

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

CPROD - COLEGIADO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

SEGUNDA CHAMADA DA SEGUNDA AVALIAÇÃO DE ÁLGEBRA  
LINEAR - 2012.1 - TURMA 12 - 13/11/2012

---

◇ Leia atentamente o enunciado das questões antes de tentar solucioná-las.

◇ As respostas somente serão aceitas com **justificativas**.

◇ Não é permitido qualquer tipo de consulta.

---

1. Considere em  $\mathbb{R}^3$  o produto interno

$$\langle (a_1, b_1, c_1), (a_2, b_2, c_2) \rangle = 2a_1a_2 - a_1b_2 - a_2b_1 + b_1b_2 + c_1c_2.$$

(a) (1,5 pts) Determine o ângulo entre os vetores  $\vec{u} = (1, 1, 0)$  e  $\vec{v} = (1, 1, \sqrt{3})$ ;

(b) (1,5 pts) Seja  $W \subset \mathbb{R}^3$  o subespaço gerado  $W = [(0, 1, 0), (-1, 0, 1)]$ . Encontre seu complemento ortogonal  $W^\perp$ .

2. Seja  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  o operador linear dado por

$$T(x, y, z) = (x - z, 2y, -x + 3z).$$

(a) (1,0 pt) O operador  $T$  é auto-adjunto? Justifique!

(b) (1,0 pt) O operador  $T$  é ortogonal? Justifique!

*Dica:* Se  $A$  for uma matriz ortogonal, então  $\det(A) = \pm 1$ .

(c) (0,5 pt) O operador  $T$  é diagonalizável? Justifique!

3. (2,0 pts) Considere o espaço vetorial  $\mathbb{R}^3$  munido do produto interno usual, e o subespaço

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y - z = 0\}.$$

Encontre uma base ortonormal para  $V$ .

4. (2,5 pts) Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ . Mostre que  $A^{2013} = 5^{2012}A$ .

*Dica:* Utilize “a forma diagonal” de  $A$ .