

UFPE – ÁREA 2 – CCEN – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
ÁLGEBRA LINEAR - SEGUNDO SEMESTRE DE 2010
PROVA FINAL

Nome:

Turma:

1. (2,5 pts) Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por

$$T(x, y, z) = (ax + y, x + y + z, x + y).$$

- (a) Determine os valores de a de modo que T não seja injetivo.
- (b) Determine uma base para $\text{Ker}(T)$.
- (c) Determine uma base para $\text{Im}(T)$.

2. (1,0 pt) Mostre que todo operador linear ortogonal $T : V \rightarrow V$ é sobrejetivo.

3. (2,0 pts) Sejam $\beta = \{(1, 1), (1, 0)\}$ e $\gamma = \{(1, 3), (2, 4)\}$ bases de \mathbb{R}^2 , e $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um operador linear em que

$$[T]_{\gamma}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

(a) Calcule $[T]_{\beta}^{\beta}$.

(b) Determine $T(x, y)$.

4. (2,0 pts) Considere em \mathbb{R}^4 o produto interno canônico e $W = [(1, -1, 0, 1)]$.

- (a) Determine uma base para W^{\perp} .
- (b) Determine uma base ortonormal para W^{\perp} .

5. (2,5 pts) Encontre a equação reduzida e identifique a cônica abaixo

$$x^2 + 2xy + y^2 + \sqrt{2}x + 3\sqrt{2}y + 2 = 0.$$

OBS: ENTENDER O ENUNCIADO DAS QUESTÕES É PARTE INTEGRAL DA PROVA; NÃO FAÇA CONSULTAS AO FISCAL. NÃO É PERMITIDO DESTACAR AS FOLHAS DA PROVA NEM USAR FOLHAS ADICIONAIS. NÃO É PERMITIDO USO DE CELULAR E CALCULADORA. USE O VERSO DESTA FOLHA APENAS PARA BORRÃO.