

Professor: Felipe Wergete Cruz

Data: 02/12/2014

Horário: das 16:00h às 18:00h

Aluno: _____ **CPF:**

2ª Avaliação de Métodos Matemáticos

Instruções

- ◇ Confira que há **4 questões** no caderno de prova.
- ◇ Não é permitido qualquer tipo de consulta.
- ◇ Todos os aparelhos eletrônicos deverão permanecer desligados durante a prova.
- ◇ Leia atentamente o enunciado das questões antes de tentar solucioná-las.
- ◇ A interpretação da questão faz parte do processo de avaliação.
- ◇ As respostas somente serão aceitas com **justificativas**.
- ◇ Não será permitida a saída durante a prova, exceto se entregue em definitivo.

Questões

1. (1,0 ponto) Escreva o valor principal do logaritmo $\text{Log} [(1 + \sqrt{3}i)^5]$ na forma algébrica.
2. (a) (1,0 ponto) Determine todos os valores da potência complexa $(1 + \sqrt{3}i)^i$.
(b) (1,0 ponto) Determine a derivada da função $f(z) = z^{2i}$, no ponto $z_0 = i$. Admita que z^{2i} representa o valor principal da potência complexa definida no domínio D dado por $|z| > 0$, $\arg(z) \in (0, 2\pi)$.
3. Calcule as integrais abaixo:
 - (a) (1,5 ponto) $\int_{\alpha} (2\bar{z} - z)dz$, onde α é a parte da parábola $y = x^2 + 2$ que une os pontos $(0, 2)$ e $(-2, 6)$, nesta ordem. (**Dica:** Use a definição)
 - (b) (1,5 ponto) $\oint_{\beta} \frac{2z + 1}{z^2 + z} dz$, onde β é a circunferência $|z| = \frac{1}{2}$. (**Dica:** Use o Teorema de Cauchy-Goursat)
 - (c) (2,0 pontos) $\oint_{|z|=1} \frac{1}{z^3(z-4)} dz$. (**Dica:** Use a fórmula integral de Cauchy para derivadas)
4. (2,0 pontos) Comprove que a função $u(x, y) = xy + x + 2y - 5$ é harmônica em todo o plano complexo \mathbb{C} . Além disso, determine sua conjugada harmônica v e uma função analítica $f(z) = u + iv$ que satisfaça a condição $f(2i) = -1 + 5i$.