3 1	8
4	1 4 6 4 1	16
5	1 5 10 10 5 1	32
6	1 6 15 20 15 6 1	64
7	1 7 21 35 35 21 7 1	128
8	1 8 28 56 70 56 28 8 1	256
9	1 9 36 84 126 126 84 36 9 1	512
10	1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1	1024

Você utiliza a mesma em suas aulas?

- () Sim
 () Não
 () Não se aplica.

3. O gráfico abaixo contém pontos que representam o processo Mitótico:



A mitose é um processo de divisão celular. “*Esse tipo de divisão celular se caracteriza pela existência de apenas uma duplicação de cromossomos para cada divisão do núcleo*” (PAULINO; 1998).

a) Com base nessa afirmação e na análise do gráfico, qual das funções abaixo melhor representa o processo Mitótico?

a) $f(x) = ax^2 + bx + c$

b) $f(x) = ax + b$

c) $f(x) = b \cdot a^x$

d) $f(x) = \cos(ax + b)$

e) $f(x) = \log_a b$

b) De acordo com o gráfico do processo mitótico, a quantidade (y) de Células em função do momento (x) da divisão celular é dada pela expressão:

() $f(x) = x^2 - 4$

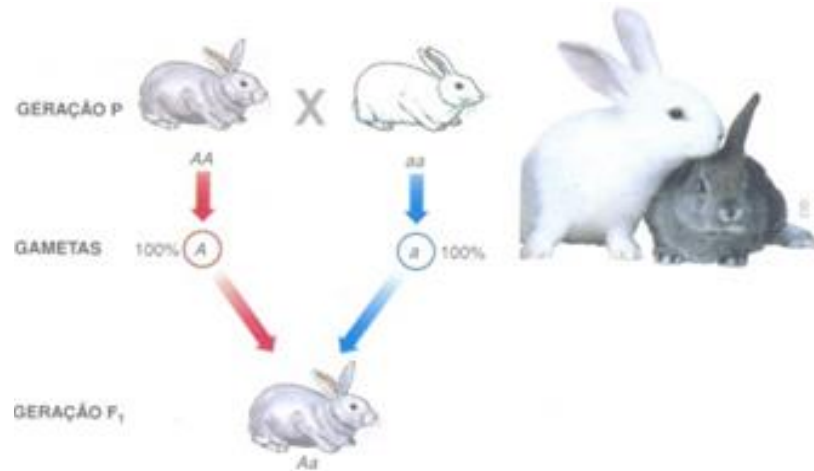
() $f(x) = \log_2 x$

() $f(x) = x$

() $f(x) = \cos(x + \pi)$

() $f(x) = 2^{x-1}$

4. Analisando a representação gráfica do cruzamento entre coelhos albino e cinza de linhagens pura, com formação de descendentes heterozigotos, proposta por Amabis e Martho (2004), observa-se:



Através do cruzamento do macho e da fêmea, ambos pertencentes à Geração F₁. Responda:

- a) Deste cruzamento há probabilidade de nascer algum coelho branco albino?
- () Sim
- () Não
- () Não tenho certeza
- b) Deste cruzamento qual a probabilidade de nascer um coelho homozigoto?
- () 1/2
- () 1/4
- () Não há nenhuma possibilidade de nascer um coelho homozigotos.
- () 1/8
- () Não tenho certeza
- c) Você já tinha observado que este tipo de cruzamento é um produto notável?
- () Sim
- () Não
- () Não tenho Certeza

APÊNDICE B - SEQUÊNCIA DIDÁTICA

1 – A importância da Atividade Complementar para a construção de projetos interdisciplinares.

Segundo a Secretaria de Educação do Estado da Bahia, a Atividade Complementar (AC) se constitui como um espaço/tempo voltado ao processo pedagógico do professor no qual se destina ao planejamento e organização de suas ações a serem realizadas de forma individual ou coletiva. Esse momento justifica-se pelo teor significativo das trocas e compartilhamento de concepções, experiências e incertezas acerca do fazer pedagógico em sua complexidade. A Atividade Complementar configura-se como um encontro favorável para desenvolver um planejamento baseado na pesquisa, ampliando as referências para além do uso do livro didático, selecionando conteúdos e temáticas a serem trabalhados por projetos e atividades em sala de aula (BAHIA, 2015).

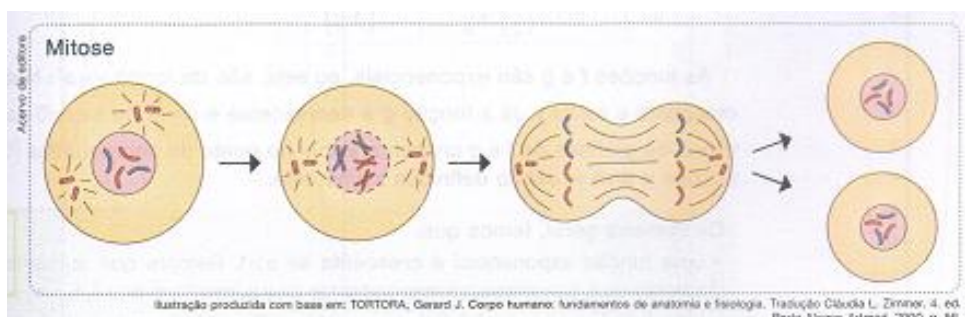
Neste sentido, propomos aos professores de Matemática e Biologia o compartilhamento dos seus saberes através de um constante diálogo, para o desenvolvimento de um projeto no 3º ano do ensino médio tendo como objetivo proporcionar uma visão global da herança biológica através da interação entre matemática-biologia, visto que esta prática pedagógica não está sendo utilizada de forma significativa pelos professores de matemática e biologia das escolas estaduais de Senhor do Bonfim. O tempo estimado para a aplicação deste projeto é de um bimestre. Os recursos utilizados são lousa, pincel, apagador, computador e datashow, estes dois últimos serão usados, caso os professores julguem necessário. O desenvolvimento do projeto é baseado na interação dos aspectos matemáticos e biológicos no estudo da hereditariedade apresentados no Capítulo 2 desta dissertação. A avaliação acontecerá por meio da participação e cooperação ativa dos alunos em todas as etapas deste projeto, já que uma ação interdisciplinar pressupõe uma interação mútua entre os participantes.

Os dois tópicos a seguir apresentam uma sequência didática, trilhando caminhos para um melhor processo de ensino-aprendizagem do tema proposto.

2 – A utilização de ações interdisciplinares no estudo da Herança Biológica nas aulas do 3ª ano do Ensino Médio.

Inicialmente, as ações didáticas devem ocorrer com o professor de biologia, este irá abordar as definições, explicando o processo de divisão celular, primeiramente abordando a mitose, mecanismo mais comum de reprodução dos organismos unicelulares e também processo pelo qual os seres pluricelulares são formados, seja a partir de um pedaço do corpo (reprodução assexuada), seja a partir da célula-ovo ou zigoto (reprodução sexuada). Posteriormente o professor de matemática, em sua aula, discutirá com os seus alunos a resolução da questão do livro de matemática proposta por Souza (2013). Vejamos:

A divisão celular denominada mitose consiste em uma célula duplicar o seu conteúdo e então se dividir em duas, chamadas células-filhas. Cada célula-filha, por sua vez, repete este processo, totalizando, após a 2ª divisão, quatro células-filhas.



Esquema mitótico. SOUZA, 2013, p. 159.

- a) Determine o número total de células-filhas obtidas a partir de uma única célula após:

*3 divisões

*4 divisões

*7 divisões

Ao responder esta questão o professor irá reforçar aos alunos os passos referentes ao processo mitótico, no qual já fora explorado anteriormente pelo professor de biologia. A partir daí ele discutirá qual a relação entre o número de divisões e o número de célula-filha, o mesmo poderá construir a tabela abaixo para uma melhor visualização dos alunos.

Número de divisões	Número de Células-filhas
1	$2 = 2^1$
2	$2 \cdot 2 = 2^2$
3	$2^2 \cdot 2 = 2^3$
4	$2^3 \cdot 2 = 2^4$
5	$2^4 \cdot 2 = 2^5$
6	$2^5 \cdot 2 = 2^6$
7	$2^6 \cdot 2 = 2^7$

Deste modo, percebe-se que as respostas serão, respectivamente, $2^3 = 8$ células-filhas, $2^4 = 16$ células-filhas e $2^7 = 128$ células filhas.

b) Escreva uma função que associa a quantidade total de células-filhas y , obtida a partir de uma única célula, após uma quantidade x ($x > 0$) de divisões.

A resposta fica óbvia fazendo relação à tabela exposta no item anterior, ou seja, a função será $y = 2^x$.

Após a discussão sobre esta questão o professor poderá fazer a construção do gráfico desta função no qual contém os pontos que representam o processo mitótico para esta situação. Também é válido verificar as relações existentes neste processo com a progressão geométrica, lembrando definições, generalização e propriedades. Após explanar tais aspectos interdisciplinares, o professor poderá propor para os alunos a questão exposta no Capítulo 2 a qual relaciona este processo mitótico com outra perspectiva (a relação é feita a partir da “célula-mãe”). Com isto os alunos poderão comparar termos da PG, construir outro gráfico exponencial com o crescimento das células contendo o mesmo potencial de crescimento, fazendo com que os alunos percebam a modificação do gráfico e da caracterização da função tipo exponencial $f(x) = ba^x$, neste momento será importante explicar o teorema contido no referido Capítulo.

Dando continuidade, na aula de Biologia, o professor irá abordar o processo meiótico, processo responsável pela formação das células reprodutivas, ex. espermatozoide e óvulo, e a diferença em relação ao processo mitótico (A diferença básica é que, na meiose, acontecem duas divisões celulares seguidas, que resultam na formação de quatro células-filhas para cada célula que inicia o processo. Durante esse período cada cromossomo se duplica apenas uma vez, o que explica a redução do padrão cromossômico de $2n$ para n e, depois, com a fecundação, a manutenção do número de cromossomos de uma geração para outra). Este

professor poderá propor uma pesquisa voltada a esta diferenciação. Já na aula de matemática, o professor lembrará o processo mitótico e abordará o processo meiótico, no Capítulo 2 contém uma ilustração (Figura 05) que mostra a relação da duplicação dos cromossomos para este processo, também aborda algumas relações matemáticas envolvidas neste processo. Com isto, o professor poderá comparar matematicamente a diferença e a semelhança entre estes dois processos biológicos.

Numa outra aula, o professor de matemática abordará a importância da matemática para o estudo da genética, relatará os principais conteúdos matemáticos (binômio de Newton, triângulo de Pascal, combinações simples, probabilidade e estatística) que interagem com este tema biológico. Sendo assim, o professor revisará algumas definições, generalizações, demonstrações e propriedades.

Na aula de biologia o professor abordará a história e definições da genética dando evidência nas leis de Newton. Logo após, o professor irá responder e propor algumas questões básicas de biologia envolvendo aspectos probabilísticos. Ao notar que os alunos já adquiriram o conhecimento necessário, o mesmo apresentará a questão proposta pela UnB-DF (Universidade de Brasília):

Se a família Silva tiver 5 filhos e a família Oliveira tiver 4, qual a probabilidade de que todos os filhos dos Silva sejam meninas e todos dos Oliveira sejam meninos?

O professor deverá, junto com os alunos, desenvolver a resolução. Uma das possíveis respostas será:

A probabilidade de ser menina ou menino é sempre de $1/2$, pois depende do cromossomo sexual que o espermatozoide trará, sendo assim temos:

Família	1ª filha	2ª filha	3ª filha	4ª filha	5ª filha
Silva	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$

Observe que para este caso particular não será necessário a utilização da combinação simples, visto que todos os filhos serão do mesmo sexo.

Sendo assim a probabilidade será: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$

Para a família Oliveira temos:

Família	1ª filho	2ª filho	3ª filho	4ª filho
Oliveira	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$

Novamente não precisaremos utilizar a combinação simples.

Então, a probabilidade para esta família será: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

Porém, não queremos encontrar a probabilidade da família separadamente, temos que definir a probabilidade de que todos os filhos dos Silva sejam meninas e todos dos Oliveira sejam meninos. Portanto temos como resposta: $\frac{1}{32} \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{512}$.

Neste momento, o professor de biologia deve relembrar a regra do “e” (eventos independentes) e a regra do “ou” (eventos excludentes). Logo após o professor irá responder esta mesma questão construindo passo a passo na lousa a figura (Figura 07), os alunos já estarão aptos a entender esta elaboração já que o professor de matemática já tinha revisado sobre o triângulo de Pascal. A operação de resolução deste tipo de questão está descrita no Capítulo 2, sendo assim seremos mais direto na sua resolução.

Valores de n	Freqüências	Freqüências Totais
0	1	1
1	1 1	2
2	1 2 1	4
3	1 3 3 1	8
4	1 4 6 4 1	16
5	1 5 10 10 5 1	32
6	1 6 15 20 15 6 1	64
7	1 7 21 35 35 21 7 1	128
8	1 8 28 56 70 56 28 8 1	256
9	1 9 36 84 126 126 84 36 9 1	512
10	1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1	1024

Para a família Silva, temos:

5 filhos, então paramos em $n = 5$, como a relação para a frequência é contada decrescentemente, então continuamos na mesma linha de $n = 5$ e paramos no primeiro número que é 1 (referente a 5 meninas), o seu denominador será o valor da frequência total descrito na mesma linha, ou seja, 32. Sendo assim o resultado será $1/32$.

Para a família Oliveira, temos:

4 filhos, então paramos em $n = 4$, como a relação para a frequência é contada decrescentemente, então continuamos na mesma linha de $n = 4$ e paramos no primeiro número que é 1 (referente a 4 meninos), o seu denominador será o valor da frequência total descrito na mesma linha, ou seja, 16. Sendo assim o resultado será $1/16$. Por fim, fazemos o produto entre eles e encontramos $1/512$ como resultado.

O professor de Biologia pode, se achar necessário, resolver outras questões envolvendo este método, porém indicamos pelo menos a resolução da questão proposta por Soares (1999): **“Uma família que pretende ter 5 filhos, qual a probabilidade de 3 serem homens e 2 mulheres?”** apresentada no Capítulo 2.

Na aula de Matemática, o professor irá discutir quais atribuições matemáticas estão envolvidas na resolução das questões respondidas anteriormente pelo professor de biologia. A interdisciplinaridade busca a aprendizagem sob vários olhares, portanto, indicamos ao professor que aborde as outras resoluções apresentadas no Capítulo 2.

Posteriormente, na aula de Biologia, o professor poderá abordar sobre os cruzamentos entre indivíduos, no qual poderá utilizar a questão 4 da segunda parte do questionário (Apêndice A), mostrando os resultados em probabilidade e também em porcentagem. O mesmo irá relatar um dado interessante, a relação entre este tipo de cruzamento e o produto notável, para os demais casos podemos utilizar o produto da soma de dois termos distintos, dando o exemplo do cruzamento entre o coelho albino (aa) com o coelho heterozigoto (Aa) exposto no Capítulo 2. Logo após, o professor abordará sobre a Herança quantitativa relatando a importância deste tipo de estudo na vida contemporânea, em seguida irá propor a questão contida no Capítulo 2, no qual envolve cruzamento entre indivíduos mulatos médios do tipo NnBb. O mesmo mostrará que também é possível encontrar os resultados utilizando o produto da soma de dois termos.

3 – Duas propostas que poderão intensificar a aprendizagem dos alunos

A primeira proposta seria um “aulão” envolvendo os professores das duas disciplinas. Inicialmente, o professor de biologia poderia “voltar no tempo” e apresentar aos alunos algumas pesquisas que aconteceram há séculos atrás onde o estudo da biologia era voltado à Abiogênese, também conhecida como Geração Espontânea. Este poderá abordar que Alcmeon de Crotona, um discípulo de Pitágoras de Samos, que viveu por volta de 500 a.C., afirmava que o sexo era

determinado pela preponderância do semêm, e que este era produzido no cérebro. Numa outra pesquisa Aristóteles indicava que a vida poderia ser produzida através da secagem de um corpo úmido ou umedecimento de um corpo. Já uma pesquisa realizada no século XVII nos apresenta uma fórmula fantástica para fazer ratos. Seria interessante mostrar a Figura 01, proposta por Soares (1999) no qual retrata os meios empiristas no qual os pesquisadores da época acreditavam como poderia surgir a vida dos seres vivos. É de fundamental importância que o professor relate o experimento realizado por Redi, pois a partir desta experimentação os cientistas ganharam forças para provar que os seres vivos não podiam surgir por outros mecanismos além da reprodução, fazendo com que a Geração Espontânea tivesse seu fim decretado, hoje o estudo da biologia é baseada na Biogênese.

Dando sequência ao “aulão” o professor de matemática apresentará a “Lei da Herança Ancestral” (Figura 06), o mesmo poderá explicar esta lei e também relatar a importância da matemática desde os primeiros estudos sobre a herança biológica.

A seguir sugerimos que os professores planejem e apresentem questões relacionadas à hereditariedade e resolva-as utilizando as definições e métodos abordados no tópico anterior. Vale ressaltar que todos os experimentos realizados e propostos para o início deste “aulão” estão evidenciados no Capítulo 1 deste trabalho e caso não seja possível realizar esta proposta, os professores podem citar estas experiências no decorrer de suas aulas.

Além disso, a cidade de Senhor do Bonfim dispõe de duas Universidades Públicas, a Universidade do Estado da Bahia (UNEB) e a Universidade Federal do Vale do São Francisco (UNIVASF), que oferecem cursos que apresentam disciplinas relacionadas à hereditariedade. Portanto, a segunda proposta seria a articulação dos professores junto à gestão da escola a fim de conseguir parcerias com estas Universidades, proporcionando aos alunos visitas aos laboratórios e/ou conversas informais com os professores universitários que ministram os componentes curriculares voltadas ao estudo em destaque, visando estimular a curiosidade científica dos alunos e propiciar oportunidades de aproximação do meio científico, envolvendo interação e sendo um possível campo de pesquisa e extensão.

Através desta sequência didática, esperamos poder contribuir para o desenvolvimento de práticas interdisciplinares voltadas ao estudo da hereditariedade. A busca da interação entre as disciplinas e os indivíduos que estão englobados neste contexto é de fundamental importância para esta abordagem.

Segundo os PCNs a interdisciplinaridade possibilita a cooperação entre as disciplinas envolvidas em atividade ou projetos de estudos que envolvam uma reciprocidade de saberes, ela poderá ser uma prática educacional adequada aos objetivos do Ensino Médio (BRASIL, 2000).