

**Professor:** Felipe Wergete Cruz**Data:** 29/01/2015**Horário:** das 16:00h às 18:00h**Aluno:** \_\_\_\_\_ **CPF:** 

## 3ª Avaliação de Métodos Matemáticos

### Instruções

- ◇ Confira que há **3 questões** no caderno de prova.
- ◇ Não é permitido qualquer tipo de consulta.
- ◇ Todos os aparelhos eletrônicos deverão permanecer desligados durante a prova.
- ◇ Leia atentamente o enunciado das questões antes de tentar solucioná-las.
- ◇ A interpretação da questão faz parte do processo de avaliação.
- ◇ As respostas somente serão aceitas com **justificativas**.
- ◇ Não será permitida a saída durante a prova, exceto se entregue em definitivo.

### Questões

1. (a) (2,0 pontos) Encontre a expansão em série de Taylor da função  $h(z) = \frac{1}{z}$  centrada em  $z_0 = 1 + i$ , indicando o seu raio de convergência.  
(b) (1,0 ponto) Usando o teste da razão, determine o raio de convergência dessa série (confirmando o resultado obtido no item anterior).

2. (2,0 pontos) Encontre a expansão em série de Laurent para a função  $g(z) = \frac{1}{z(z-1)}$ , que seja válida em  $1 < |z-2| < 2$ .

**Dica:** Use frações parciais.

3. Considere a função

$$f(z) = \frac{z^4 + 2z^2 + 1}{z^2(z^2 - 6iz - 1)}.$$

- (a) (1,0 ponto) Determine os pontos singulares de  $f$  e classifique-os.
- (b) (2,0 pontos) Calcule os resíduos de  $f$  em seus pontos singulares.
- (c) (2,0 pontos) Usando o resultado do item acima, juntamente com o teorema dos resíduos, calcule

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 \theta}{3 - \sin \theta} d\theta.$$

**Dados para o item (b) da questão 3**

Se  $\alpha = i(3 + 2\sqrt{2})$  e  $\beta = i(3 - 2\sqrt{2})$ , então:

$$\alpha^2 = -17 - 12\sqrt{2}, \quad \alpha^4 = 577 + 408\sqrt{2}, \quad \beta^2 = -17 + 12\sqrt{2} \quad \text{e} \quad \beta^4 = 577 - 408\sqrt{2}.$$

Além disso,

$$\frac{544 + 384\sqrt{2}}{96 + 68\sqrt{2}} = 4\sqrt{2} \quad \text{e} \quad \frac{544 - 384\sqrt{2}}{96 - 68\sqrt{2}} = -4\sqrt{2}.$$