GOVERNO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
CÂMPUS JUAZEIRO/BA COLEG. DE ENG. ELÉTRICA
PROF. PEDRO MACÁRIO DE MOURA
CÁLCULO II – 2015.2

Discente ____ **CPF** | | | | | | | | | | | |

Turma A2 – Sala NT 01 CCA – Data 25 de Janeiro de 2016

Lista – 1: Funções, Limites, Continuidade e Derivadas Parciais

1ª Parte Funções de duas variáveis

Problema 01 Seja a função dada $f(x,y) = x^2 + y^2$. Encontrar:

a) $f(1,2)$ b) $f(0,0)$ c) $f(-3,-4)$ d) $Dom\ f$ e) $Im\ f$

Problema 02 Seja a função dada por $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$. Determinar:

a) $f(0,0)$ b) $f(-1,-1)$ c) $f(1,2)$ d) $Dom\ f$ e) $Im\ f$

Problema 03 Seja a função dada por $f(x,y) = \frac{3x}{y-x}$. Determinar:

a) $f(1,0)$ b) $f(3,-7)$ c) $f(1,-1)$ d) $Dom\ f$ e) a representação gráfica do $Dom\ f$

Problema 04 Seja $f(x,y) = \frac{1}{\sqrt{x^2-y}}$. Determinar:

a) $f(1,0)$ b) $f(3,-7)$ c) $f(1,-1)$ d) $Dom\ f$ e) a representação gráfica do $Dom\ f$

Problema 05 Determina e representa graficamente os domínios das seguintes funções:

a) $f(x,y) = \sqrt{x+y-1}$ b) $f(x,y) = \frac{1}{2x-y+1}$

c) $f(x,y) = ln\ (x2 - y + 1)$ d) $f(x,y) = \frac{lnx}{x-1}$

Problema 06 Esboça as curvas de nível das funções:

a) $z = y - x^2$ para $z = 0, z = 1$ e $z = 2$ b) $z = y - x$ para $z = 0, z = 2$ e $z = 4$

c) $z = y - ln\ x$ para $z = 0, z = 1$ e $z = 2$ d) $z = x^2 - y^2$ para $z = 0, z = 4$ e $z = 9$

Problema 07 Seja a função dada por $f(x,y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$

a) Faz as curvas de nível para $z = 0, z = 1$ e $z = 2$.

b) Representa graficamente a função.

Respostas

1) **a)** 5 **b)** 0 **c)** 25 **d)** IR^2 **e)** $[0,+\infty)$

2) **a)** 0 **b)** $\sqrt{2}$ **c)** $\sqrt{5}$ **d)** IR^2 **e)** $[0,+\infty)$

3) **a)** –3 **b)** $\frac{9}{10}$ **c)** $-\frac{3}{2}$ **d)** $\{(x,y) \in IR^2 / y \neq x\}$

4) **a)** 1 **b)** $\frac{1}{4}$ **c)** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **d)** $\{(x,y) \in IR^2 / y < x^2\}$

5) **a)** $\{(x,y) \in IR^2 / y \geq -x+1\}$ **b)** $\{(x,y) \in IR^2 / y \neq 2x+1\}$

c) $\{(x,y) \in IR^2 / y < x^2 + 1\}$ **d)** $\{(x,y) \in IR^2 / x > 0\, e\, x \neq 1\}$

2ª Parte Limite e continuidade

Problema 01 Calcule os limites

a) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{3x^2 - y^2 + 5}{x^2 + y^2 + 2}$

b) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,4)} \frac{x}{\sqrt{y}}$

c) $\lim\limits_{(x,y)\to(3,4)} \sqrt{x^2 + y^2 - 1}$

d) $\lim\limits_{(x,y)\to(2,-3)} (\frac{1}{x} + \frac{1}{y})^2$

i) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^{x \operatorname{sen} x}}{x}$

j) $\lim\limits_{(x,y)\to(1,1)} \cos\sqrt[3]{|xy|-1}$

k) $\lim\limits_{(x,y)\to(1,0)} \frac{x \operatorname{sen} y}{x^2+1}$

l) $\lim\limits_{(x,y)\to(\frac{\pi}{2},0)} \frac{\cos y + 1}{y - \operatorname{sen} x}$

e) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,\frac{\pi}{4})} \sec x\ .\mathrm{tg}\ y$

f) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \cos \dfrac{x^2+y^3}{x\ \ +y\ \ +1}$

g) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} e^{x-y}$

h) $\lim\limits_{(x,y)\to(1,1)} \ln\left|1+x^2y^2\right|$

m) $\lim\limits_{(x,y)\to(1,2)} e^{xy}-e^{y}+1$

n) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} x\sqrt{x^2+y^2}$

o) $\lim\limits_{(x,y)\to(1,2)} (3x^2y+2xy^2-2xy)$

p) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{1}{xy}\mathrm{senx\ seny}$

q $\lim\limits_{(x,y)\to(1,2)} (\mathrm{sen}^2 y+\cos^2 y-2)$

Problema 02 Calcule os limites utilizando dois caminhos

a) $\lim\limits_{(x,y)\to(1,1)} \dfrac{x^2-2xy+y^2}{x-y}$

$x \neq y$

b) $\lim\limits_{(x,y)\to(1,1)} \dfrac{x^2-y^2}{x-y}$

$x \neq y$

c) $\lim\limits_{(x,y)\to(1,1)} \dfrac{xy-y-2x+2}{x-1}$

$x \neq 1$

d) $\lim\limits_{(x,y)\to(2,-4)} \dfrac{y+4}{x^2y-xy+4x^2-4x}$

$x \neq 4, x \neq x^2$

e) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x-y+2\sqrt{x}-2\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

$x \neq y$

m $\lim\limits_{(x,y)\to(2,0)} \dfrac{\sqrt{2x-y}-2}{2x-y-4}$

$2x-y \neq 4$

f) $\lim\limits_{(x,y)\to(1,-1)} \dfrac{x^2+2xy+y^2}{x+y}$

$x \neq -y$

g)) $\lim\limits_{(x,y)\to(2,2)} \dfrac{x+y-4}{\sqrt{x+y}-2}$

$x+y \neq 4$

h) $\lim\limits_{(x,y)\to(-2,1)} \dfrac{xy^2-5x+8}{x^2+y^2+4xy}$

i) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,1)} \dfrac{3x^2+3xy^2}{x^2+y^2}$

j) $\lim\limits_{(x,y)\to(1,1)} \dfrac{x^2-xy}{x^2-y^2}$

k) $\lim\limits_{(x,y)\to(1,2)} \ln\left|\dfrac{xy-1}{2xy+4}\right|$

l) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} x\,\mathrm{sen}\dfrac{1}{y}$

n) $\lim\limits_{(x,y)\to(2,2)} \dfrac{x^3-x^2y}{x^2-y^2}$

Problema 03 Calcule os limites usando a substituição $X = x - x_0$, quando for necessário

a) $\lim_{P \to (1,3,4)} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)$

b) $\lim_{P \to (1,3,4)} \left(\frac{2xy + yz}{2x}\right)$

c) $\lim_{P \to (1,-1,-1)} \left(\frac{2xy + yz}{x^2 + z^2}\right)$

d) $\lim_{P \to (3,3,0)} (\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 y + \sec^2 z)$

e) $\lim_{P \to (-\frac{1}{4},\frac{\pi}{2},2)} (arc\ tg\,(xyz))$

f) $\lim_{P \to (\pi,0,3)} (ze^{-2y} \cos 2x)$

g) $\lim_{P \to (1,3,4)} \left(\frac{x^4 + y^3}{x + y + z}\right)$

Problema 04 Verifique se a função é contínua no ponto (3,4): $f(x,y) = 2x + 3y$. Calcule também o limite quando $(x,y) \to (3,4)$.

Problema 05 Se $f(x,y) = \begin{cases} x + y + 2, se\ (x,y) \neq (1,1) \\ 6, \qquad se\ (x,y) = (1,1) \end{cases}$, verifique se é continua em (1,1).

Problema 06 Verifique se a função $f(x,y) = \begin{cases} x^2 + y^2, se\ (x,y) \neq (0,0) \\ 2, \qquad se\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$, é continua em (0,0).

Problema 07 Verifique se a função $f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2}, se(x,y) \neq (0,0) \\ 1, \qquad se\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$ é continua em (0,0)

3ª Parte Derivadas Parciais

Problema 01 Verificar se as funções a seguir são diferenciáveis no R^2.

a) $f(x,y) = x^2 + y^2$

b) $f(x,y) = 3xy^2 + 4x^2y + 2\,xy$

c) $f(x,y) = sen(\,xy^2)$

d) $f(x,y) = \frac{x}{(x^2+y^2)^2}$

e) $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

f) $f(x,y) = ln\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)$

g) $f(x,y) = arcsen\,\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)$

Problema 02 Calcular as derivadas parciais de 1ª ordem

a) $f(x,y) = e^{2xy}$	o) $Z = e^{x^2+y^2+5}$
b) $f(x,y) = xy^3\_4\,yx^4 + 5\,x^3$	p) $f(x,y) = ln\,(x^3+y^2) - 3x^2y^3$
c) $f(x,y) = x\,cos(\,2x+3y)^2$	q) $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2+xy}$
d) $f(x,y) = xy^2 + 3yx^5 - x^4 + y^{-5}$	r) $f(x,y) = \sqrt{xy} + xy$
e) $f(x,y) = 5y\,ln\,(\,x^2+y^3) + e^{x^2+y^2}$	s) $f(x,y) = \sqrt[5]{x^2+x^3+xy^2}$
f) $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$	t) $f(x,y) = xy - ln(xy)$
g) $f(x,y) = \sqrt[3]{a^2-x^2-y^2}$	u) $f(x,y) = x^2y + 2\,\frac{x}{y}$
h) $f(x,y) = \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$	v) $z = e^{x^2}(x^2+y^2)$
i) $g(x,y) = arc\,tg\,\left(\frac{y}{x}\right)$	w) $f(\theta,\Phi) = sen\,3\Phi.cos\,2\theta$
j) $Z = sec(\,x^2+y)$	x) $z = e^{\frac{y}{x}}\,ln\left(\frac{x^2}{y}\right)$
k) $Z = cosec(xy^2)$	y) $C(x,y) = \frac{200}{x^2}\left[e^{-0{,}02\frac{(y-10)^2}{x^2}} + e^{-0{,}02\frac{(y+10)^2}{x^2}}\right]$
l) $Z = (x+y)\,e^{x+2y}$	z) $I = V/\sqrt{R^2+L^2\omega^2}$, com V e ω constante.
m) $Z = 4xy - sen^2(xy)$	
n) $Z = \frac{x^2y}{x^2+y^3}$	

Problema 03 Calcular as derivadas parciais de 1ª ordem

1) $f(x,y,z) = x^2y^2 + xy\,z^2 + x^2z$

2) $f(x,y,z) = \frac{xy^2z}{x^2+y^3}$

3) $f(x,y,z) = arctg\,(\,x^2+y^2) - sen(x^2+y^2)$

4) $f(x,y,z) = sen^2y^2 + \cos\,(xy\,z)^2 + cotg(2x-z^2)$

5) $w = \frac{1}{zln(x^2+y^2)}$

6) $f(x,y,z) = \frac{x^2+z^2}{xy}$

7) $f(x,y,z) = x^2y^3 + x\,z^2 - x^2\cos(zx)$

8) $g(x,y,z,t) = x^2 + y^3 - ln\,[x+y+z^2+\cos\,(t^3)]$

9) $f(x,y,z) = e^{xy}senh\,2z - e^{xy}\cosh 2z$

10) $f(x,y,z) = x^2e^{xyz} + tg^{-1}\frac{3xy}{z^2}$

Problema 04 Verificar se a função $z = x^3y^2$ satisfaz a equação

$$\frac{1}{x} * \frac{\partial z}{\partial y} - \frac{2}{3y} * \frac{\partial z}{\partial x} = 0$$

para $x \neq 0$ e $y \neq 0$

Problema 05 Verificar se a função $z = sen(x + y)$ satisfaz a equação

$$\frac{\partial z}{\partial y} - \frac{\partial z}{\partial x} = 0$$

Problema 06 Sabendo-se que a diferencial total de uma função é dada por $dz = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy$, calcule a diferencial total nos casos.

a) $z = xy - x^2$

b) $z = sen^2\, xy$

c) $z = ln(x + xy^2)$

d) $z = sen^2(x + y)$

e) $z = x\, e^{x+y} - y$

f) $z = arc\ tg\ \frac{y}{x} - arc\ tg\ \frac{x}{y}$

g) $z = sen^{-1}(x + y)$

Problema 08 Calcule a diferencial total nos pontos indicados

a) $f(x, y) = e^x \cos y, \quad P\left(1, \frac{\pi}{4}\right)$

b) $z = \ln(x^2 + y^2) \quad P(1,1)$

c) $w = x.e^{2z} + y \quad P(1,2,0)$

d) $w = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad P\,(2,1,1)$

e) Aplicação da diferencial: O volume de um cilindro é dado por $V = \pi x^2 y$, onde x é o raio do cilindro e y é a altura, calcule o aumento de volume quando o raio varia de 3 para 3,1 e a altura varia de 21 para 21,5 .

f) Um terreno retangular tem lados estimado em 1200 m e 1800 m, com erro máximo de 10 m e 15 m respectivamente. Determine o erro máximo no cálculo da área do terreno.