NOME LEGÍVEL: ——————————————————————

CPF: ——————————————————————-

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

CCEN - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

SEGUNDA AVALIAÇÃO DE ÁLGEBRA LINEAR L1 - 2010.2 - 25/10/2010

$\diamondsuit$ Leia atentamente o enunciado das questões antes de tentar solucioná -las.
$\diamondsuit$ As respostas somente serão aceitas com **justificativas**.
$\diamondsuit$ Não é permitido qualquer tipo de consulta.

---

1. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ definida por:

$$T(x, y, z, t) = (x - 2y + t, 2x + y - z, 5y - z - 2t).$$

(a) Encontre uma base para a imagem de T e sua dimensão. A transformação T é sobrejetiva? Justifique sua resposta. $(2,0$ pontos$)$

(b) Determine a dimensão do núcleo de T. A transformação T é injetiva? Justifique sua resposta. $(1,0$ ponto$)$

2. (a) Encontre uma transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \to P_1(\mathbb{R})$ tal que

$$T(1, 1) = 1 - t \quad , \quad T(1, -1) = 1 + 3t. \qquad (2,0 \text{ pontos })$$

(b) Encontre $[T]^{\alpha}_{\beta}$, onde $\alpha = \{(2, 1), (1, 2)\}$ e $\beta = \{1, t\}$. $(2,0$ pontos$)$

(c) Encontre, caso exista, a inversa de T. $(2,0$ pontos$)$

3. Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita, com $dim(V) = n$, e $T : V \to V$ um operador linear tal que $Im(T) = Ker(T)$. Mostre que n é par. $(1,0$ ponto$)$

4. Questão Extra

(a) Enuncie o Teorema do Núcleo e da Imagem. $(0,5$ ponto$)$

(b) Demonstre o teorema que você acabou de enunciar $(1,5$ pontos$)$.