

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

CPROD - COLEGIADO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

SEGUNDA CHAMADA DA PRIMEIRA AVALIAÇÃO DE ÁLGEBRA
LINEAR - 2012.1 - TURMA C2 - 01/11/2012

◇ Leia atentamente o enunciado das questões antes de tentar solucioná-las.

◇ As respostas somente serão aceitas com **justificativas**.

◇ Não é permitido qualquer tipo de consulta.

1. (1,5 pts) Mostre que o subconjunto de \mathbb{R}^3 dado por $W = \{(x, y, 0) \mid x, y \in \mathbb{R}\}$ é um subespaço vetorial de \mathbb{R}^3 .

2. (1,0 pt) Seja W o subespaço de \mathbb{R}^3 gerado por $\vec{v}_1 = (1, 2, 3)$, $\vec{v}_2 = (5, 8, 3)$ e $\vec{v}_3 = (-5, -6, 9)$. Determine a condição sobre k para que o vetor $(1, 0, k)$ não pertença à W .

3. Seja W o seguinte subespaço vetorial do espaço das matrizes 2×2 ($M_{2 \times 2}$):

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} a + b - c & b - c - 3d \\ a + b + d & -b + c + 3d \end{bmatrix} ; a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}.$$

(a)(1,5 pts) Determine uma base para W .

(b)(0,5 pt) Indique sua dimensão e diga se $W = M_{2 \times 2}$. (Justifique)

4. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida por:

$$T(x, y, z) = (x - y, y - z, x - z).$$

(a) (1,5 pts) Encontre uma base para a imagem de T e sua dimensão. A transformação T é sobrejetiva? Justifique sua resposta.

(b) (1,5 pts) Determine a dimensão do núcleo de T . A transformação T é injetiva? Justifique sua resposta.

5. (a) (1,5 pts) Encontre uma transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que

$$T(1, 0) = (1, 2, 1) \text{ e } T(0, 1) = (2, 1, 1).$$

(b) (1,0 pt) Encontre $[T]_{\beta}^{\alpha}$, onde $\alpha = \{(1, 1), (1, 2)\}$ e $\beta = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$.