

# Eletrônica Digital

Álgebra de Boole e Teorema de De Morgan

Prof. Rômulo Calado Pantaleão Camara

Carga Horária: 2h/60h

# Álgebra de Boole

A Álgebra de Boole é empregada no projeto de circuitos digitais, para:

- ✓ **análise** - é um método prático e econômico de descrever as funções de um circuito digital e, conseqüentemente, seu funcionamento.
- ✓ **projeto** - ao identificar a função a ser realizada por um circuito, a álgebra de Boole pode ser aplicada para simplificar sua descrição e, assim, também sua implementação.

# Álgebra de Boole

- ✓ A vantagem de se utilizar a álgebra de Boole como fundamento é que se pode efetuar, inicialmente, toda a análise matemática do problema lógico antes da construção do circuito digital. Ela serve como suporte para a construção de um sistema digital.

# Classificação dos Circuitos Digitais

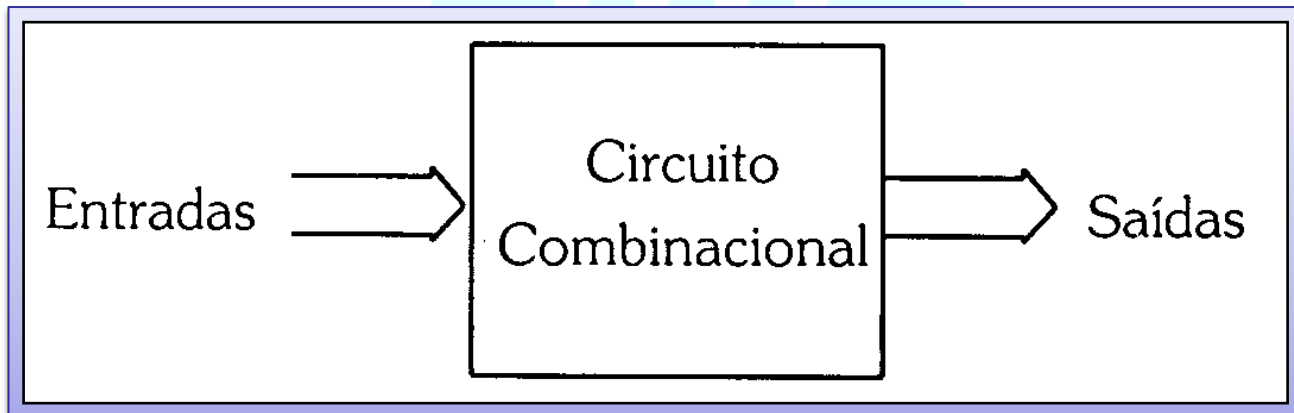
✓ Podem ser classificados em:

- **Circuitos Combinacionais**

- **Circuitos Senquenciais**

# Classificação dos Circuitos Digitais

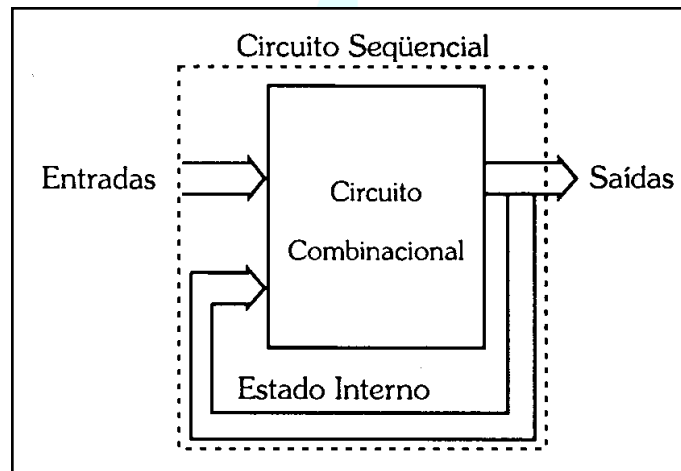
- ✓ **Circuitos Combinacionais:** são circuitos nos quais a saída é função dos valores de entrada correntes; Esse circuito não tem capacidade de armazenamento;



- ✓ Exemplo: Multiplexadores, Codificadores, circuito de operações matemáticas.

# Classificação dos Circuitos Digitais

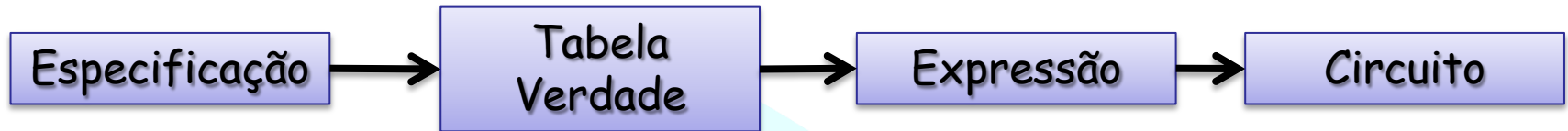
- ✓ **Circuitos Sequenciais:** são circuitos nos quais a saída é função dos valores de entrada correntes e dos valores de entrada no instante anterior; elemento básico: Flip-flop.



**Curiosidade:** FLIP em inglês pode significar “atirar ao alto” e FLOP pode significar “queda repentina”. Assim, o dispositivo sendo biestável (possui dois estados lógicos estáveis) pode ser levado ao alto (FLIP), ou ser forçado a voltar repentinamente ao estado baixo (FLOP).

- ✓ Exemplo: Memórias, registradores.

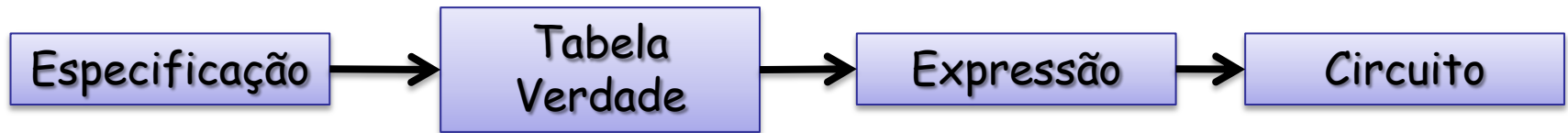
# Projeto de um Circuitos Combinacional



## ✓ Sequência de operações:

- Determinar as variáveis de entradas do circuito;
- Determinar as variáveis de saída do circuito;
- A partir das combinações das variáveis de entrada, montar a tabela verdade para cada saída;
- Obter a expressão booleana de cada saída;
- Implementar o circuito combinacional correspondente.

# Projeto de um Circuitos Combinacional

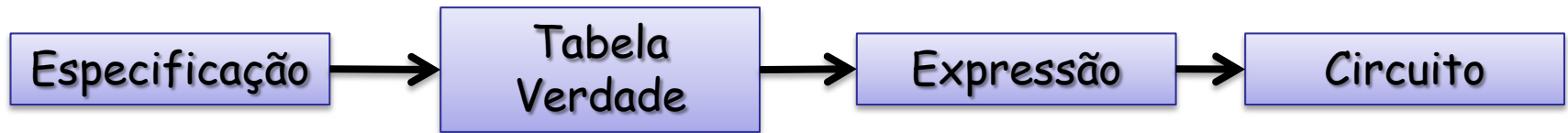


- ✓ Exemplo: Considere um sistema de segurança:
- Há um sensor de contato que, ligado, (*on*), indica que a porta está fechada;
  - Um sensor infravermelho que, ligado, indica que não há pessoas ou coisas se movendo no interior da loja.
  - Há, também, um alarme que é acionado quando um dos dois sensores é desligado. Isto é, basta um único sensor ser desativado para soar o alarme.

**Determine a expressão lógica e o circuito correspondentes deste sistema.**



# Projeto de um Circuitos Combinacional



## Solução:

- ✓ A = "sensor de contato"
- ✓ B = "sensor infravermelho"
- ✓ S = "alarme"

Tabela-Verdade

A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- Como obter a expressão lógica e o circuito correspondente?

# Tabela Verdade $\rightarrow$ Expressão Lógica

✓ Função AND  $\Rightarrow$  Produto

✓ Função OR  $\Rightarrow$  Soma

- Soma de produtos

$$A \cdot B + \bar{A} \cdot C + B \cdot \bar{C}$$

- Produto de somas

$$(A + B) \cdot (\bar{B} + \bar{C}) \cdot (A + \bar{C})$$

✓ Soma de Produtos: OR dos minitermos que levam a saída para "1"; (Mais utilizado).

✓ Produto de somas - AND dos maxitermos que levam a saída para "0";

# Tabela Verdade $\rightarrow$ Expressão Lógica

## ✓ Mintermos:

1. faz a função AND dos termos de entrada
2. Variável de entrada é "1" - Função direta;
3. Variável de entrada é "0" - Função Negada;

## ✓ Exemplo do Alarme:

A	B	S	Mintermos
0	0	1	$S_1 = \overline{A}\overline{B}$
0	1	1	$S_2 = \overline{A}B$
1	0	1	$S_3 = A\overline{B}$
1	1	0	$S_4 = 0$

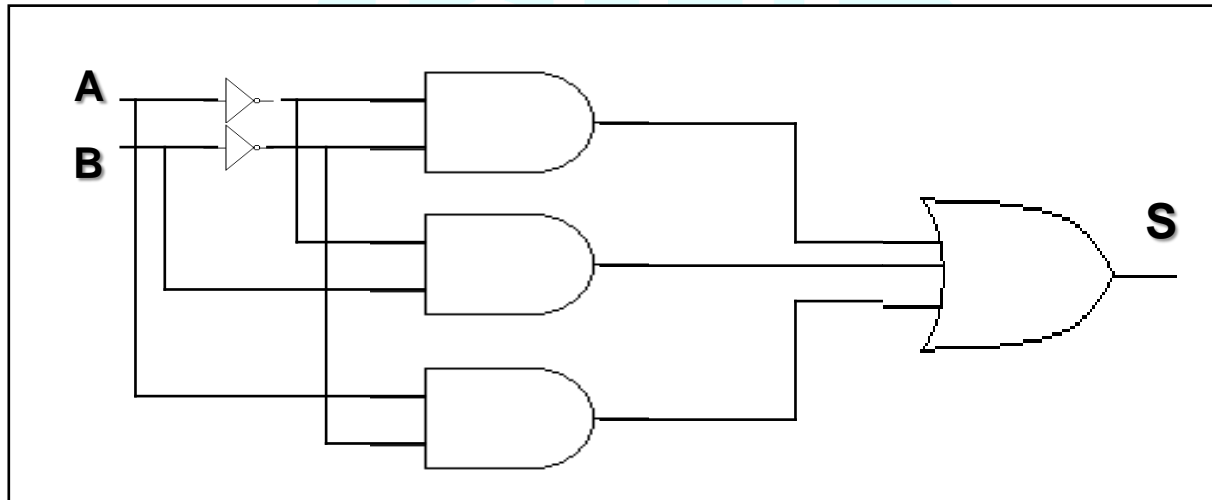
$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

$$S = \overline{A}\overline{B} + \overline{A}B + A\overline{B}$$

# Expressão Lógica $\rightarrow$ Circuito Lógico

- ✓ Obtido a expressão lógica, desenvolva o circuito direto.

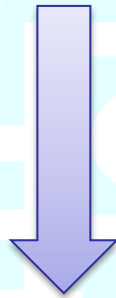
Exemplo do Alarme:  $S = \overline{A}\overline{B} + \overline{A}B + A\overline{B}$



# Expressão Lógica $\rightarrow$ Circuito Lógico

✓ O Circuito não é o mais simples?!!

» **Simplifica**



Utilizando a álgebra de Boole

# Simplificação de circuitos lógicos utilizando Álgebra de Boole

✓ Regras básicas da Álgebra de Boole

Postulados	
<u>Complementação</u>	
Se $A = 0$ então $\overline{A} = 1$	
Se $A = 1$ então $\overline{A} = 0$	
<u>Identidade</u>	
$\overline{\overline{A}} = A$	
<u>Adição</u>	<u>Multiplificação</u>
$0 + 0 = 0$	$0 \cdot 0 = 0$
$0 + 1 = 1$	$0 \cdot 1 = 0$
$1 + 0 = 1$	$1 \cdot 0 = 0$
$1 + 1 = 1$	$1 \cdot 1 = 1$
Identidade	Identidade
$A + 0 = A$	$A \cdot 0 = 0$
$A + 1 = 1$	$A \cdot 1 = A$
$A + A = A$	$A \cdot A = A$
$A + \overline{A} = 1$	$A \cdot \overline{A} = 0$

# Simplificação de circuitos lógicos utilizando Álgebra de Boole

✓ Regras básicas da Álgebra de Boole

<b>Propriedades</b>
Comutativa
$A \cdot B = B \cdot A$
$A + B = B + A$
Associativa
$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$
$A + (B + C) = (A + B) + C$
Distributiva
$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$
<b>Teoremas</b>
Teoremas de De Morgan
$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$
$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$
Teoremas da Absorção
$A + A \cdot B = A$
$A + A \cdot B = A + B$

# Simplificação de circuitos lógicos utilizando Álgebra de Boole

- ✓ Obtenha a expressão lógica simplificada e o circuito lógico correspondente para o exemplo do Alarme.

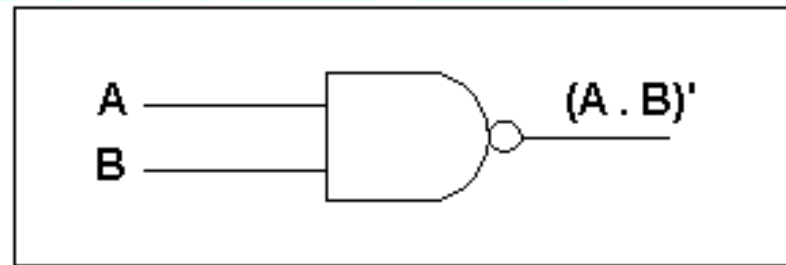
$$S = \overline{A}\overline{B} + \overline{A}B + A\overline{B}$$

$$S = \overline{A}(\overline{B} + B) + A\overline{B}$$

$$S = \overline{A} + A\overline{B}$$

$$S = \overline{A} + \overline{B}$$

$$S = \overline{AB}$$





# Simplificação de circuitos lógicos utilizando Álgebra de Boole

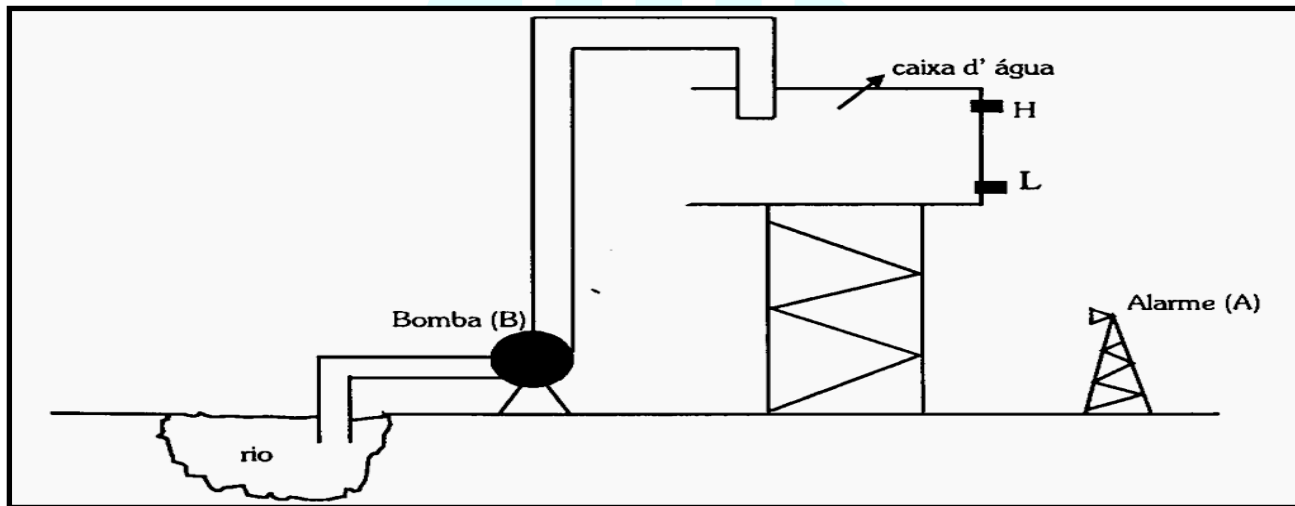
- ✓ **Exercício:** Suponha que um circuito digital é descrito pela tabela ao lado:
- ✓ Obtenha o que se pede:
  - expressão lógica correspondente;
  - circuito lógico correspondente;
  - expressão lógica simplificada;
  - circuito lógico correspondente à expressão simplificada.

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

# Exemplos de Aplicação

## Controle de Bombeamento de água:

- ✓ O desenho a seguir mostra um processo simples para encher uma caixa d' água de um rio próximo.



- ✓ Os sensores de nível alto (H) e de nível baixo (L) são utilizados para determinar o acionamento da bomba (B) e do alarme (A).

# Exemplos de Aplicação

## Tabela-Verdade e Expressões Lógicas

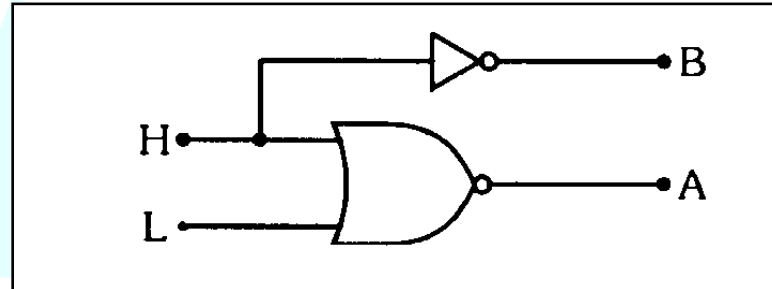
Linhas	Entradas		Saídas	
	H	L	B	A
1 <sup>a</sup>	0	0	1	1
2 <sup>a</sup>	0	1	1	0
3 <sup>a</sup>	1	0	X	X
4 <sup>a</sup>	1	1	0	0

$B = \overline{H}.\overline{L} + \overline{H}.L$       ou       $B = \overline{H}$

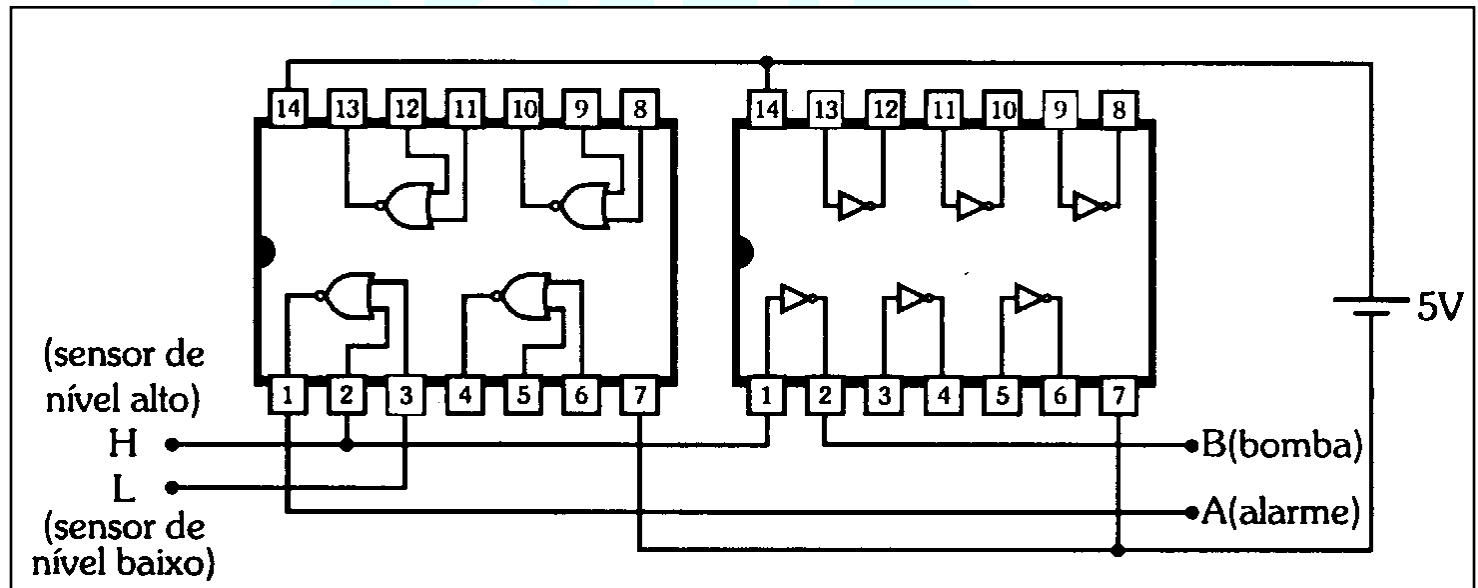
$A = \overline{H}.\overline{L}$        $A = \overline{H.L} = \overline{(H + L)}$

# Exemplos de Aplicação

✓ Circuito Lógico

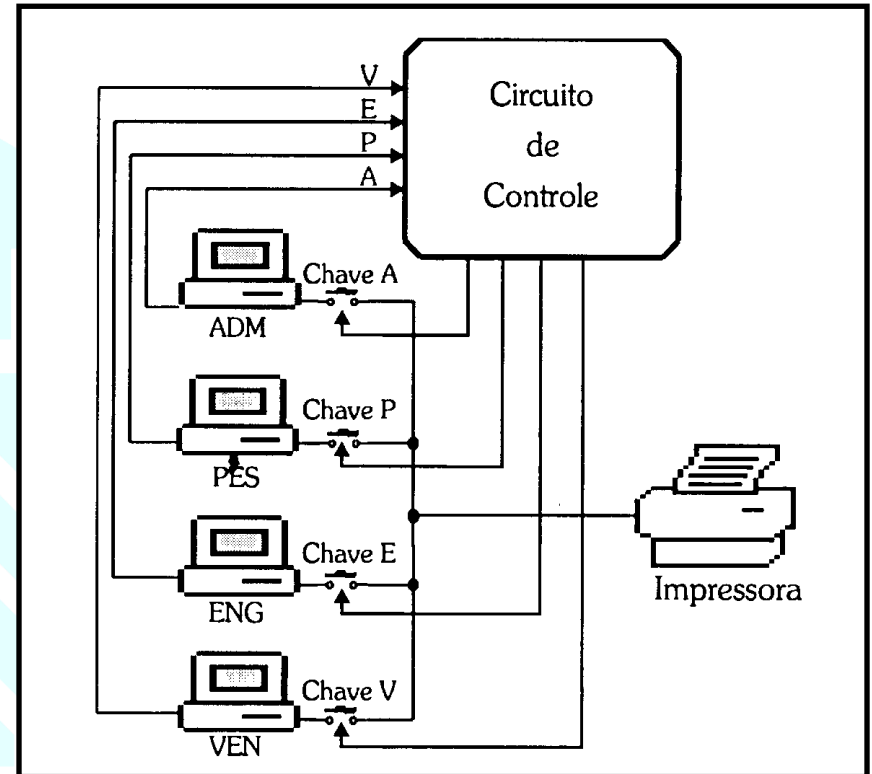


✓ Montagem



# Exercício

- ✓ A figura ao lado mostra de forma esquemática a conexão de 4 computadores de uma determinada empresa a uma única impressora. Esta conexão é feita através de um **circuito de controle**.



# Exercício

- ✓ Qual a expressão que descreve o funcionamento do **circuito de controle** (determine também o circuito lógico e a montagem correspondentes à expressão simplificada)?
  
- ✓ Devem ser obedecidas às seguintes prioridades:
  - Computador do setor administrativo (ADM) - 1ª prioridade
  - Computador do setor pessoal (PES) - 2ª prioridade
  - Computador do setor de engenharia (ENG) - 3ª prioridade
  - Computador do setor de vendas (VEN) - 4ª prioridade