Professor: Felipe Wergete Cruz
Data: 20/11/2014 **Horário**: das 08:00h às 10:00h

Aluno: _____ **CPF**: ☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐

2ª Avaliação de Álgebra Linear

Instruções

♢ Escreva seu nome e o número de seu CPF no lugar indicado desta folha.
♢ Confira que há **4 questões** no caderno de prova.
♢ Não é permitido qualquer tipo de consulta.
♢ Todos os aparelhos eletrônicos deverão permanecer desligados durante a prova.
♢ Leia atentamente o enunciado das questões antes de tentar solucioná-las.
♢ A interpretação da questão faz parte do processo de avaliação.
♢ As respostas somente serão aceitas com **justificativas**.
♢ Escreva **todos** os detalhes dos cálculos que o levarem a uma solução.
♢ Não será permitida a saída durante a prova, exceto se entregue em definitivo.

Questões

1. (2,0 pontos) Considere o espaço vetorial real $\mathbb{R}^2$. A matriz de mudança da base ordenada $\gamma = \{\vec{u}_1, \vec{u}_2\}$, onde $\vec{u}_1 = (1,1)$ e $\vec{u}_2 = (-2,2)$, para a base ordenada $\alpha = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2\}$ é dada por:

$$[I]_\alpha^\gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Determine a base ordenada α. Determine o elemento $\vec{u} \in \mathbb{R}^2$ tal que

$$[\vec{u}]_\alpha = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

2. (2,0 pontos) Encontre a transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \to P_3(\mathbb{R})$ tal que $T(1,1) = t^2 - 1$ e $T(1,-1) = t^3 + 1$.

3. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, definida por

$$T(x,y) = (2y, x - y, x).$$

(a) (0,8 ponto) Encontre uma base e a dimensão para o núcleo de T.
(b) (0,8 ponto) Encontre uma base e a dimensão para a imagem de T.
(c) (0,4 ponto) A transformação T é injetiva, sobrejetiva e/ou bijetiva? Justifique!

4. Considere T o operador linear sobre $\mathbb{R}^2$ dado por

$$T(x, y) = (-3x + 4y\,, -x + 2y).$$

(a) (1,0 ponto) Encontre um polinômio característico de T.

(b) (1,0 ponto) Exiba os autovalores e os autovetores de T.

(c) (1,0 ponto) O operador T é diagonalizável? Justifique!

(d) (1,0 ponto) Exiba uma base de autovetores e escreva a matriz do operador T em relação a essa base.