

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

CCEN - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

EXAME FINAL DE ÁLGEBRA LINEAR L1 - 2010.2 - 13/12/2010

-
- ◇ Leia atentamente o enunciado das questões antes de tentar solucioná-las.
◇ As respostas somente serão aceitas com **justificativas**.
◇ Não é permitido qualquer tipo de consulta.
-

1. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definida por:

$$T(x, y) = (x + y, x - y).$$

- (a) Encontre uma base para a imagem de T e sua dimensão. A transformação T é sobrejetiva? Justifique sua resposta. (2,0 pontos)
- (b) Determine a dimensão do núcleo de T . A transformação T é injetiva? Justifique sua resposta. (1,5 pontos)

2. Considere o sistema linear

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 3y + kz = 3 \\ x + ky + 3z = 2 \end{cases}$$

onde k é um número real. Determine todos os valores de k de forma que o sistema:

- (a) tenha solução única; (1,0 ponto)
- (b) não tenha solução; (0,5 ponto)
- (c) tenha infinitas soluções. (0,5 ponto)
3. Encontre os autovalores e os autovetores do operador linear $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definido por:

$$T(x, y) = (2x + \sqrt{3}y, \sqrt{3}x).$$

T é diagonalizável? Justifique sua resposta fazendo referência a algum Teorema visto em aula. (2,5 pontos)

4. (2,0 pontos) Sejam V um espaço vetorial e $T : V \rightarrow V$ um operador linear tal que $T(\vec{u}) = 2\vec{u}$ e $T(\vec{v}) = \vec{u} + \vec{v}$. Expresse, em função de $\vec{u}$ e $\vec{v}$:

- (i) $T(\vec{u} - \vec{v})$,
- (ii) $T(3\vec{u} + 7\vec{v})$,
- (iii) $T(2\vec{u})$.