UFPE – ÁREA 2 – CCEN – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
ÁLGEBRA LINEAR - SEGUNDO SEMESTRE DE 2010
TERCEIRA AVALIAÇÃO

Nome: **Turma:**

1. (1,5 pts) Seja V um espaço vetorial e seja $\beta = \{v_1, v_2, v_3\}$ uma base ortonormal com respeito ao produto interno $<\,,\,>$ de V. Sabendo que:

$$[w]_\beta = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ a \end{bmatrix} \ , \ < 3w, v_3 >= -1 \ \text{ e } \ u = -v_2 + 3v_1;$$

calcule o valor de a e de $< u, w >$.

2.(2,0 pts) Seja $V = M_{2\times 2}$ espaço vetorial com produto interno

$$\left\langle \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} , \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \right\rangle = a_{11}b_{11} + 2a_{12}b_{12} + 2a_{21}b_{21} + a_{22}b_{22}.$$

Ortogonalize o conjunto $\left\{ \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} , \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \right\}$ pelo processo de Gram-Schmidt.

3.(1,5 pts) Seja $W \subseteq \mathbb{R}^4$, $W = [(1, 1, 1, 0), (0, 1, -1, 1)]$. Calcule uma base para $W^\perp$.

4. Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dada por $T(x, y, z) = (-z, -y, -x)$. Seja $<\,,\,>$ o produto interno canônico de $\mathbb{R}^3$.

(a)(1,0 pt) T é auto-adjunto? T é ortogonal? Justifique.

(b)(1,5 pts) Se possível, encontre uma base β ortonormal de autovetores de T e escreva $[T]_\beta^\beta$. Ou justifique porque não é possível.

5.(2,5 pts) Dada a equação da cônica:

$$x^2 + 4xy - 2y^2 + 8\sqrt{5}x + 4\sqrt{5}y + 44 = 0.$$

Determine a equação reduzida da cônica e a identifique.

OBS: ENTENDER O ENUNCIADO DAS QUESTÕES É PARTE INTEGRAL DA PROVA; NÃO FAÇA CONSULTAS AO FISCAL. NÃO É PERMITIDO DESTACAR AS FOLHAS DA PROVA NEM USAR FOLHAS ADICIONAIS. NÃO É PERMITIDO USO DE CELULAR E CALCULADORA. USE O VERSO DESTA FOLHA APENAS PARA BORRÃO.