

**Professor:** Felipe Wergete Cruz

**Data:** 27/01/2015

**Horário:** das 08:00h às 10:00h

**Aluno:** \_\_\_\_\_ **CPF:**

## 3ª Avaliação de Álgebra Linear

### Instruções

- ◇ Escreva seu nome e o número de seu CPF no lugar indicado desta folha.
- ◇ Confira que há **5 questões** no caderno de prova.
- ◇ Não é permitido qualquer tipo de consulta.
- ◇ Todos os aparelhos eletrônicos deverão permanecer desligados durante a prova.
- ◇ Leia atentamente o enunciado das questões antes de tentar solucioná-las.
- ◇ A interpretação da questão faz parte do processo de avaliação.
- ◇ As respostas somente serão aceitas com **justificativas**.
- ◇ Escreva **todos** os detalhes dos cálculos que o levarem a uma solução.
- ◇ Não será permitida a saída durante a prova, exceto se entregue em definitivo.

### Questões

1. (2,0 pontos) Seja  $\alpha = \{(1, 1, 1), (0, 2, 1), (0, 0, 1)\}$  uma base de  $\mathbb{R}^3$ . Obtenha, a partir de  $\alpha$ , uma base  $\beta$  que seja ortonormal com relação ao produto interno usual.
2. (a) (1,0 ponto) Seja  $\gamma$  a base canônica de  $\mathbb{R}^3$  e suponha que o operador linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  é tal que

$$[T]_{\gamma}^{\gamma} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

O operador  $T$  é auto-adjunto? E ortogonal? Justifique!

- (b) (1,0 ponto) Enuncie o teorema espectral para operadores auto-adjuntos.
  - (c) (0,5 ponto) Justifique, sem calcular, por que é possível encontrar uma base ortonormal de autovetores de  $T$ .
3. (2,0 pontos) Utilizando o método da diagonalização da forma quadrática, determine a equação reduzida da cônica

$$x^2 + y^2 + 2xy + 2\sqrt{2}x + 6\sqrt{2}y - 4 = 0$$

e a identifique.

4. (2,0 pontos) Encontre a solução do sistema de EDO's

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt}(t) = -3x(t) + 4y(t) \\ \frac{dy}{dt}(t) = -x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

com condição inicial  $x(0) = -1$  e  $y(0) = 2$ .

5. (1,5 ponto) Calcule  $A^{2016}$ , onde

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

**OBS.:** Não ouse calcular  $2^{2016}$ , nem  $2^{2018}$ .