



UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
COLEGIADO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

LABORATÓRIO DE CONTROLE I

Experimento 7:

SINTONIA DE CONTROLADOR PID EM SISTEMAS SUJEITOS À PERTUBAÇÃO

COLEGIADO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

DISCENTES: Lucas Pires Barbosa

Quelle Gomes dos Santos

Rafael Pereira Lima

Vital Pereira Batista Júnior

PROFESSOR: Eduard Montgomery

JUAZEIRO-BA

2010

OBJETIVO

Verificar efeitos de perturbação em sistemas controlados por PID sintonizados.

INTRODUÇÃO

Para mostrar um controle de PID de uma planta, tem-se a figura 1. Se um modelo matemático da planta pode ser obtido, então é possível aplicar várias técnicas de projeto na determinação dos parâmetros do controlador que vão impor especificações do regime transitório e do regime permanente do sistema de malha fechada. Porém, se a planta é tão complicada que seu modelo matemático não pode ser obtido facilmente, então uma aproximação analítica para o desígnio de um controlador de PID não é possível. Então nós temos que recorrer aproximações experimentais para a afinação de controladores de PID.

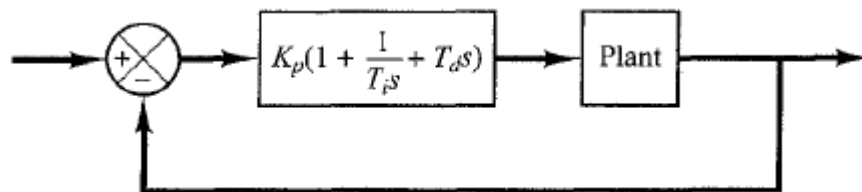


Figura 1: controle PID de uma planta

O processo de selecionar os parâmetros de controlador que garantam uma dada especificação de desempenho é conhecido como sintonia do controlador. Ziegler e Nichols sugeriram regras para sintonia de controladores PID (pretendendo ajustar os valores de K_p , T_i e T_d) baseadas na resposta experimental ao degrau ou baseado no valor de K_p que resulta em estabilidade marginal, quando só uma ação proporcional de controle é usada. As regras de Ziegler-Nichols, as quais são brevemente apresentadas a seguir, são úteis quando os modelos matemáticos das plantas são desconhecidos. (Estas regras podem, é claro, ser aplicadas ao projeto de sistemas com modelos matemáticos conhecidos.) Tais regras sugerem um conjunto de valores de K_p , T_i e T_d que dará uma operação estável do sistema. Porém, o sistema resultante pode exibir um máximo sobre-sinal grande devido à resposta do degrau, o que é inaceitável. Em tal um caso nós precisamos de série de sintonias finais até que um resultado aceitável seja obtido. Na realidade, as regras de sintonia de Ziegler-Nichols fornecem estimativas dos valores dos parâmetros e proporcionam um ponto de partida na sintonia fina, e não os valores definitivos de K_p , T_i e T_d logo na primeira tentativa.

Ziegler e Nichols propuseram regras para determinar os valores do ganho proporcional K_p , do tempo integral T_i e do tempo derivado T_d , baseado nas características de resposta temporal de uma determinada planta. Tal determinação dos parâmetros de controladores de PID ou sintonia para controladores PID pode ser feita por engenheiros de campo através de experiências na planta. (Numerosas regras de sintonia para controladores PID vêm sendo propostas desde a proposta de Ziegler e Nichols. Elas estão disponíveis na literatura e dos fabricantes de tais controladores.)

Há dois métodos chamados regras de sintonia de Ziegler-Nichols: o primeiro método e o segundo método.

- Primeiro método:

O primeiro método obtém experimentalmente a resposta da planta a uma entrada em degrau unitário, como mostrado na figura 2. Se a planta não possui integradores nem pólos complexos conjugados dominantes, então essa curva de resposta ao degrau unitário pode ter o aspecto de um S, como mostrado na figura 3. Esse método se aplica a curva de resposta ao degrau de entrada tiver a forma de um S. Essa curva de resposta ao degrau pode ser gerada experimentalmente ou a partir de uma simulação dinâmica da planta.

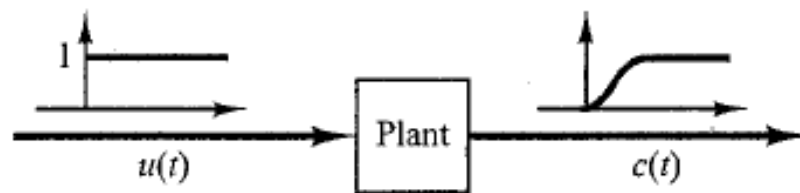


Figura 2: Resposta ao degrau unitário de uma planta

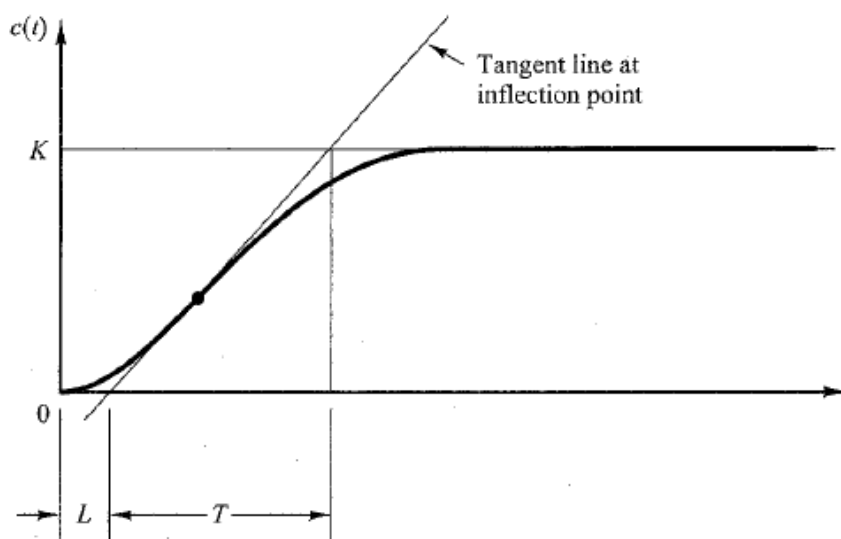


Figura 3: Curva de resposta em forma de S

A curva com formato em S pode ser caracterizada através de duas constantes, o atraso L e a constante tempo T . O atraso e a constante de tempo são determinados desenhando-se uma linha tangente no ponto de inflexão da curva com formato de S e determinando-se a interseção da linha tangente com o eixo dos tempos e linha $c(t) = K$, como mostrado em figura 3. A função de transferência $C(s)/U(s)$ pode ser aproximada por um sistema de primeira ordem com um atraso de transporte, como se segue:

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{Ke^{-Ls}}{Ts + 1}$$

Ziegler e Nichols sugeriram para fixar os valores de K_p, T_i e T_d de acordo com a fórmula mostrada na tabela 1.

Note que o controlador PID sintonizado pelo primeiro método das regras de Ziegler-Nichols fornece:

$$\begin{aligned} G_c(s) &= K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \\ &= 1.2 \frac{T}{L} \left(1 + \frac{1}{2Ls} + 0.5Ls \right) \\ &= 0.6T \frac{\left(s + \frac{1}{L} \right)^2}{s} \end{aligned}$$

Assim, o controlador PID tem um pólo na origem e zeros duplos em $s = -1/L$.

Tabela 1-Regras de sintonia de Ziegler-Nichols baseada na resposta ao degrau da planta (primeiro método).

Type of Controller	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0.9 \frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2 \frac{T}{L}$	$2L$	$0.5L$

- Segundo método:

No segundo método, definimos primeiro $T_i = \infty$ e $T_d = 0$. Utilizando somente a ação de controle proporcional (figura 4), aumente K_p de 0 ao valor crítico K_{cr} , no qual a saída exibe uma oscilação sustentada pela primeira vez. (Se a saída não exibe uma oscilação sustentada para nenhum valor de K_p pode se assumir então que esse método não se aplica.) Portanto, o ganho crítico K_{cr} e o correspondente período P_{cr} são determinados experimentalmente (figura 5).

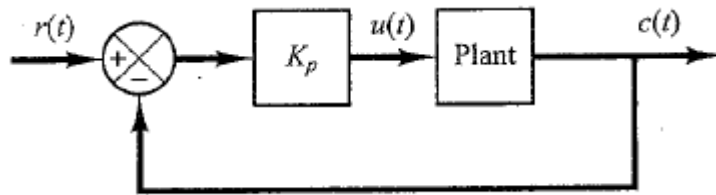


Figura 4: Sistema de malha fechada com controlador proporcional

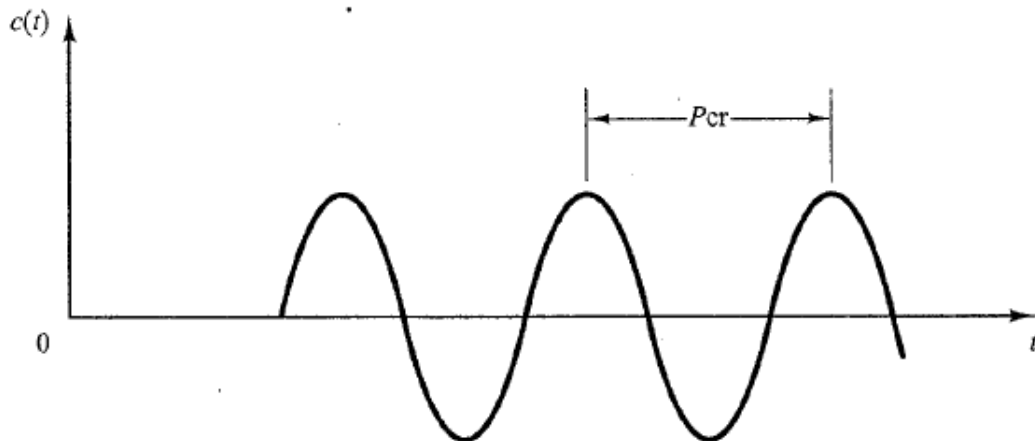


Figura 5: Oscilação sustentada com período P_{cr}

Ziegler e Nichols sugeriram escolher os valores dos parâmetros K_p , T_i e T_d de acordo com a fórmula mostrada na Tabela 2.

Note que o controlador PID sintonizado pelo segundo método de regras de Ziegler-Nichols fornece:

$$\begin{aligned}
 G_c(s) &= K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \\
 &= 0.6 K_{cr} \left(1 + \frac{1}{0.5 P_{cr} s} + 0.125 P_{cr} s \right) \\
 &= 0.075 K_{cr} P_{cr} \frac{\left(s + \frac{4}{P_{cr}} \right)^2}{s}
 \end{aligned}$$

Assim, o controlador de PID tem um pólo na origem e zeros duplos em $s = -4/P_{cr}$.

Note que se o sistema tem um modelo matemático conhecido (como a função de transferência), então podemos usar método do lugar geométrico das raízes para achar o ganho crítico K_{cr} , e a frequência de oscilações sustentadas ω_{cr} , onde $P_{cr} = 2\pi/\omega_{cr}$. Esses valores podem ser achados dos pontos de cruzamento dos ramos do lugar das raízes eixo de $j\omega$. (Obviamente, se os ramos do lugar das raízes não cruzam o eixo $j\omega$, este método não se aplica.)

Tabela 2-Regra de sintonia de Ziegler-Nichols baseada no ganho crítico K_{cr} e no período crítico P_{cr} (segundo método)

Type of Controller	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_{cr}$	∞	0
PI	$0.45K_{cr}$	$\frac{1}{1.2} P_{cr}$	0
PID	$0.6K_{cr}$	$0.5P_{cr}$	$0.125P_{cr}$

As regras de sintonia Ziegler-Nichols (e outras regras de sintonia) vêm sendo muito utilizadas para sintonizar os controladores PID em sistemas de controle processo em que a dinâmica da planta não é conhecida precisamente. Durante muitos anos, tais regras de sintonia provaram ser muito úteis. (Se a dinâmica de planta é conhecida, muitas abordagens gráficas e analíticas para o projeto de controladores PID estão disponíveis, além das regras de Ziegler-Nichols.)

Considere o esquema de controle PID básico, mostrado na figura 6(a), em que o sistema está sujeito a distúrbios e ruídos. A figura 6(b) é um diagrama de blocos modificado do mesmo sistema. No sistema de controle PID básico, como aquele mostrado na figura 6(b), se a entrada de referencia for uma função degrau, então, por causa da presença do termo derivativo na ação de controle, a variável manipulada $u(t)$ envolverá uma função impulso (função delta). Em um controlador PID real, em vez do termo derivativo puro $T_d s$, empregamos:

$$\frac{T_d s}{1 + \gamma T_d s}$$

Onde o valor de γ é algo em torno de 0,1. Portanto, quando uma entrada de referencia for uma função degrau, a variável manipulada $u(t)$ não envolverá uma função

impulso, mas sim uma função pulso estreita. Esse fenômeno é conhecido como salto do valor de referência.

Para evitar o fenômeno salto do valor de referência, podemos colocar a ação derivativa somente no ramo de realimentação para que a diferenciação ocorra apenas no sinal de realimentação e não no sinal de referência. O esquema de controle organizado dessa maneira é denominado controle PI-D. A figura 7 mostra um sistema com controle PI-D.

A partir da figura 7, pode ser visto que o sinal manipulado $U(s)$ é dado por:

$$U(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) R(s) - K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) B(s)$$

Note que, na ausência de distúrbios e ruídos, a função de transferência de malha fechada do sistema de controle PID básico mostrado na figura 6(a) e o sistema de controle PI-D mostrado na figura 7 são dados respectivamente, por:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \frac{K_p G_p(s)}{1 + \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) K_p G_p(s)}$$

E,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \frac{K_p G_p(s)}{1 + \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) K_p G_p(s)}$$

É importante salientar que, na ausência de entrada de referência e de ruídos, a função de transferência de malha fechada entre o distúrbio $D(s)$ e a saída $Y(s)$, em qualquer caso, é a mesma e é dada por:

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_p(s)}{1 + K_p G_p(s) \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)}$$

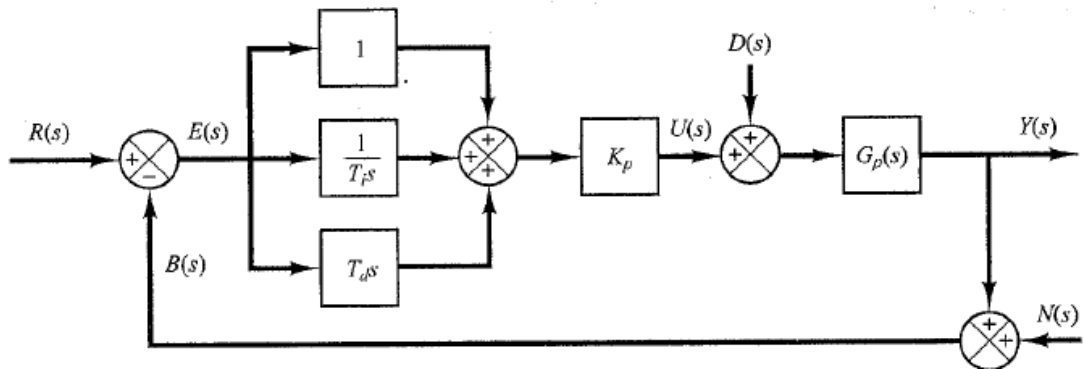
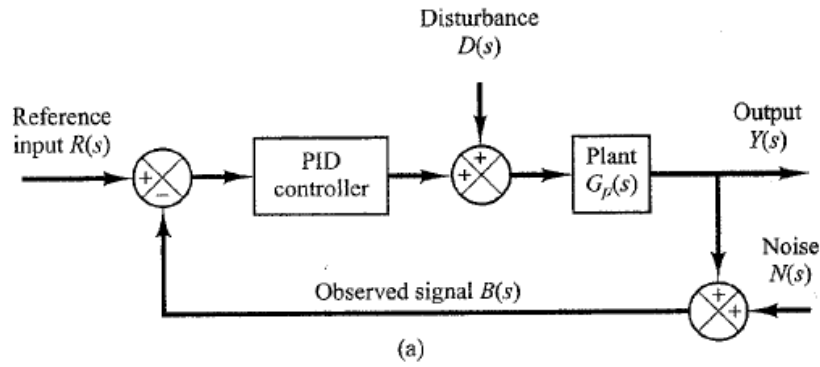


Figura 6: (a) sistema com controle PID; (b) diagrama de blocos equivalente

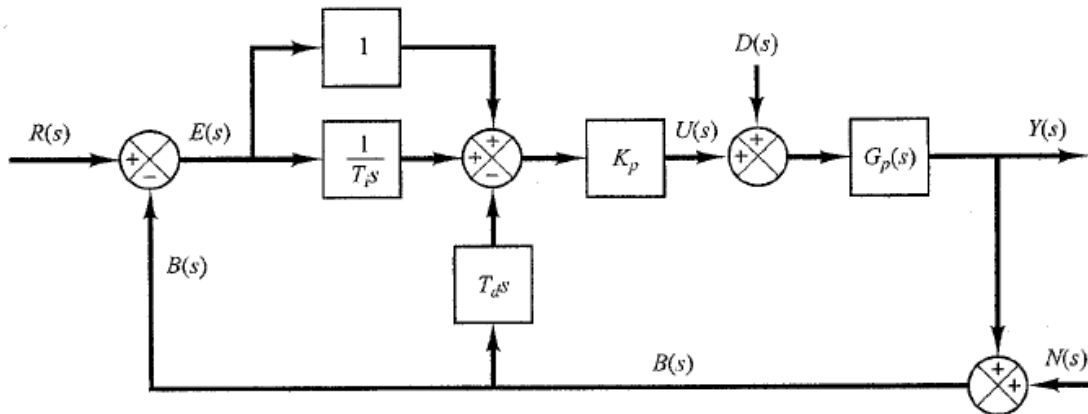


Figura 7: Sistema com controle PI-D.

Considere novamente o caso em que a entrada de referência seja uma função degrau. O controle PID e o controle I-PD envolvem uma função degrau no sinal manipulado. Essa alteração degrau no sinal no sinal manipulado pode não ser desejada em muitas ocasiões. Portanto, pode ser vantajoso mover a ação proporcional e a ação derivativa para o ramo de realimentação, para que essas ações afetem somente o sinal de realimentação. A figura 8 mostra esse esquema de controle. Ele é chamado controle I-PD. O sinal manipulado é dado por:

$$U(s) = K_p \frac{1}{T_i s} R(s) - K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) B(s)$$

Note que a entrada de referência de $R(s)$ aparece apenas na parte integral do controle. Então, no controle I-PD, é imperativo ter a ação de controle integral para uma operação apropriada do sistema de controle.

A função de transferência de malha fechada $Y(s)/R(s)$ na ausência da entrada de distúrbio e da entrada de ruído é dada por:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \left(\frac{1}{T_i s} \right) \frac{K_p G_p(s)}{1 + K_p G_p(s) \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)}$$

Observe-se que, na ausência da entrada de referência e de sinais de ruído, a função de transferência de malha fechada entre a entrada de distúrbio e a saída é dada por:

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_p(s)}{1 + K_p G_p(s) \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)}$$

Essa expressão é a mesma daquela do controle PID ou do controle I-PD.

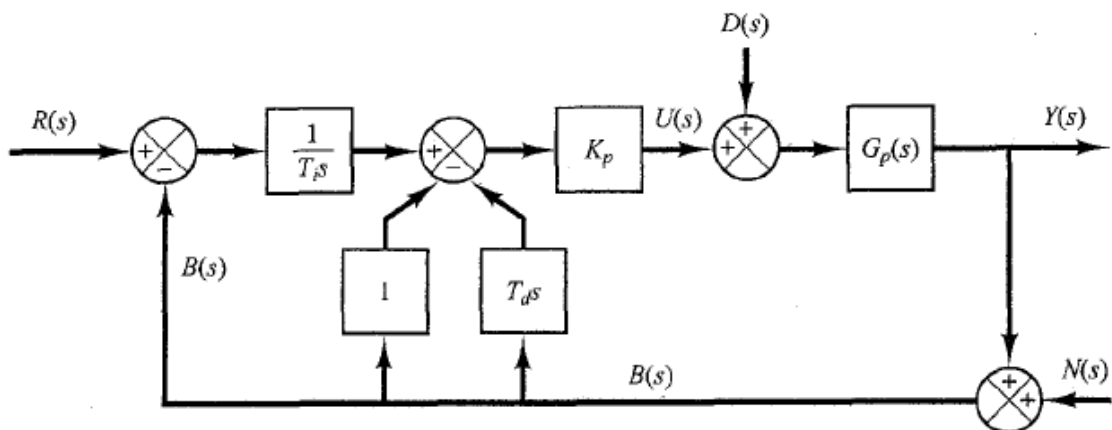


Figura 8: Sistema de controle por I-PD.

Em vez de mover totalmente a ação de controle derivativa ou a ação de controle proporcional para o ramo de realimentação, é possível mover somente partes dessas ações de controle para o ramo de realimentação, mantendo as porções restantes no ramo direto.

Na literatura, propõe-se o controle PI-PD. As características desse esquema de controle se situam entre o controle PID e o controle I-PD. Da mesma maneira, o controle PID-PD pode ser considerado. Nesses esquemas de controle, temos um controlador no ramo direto e outro controlador no ramo de realimentação.

Considere o sistema mostrado na figura 9, em que o sistema está sujeito à entrada de distúrbio $D(s)$ e ao ruído de entrada $N(s)$, além da entrada de referência $R(s)$. $G_c(s)$ é a função de transferência do controlador e $G_p(s)$ é a função de transferência da planta. Vamos supor que $G_p(s)$ seja fixa e inalterável.

Para esse sistema, três funções de transferência de malha fechada $Y(s)/R(s)=G_{yr}$, $Y(s)/D(s)=G_{yd}$ e $Y(s)/N(s)=G_{yn}$ podem ser obtidas. São elas:

$$G_{yr} = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_c G_p}{1 + G_c G_p}$$

$$G_{yd} = \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_p}{1 + G_c G_p}$$

$$G_{yn} = \frac{Y(s)}{N(s)} = -\frac{G_c G_p}{1 + G_c G_p}$$

[Obtendo $Y(s)/R(s)$, vamos supor que $D(s)=0$ e $N(s)=0$. Comentários similares se aplicam à obtenção de $Y(s)/D(s)$ e $Y(s)/N(s)$.] Os graus de liberdade do sistema de controle se referem a quantas dessas funções de transferência de malha fechada são independentes. No caso presente, temos:

$$G_{yr} = \frac{G_p - G_{yd}}{G_p}$$

$$G_{yn} = \frac{G_{yd} - G_p}{G_p}$$

Se uma das três funções de transferência de malha fechada, G_{yr} , G_{yn} e G_{yd} , for dada, as duas outras estarão fixadas. Isso significa que o sistema mostrado na figura 9 é um sistema de controle com um grau de liberdade.

Em seguida, considere o sistema mostrado na figura 10, em que $G_p(s)$ é uma função de transferência da planta. Para esse sistema, as funções de transferência de malha fechada G_{yr} , G_{yn} e G_{yd} são dadas, respectivamente, por:

$$G_{yr} = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_{c1}G_p}{1 + (G_{c1} + G_{c2})G_p}$$

$$G_{yd} = \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_p}{1 + (G_{c1} + G_{c2})G_p}$$

$$G_{yn} = \frac{Y(s)}{N(s)} = -\frac{(G_{c1} + G_{c2})G_p}{1 + (G_{c1} + G_{c2})G_p}$$

Logo, temos:

$$G_{yr} = G_{c1}G_{yd}$$

$$G_{yn} = \frac{G_{yd} - G_p}{G_p}$$

Neste caso, se G_{yd} é dada, então G_{yn} está fixada, mas G_{yr} não está fixada, porque G_{c1} é independente de G_{yd} . Então, duas entre as três funções de transferência de malha fechada G_{yr} , G_{yn} e G_{yd} são independentes. Logo, esse é um sistema de controle com dois graus de liberdade.

Da mesma maneira, o sistema mostrado na figura 11 também é um sistema de controle com dois graus de liberdade, porque, para ele,

$$G_{yr} = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_{c1}G_p}{1 + G_{c1}G_p} + \frac{G_{c2}G_p}{1 + G_{c1}G_p}$$

$$G_{yd} = \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_p}{1 + G_{c1}G_p}$$

$$G_{yn} = \frac{Y(s)}{N(s)} = -\frac{G_{c1}G_p}{1 + G_{c1}G_p}$$

Logo,

$$G_{yr} = G_{c2}G_{yd} + \frac{G_p - G_{yd}}{G_p}$$

$$G_{yn} = \frac{G_{yd} - G_p}{G_p}$$

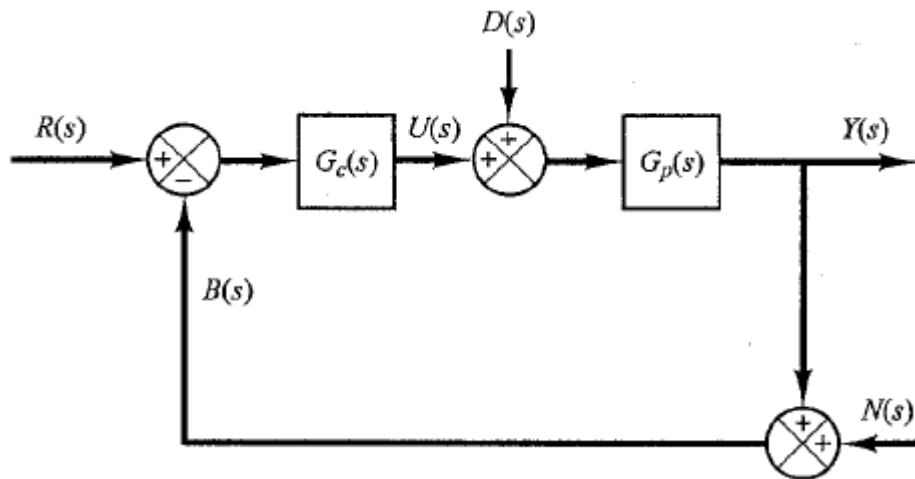


Figura 9: Sistema de controle com um grau de liberdade.

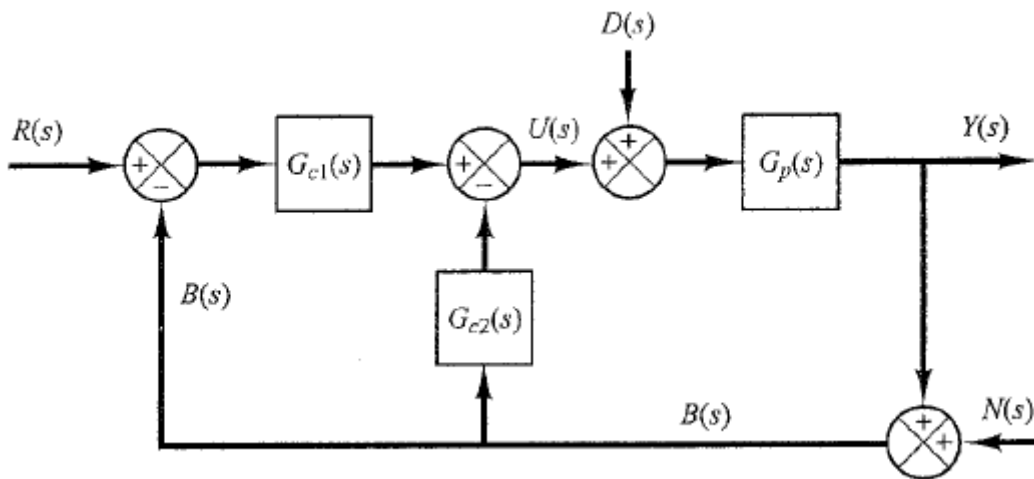


Figura 10: Sistema de controle com dois graus de liberdade.

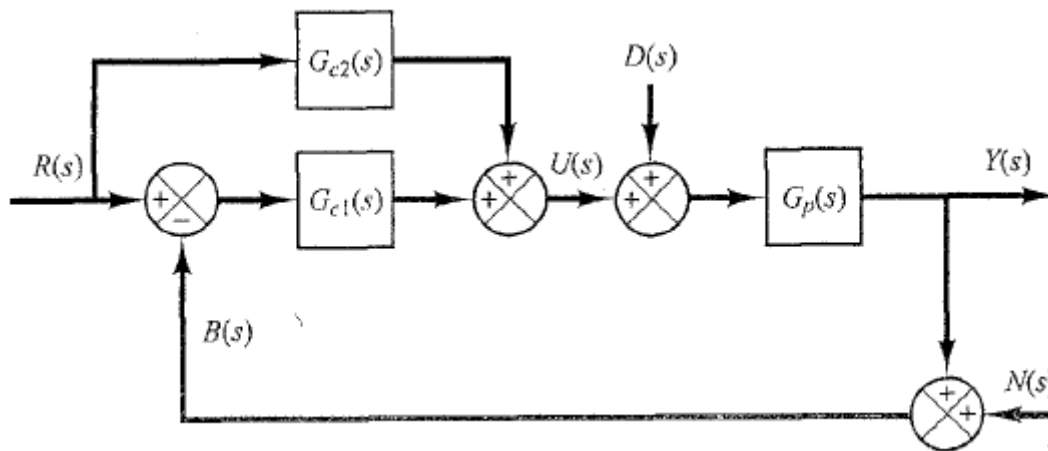


Figura 11-Sistema de controle com dois graus de liberdade.

PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

O objetivo da prática é observar o comportamento de sistemas sujeitos a perturbações, para isto foi montado um circuito RC e um controlador PID, com realimentação unitária.

A montagem realizada em laboratório está ilustrada na figura abaixo, visto que há um circuito RC ligado em um controlador PID, sendo a realimentação do sistema unitária e um ponto importante que o bloco referente ao distúrbio atuante no sistema, conforme mostrado na figura. Os sinais de entrada e saída foram verificados através dos canais do osciloscópio.

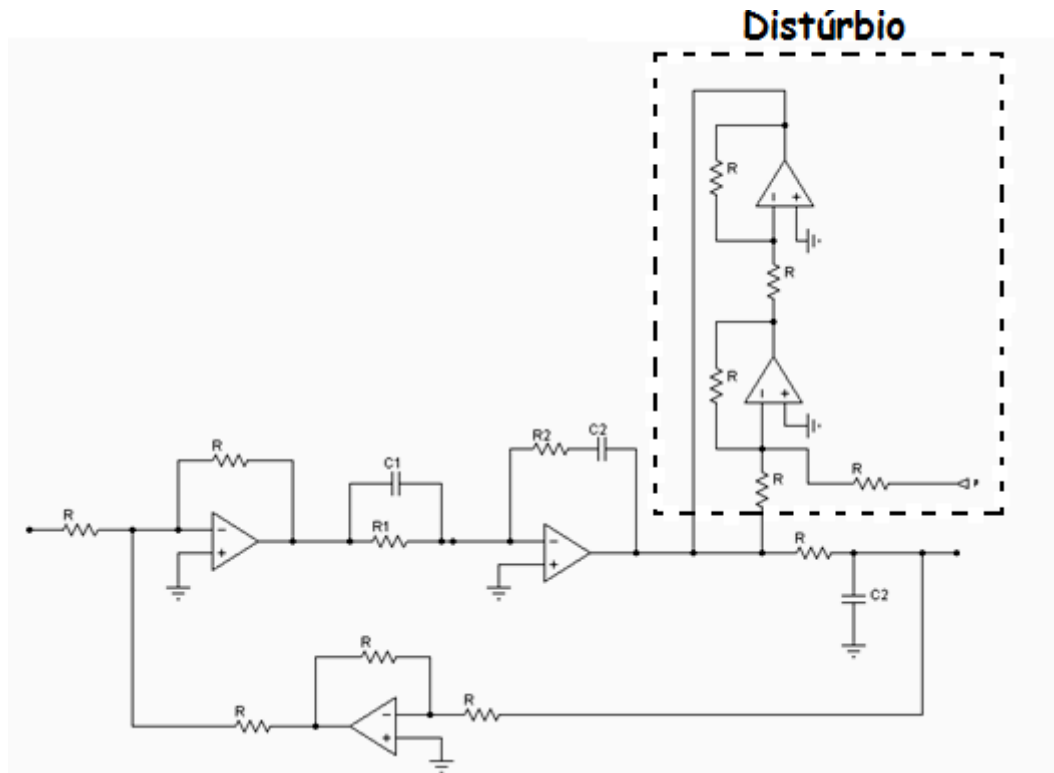


Figura 12: Montagem realizada em laboratório para estudo de sistemas sujeitos a distúrbios

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A realização de um experimento com esse direcionamento é extremamente importante, já que é muito difícil encontrar sistemas que não estejam sujeitos a nenhum tipo de agente externo. O sistema observado nessa prática é um circuito RC onde é realizada uma ação de controle PID (proporcional-integral-derivativo) além de uma realimentação negativa. A figura abaixo ilustra a situação através de um diagrama de blocos.

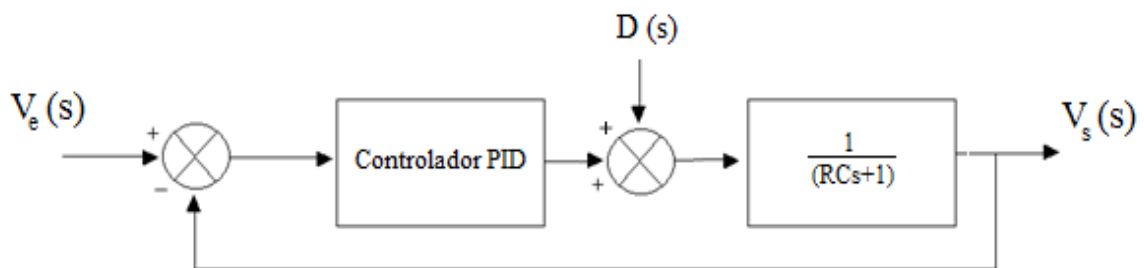


Figura 13: Esquemático do sistema com perturbação

Sabe-se que num sistema linear é possível observar cada entrada individualmente, ou seja, uma parcela da saída ocorrerá devido à entrada propriamente dita ($V_e(s)$) e outra parte devido ao distúrbio ($D(s)$) atuante no sistema. A montagem realizada em laboratório está ilustrada na figura abaixo:

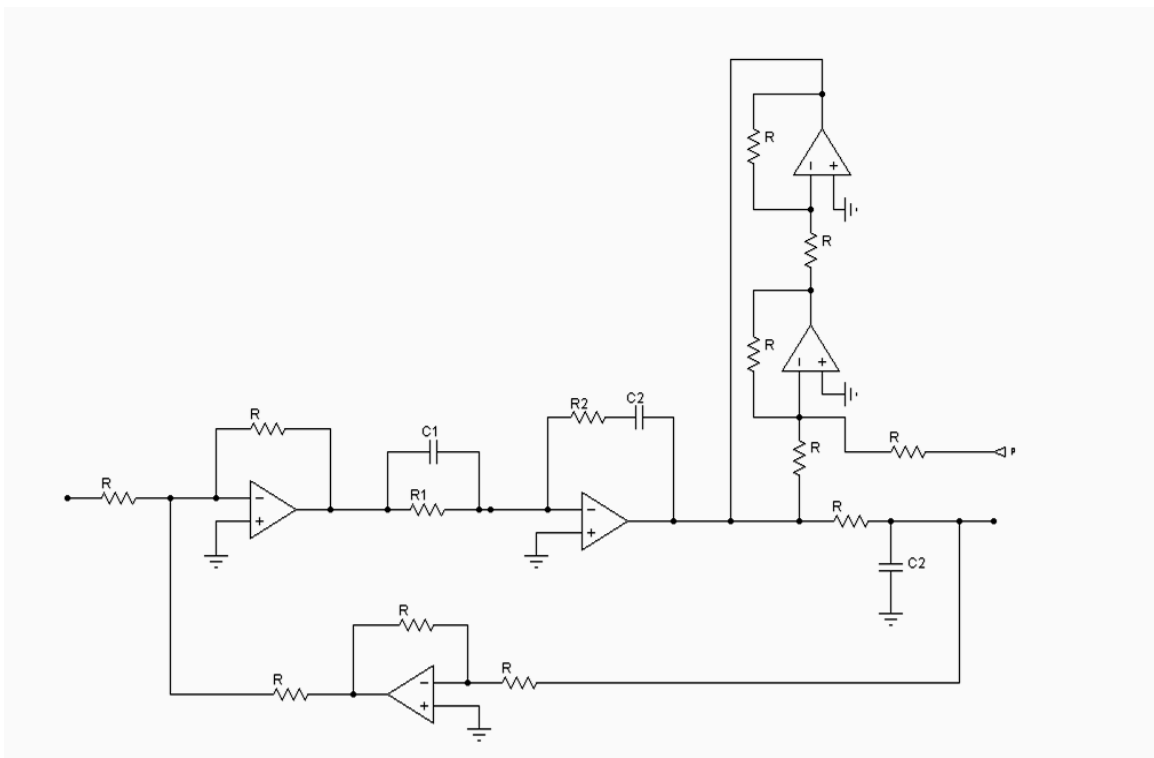


Figura 14: Montagem realizada em laboratório para estudo de sistemas sujeitos a distúrbios

O sinal de distúrbio será injetado através do ponto P mostrado na figura acima.

A resposta de um circuito RC puro é mostrada na figura a seguir numa simulação do MATLAB.

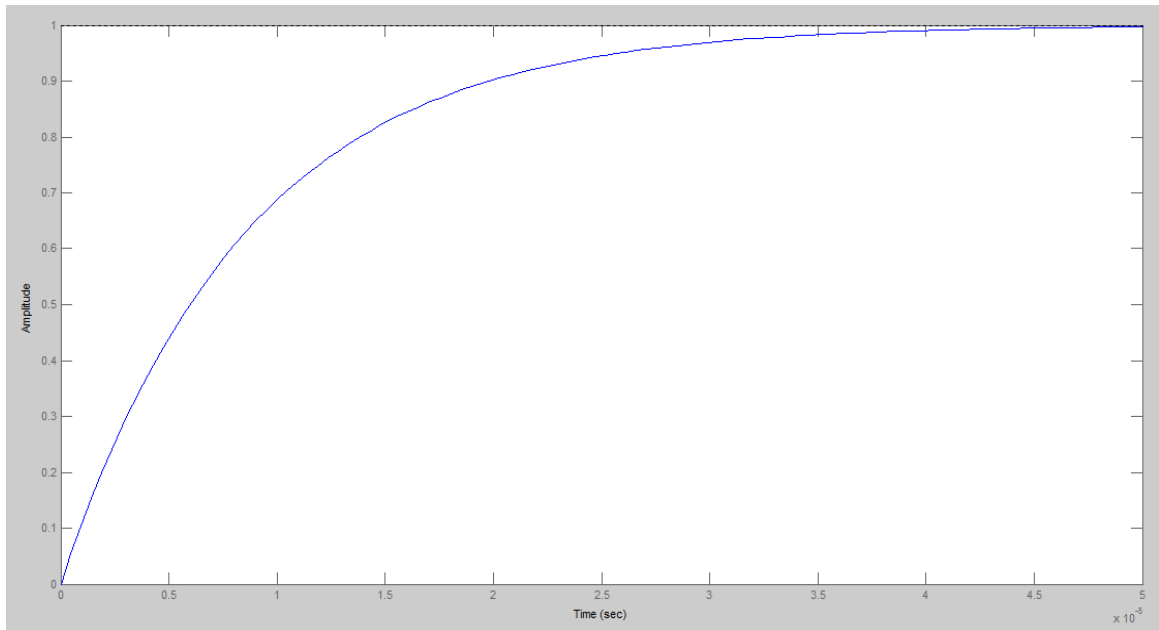


Figura 15: Resposta ao degrau de um circuito RC simulada no MATLAB

A resposta obtida no laboratório foi a seguinte:

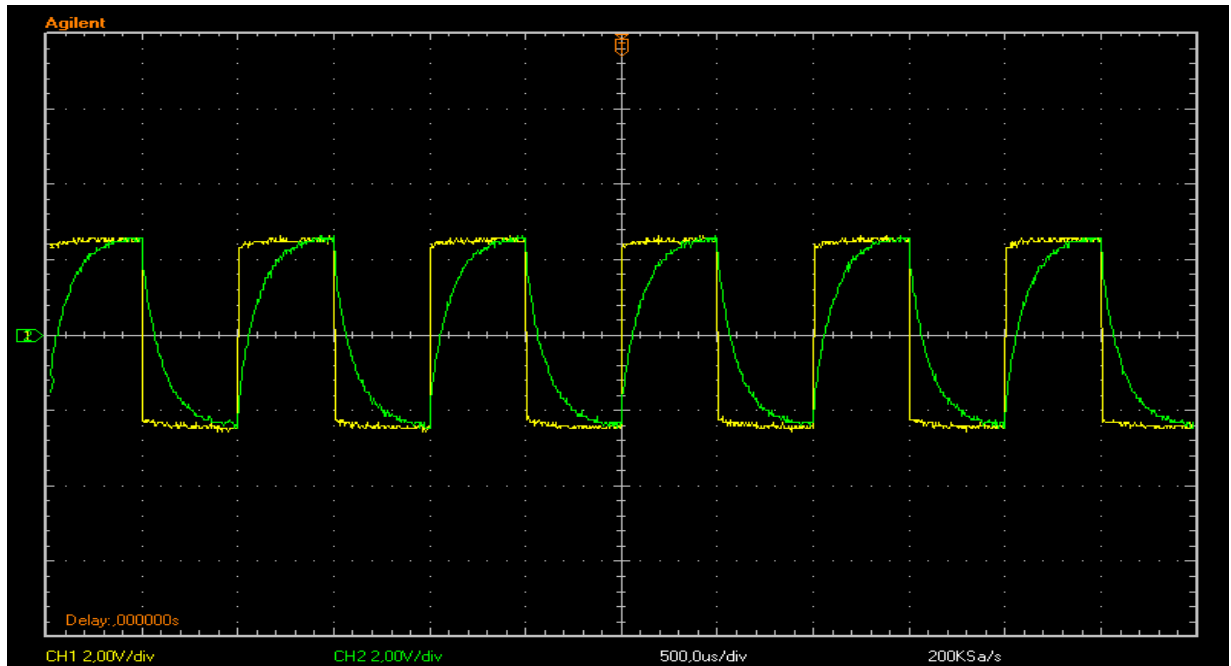


Figura 16: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) num circuito RC

Com a implementação mostrada anteriormente os valores do resistor R_2 foram mudados algumas vezes para obter diferentes sintonias do controlador PID e tentar observar qual delas era menos susceptível ao distúrbio. O primeiro valor utilizado para o resistor R_2 foi o seguinte:

$$R_2 = 2,3 \Omega$$

Para esse valor de resistência os parâmetros de sintonia do controlador PID são os seguintes:

$$K_p = 2,0023 \quad T_d = 5,06 \cdot 10^{-7} \quad T_i = 4545,45$$

Para esse valor de resistência, a função de transferência para o sinal de entrada é a seguinte:

$$\frac{V_s(s)}{V_e(s)} = \frac{4,048 \cdot 10^{-12} s^4 + 1,652 \cdot 10^{-5} s^3 + 2,039 \cdot s^2 + 4545s}{6,805 \cdot 10^{-11} s^4 + 3,252 \cdot 10^{-5} s^3 + 3,039 \cdot s^2 + 4545s}$$

O diagrama de Bode para essa função de transferência é o seguinte:

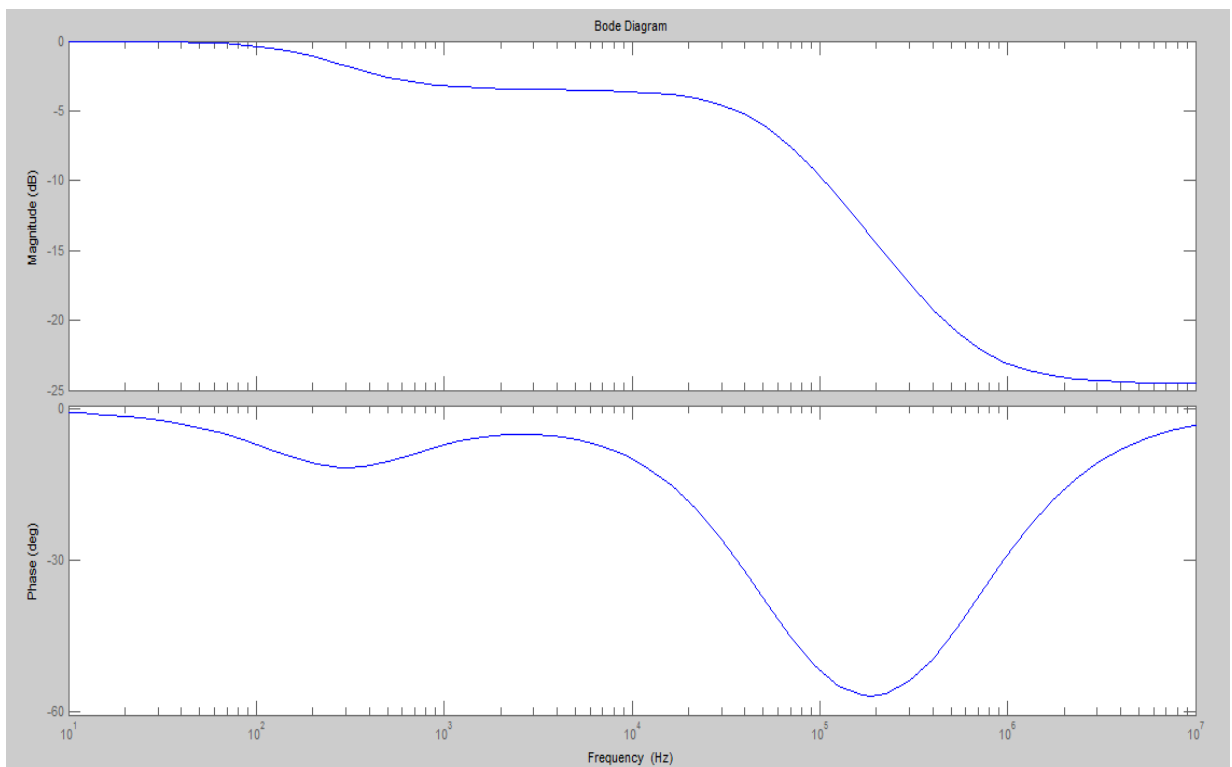


Figura 17: Diagrama de Bode que relaciona a saída ao sinal de entrada

Através da análise do diagrama pode-se perceber que as componentes de baixa frequência do espectro dos sinais aplicados terão um ganho de 0 dB, ou seja, elas manterão sua amplitude. Quando a frequência aumenta, as amplitudes vão sendo cada vez mais atenuadas, até que a partir de cerca de 1 MHz, todas as componentes de frequência mais altas terão um ganho de aproximadamente -25 dB. Como o sinal aplicado será um trem de pulsos quadrados espera-se que nos momentos de transição haja variações bruscas atenuadas na saída, já que as componentes de alta frequência do sinal são atenuadas e quando o sinal estabilizar espera-se que a saída também se estabilize. Agora o MATLAB é usado para simular a resposta do sistema durante um ciclo de transição brusca e estabilização do sinal através da resposta ao degrau unitário. A Figura abaixo mostra o resultado obtido.

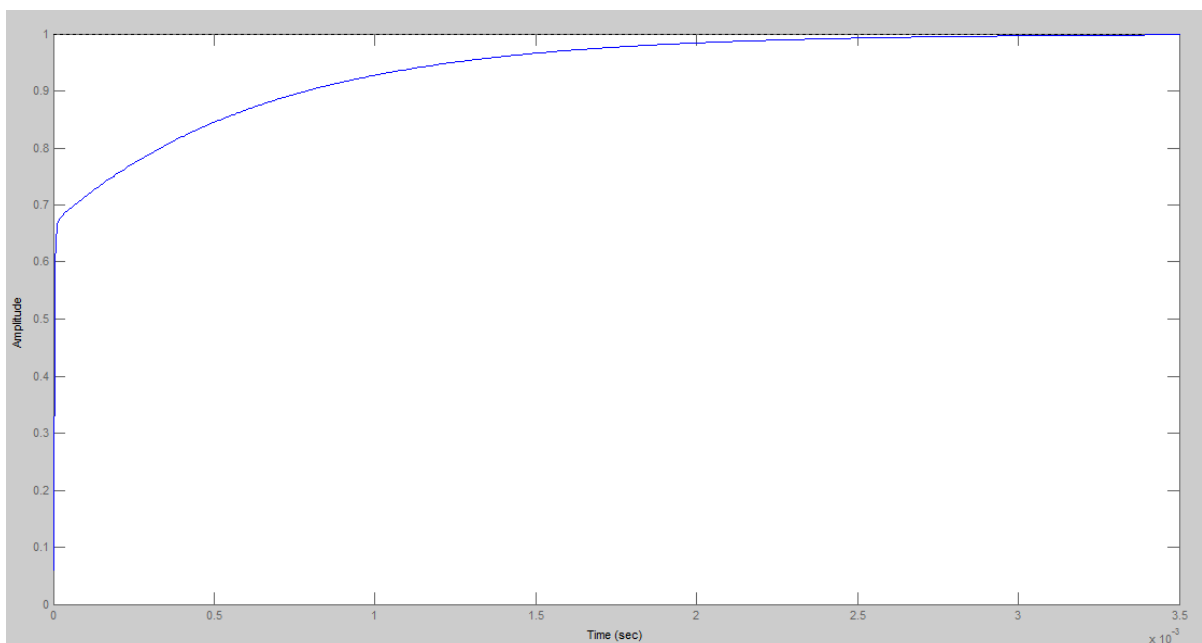


Figura 18: Resposta do sistema devido à entrada simulada no MATLAB

Note que, como previsto, no momento de transição há uma variação muito rápida na saída, no entanto, sua amplitude está limitada a aproximadamente 0,65 o que implica num ganho de aproximadamente -3,74 dB, logo isso demonstra que nos momentos de transição haverá componentes de sinal com frequências de cerca de 10 kHz com amplitudes consideráveis que são atenuadas pelo sistema. Agora parte-se para a análise da resposta do sistema devido ao distúrbio. Para o valor de resistência dado anteriormente também é possível obter uma função de transferência relativa ao distúrbio, a função de transferência é a seguinte:

$$\frac{V_D(s)}{D(s)} = \frac{8,6 \cdot 10^{-6} \cdot s^2 + s}{6,085 \cdot 10^{-11} s^3 + 3,252 \cdot 10^{-5} s^2 + 3,030 s + 4545}$$

O diagrama de Bode para essa função de transferência é o mostrada a seguir:

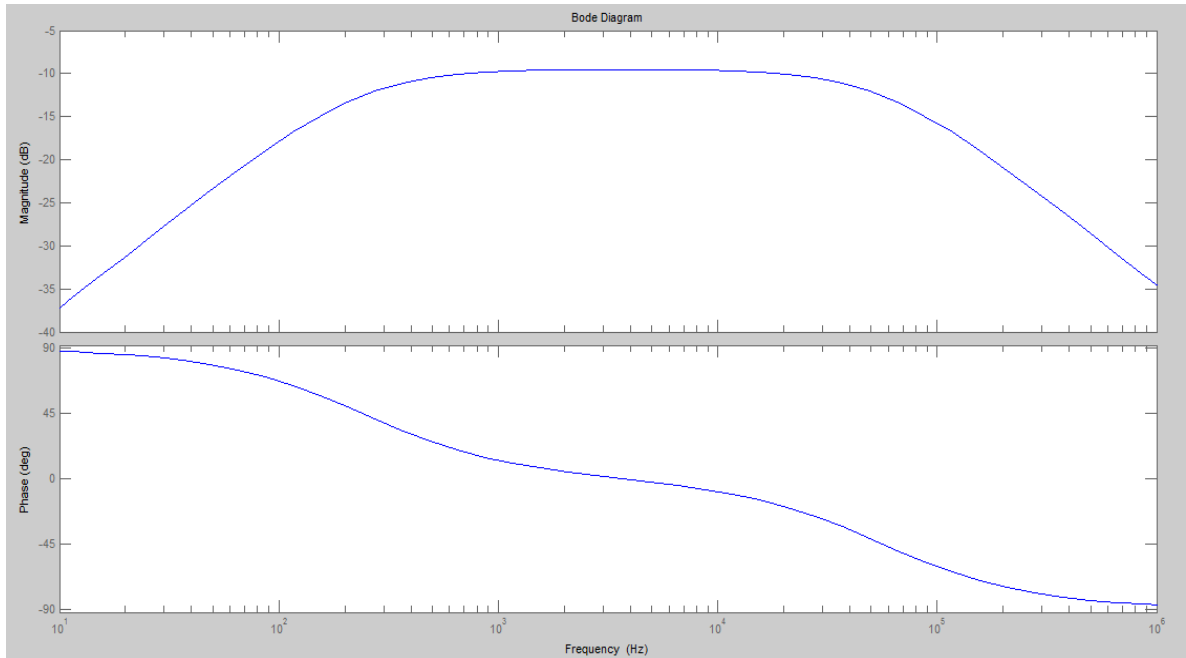


Figura 19: Diagrama de Bode que relaciona a saída ao sinal de distúrbio

Percebe-se que as componentes de baixa e de muito altas frequências terão uma pequena contribuição na saída já que suas amplitudes são bastante atenuadas, no entanto, as componentes de frequência na faixa de 1 kHz a 20 kHz terão um ganho praticamente contínuo de -10 dB, ou seja, elas apresentaram uma certa contribuição no sinal de saída. Simulando a resposta do sistema a um degrau como distúrbio e nenhum sinal na entrada a resposta obtida é a seguinte:

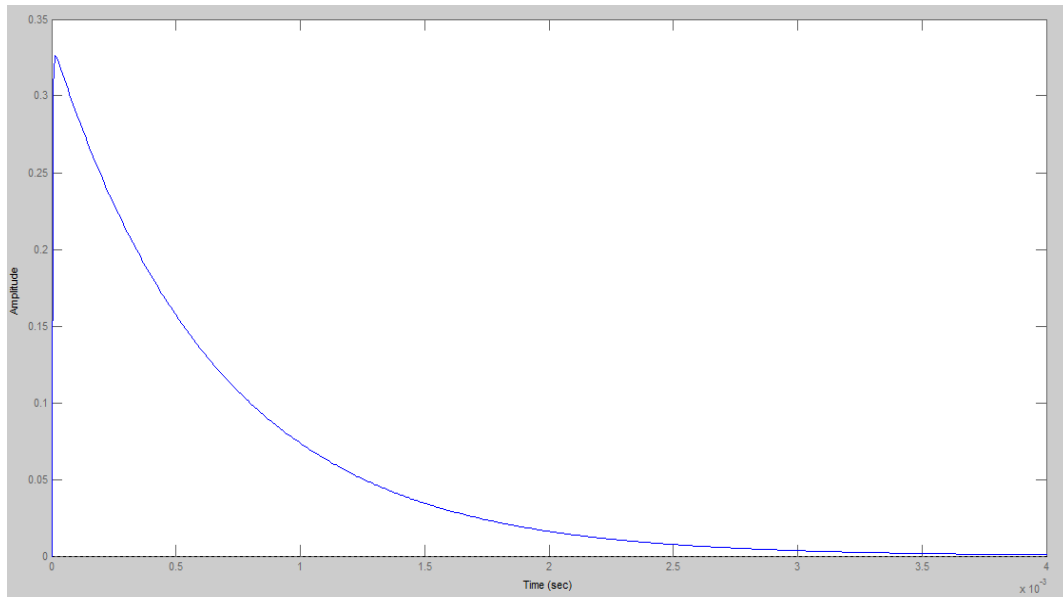


Figura 20: Resposta do sistema devido ao distúrbio simulada no MATLAB

Como foi visto no anteriormente o momento de transição do degrau apresenta componentes de frequência 10 kHz, como essa frequência está dentro da faixa de passagem para o distúrbio, têm-se na saída o sinal mostrado acima que no momento de transição apresenta amplitude de cerca de 0,33 , que é equivalente a um ganho de -9,63 dB e está condizente com o que foi previsto na análise do diagrama de Bode. A resposta total na saída do sistema será a soma das duas componentes, uma devido ao sinal de entrada propriamente dito e outra devido ao distúrbio. No laboratório os sinais injetados foram um trem de pulsos de frequência 2 kHz e um distúrbio também em forma de pulsos quadrados que é usado para ajuste das ponteiros do osciloscópio. As formas de onda observadas no osciloscópio foram as seguintes:

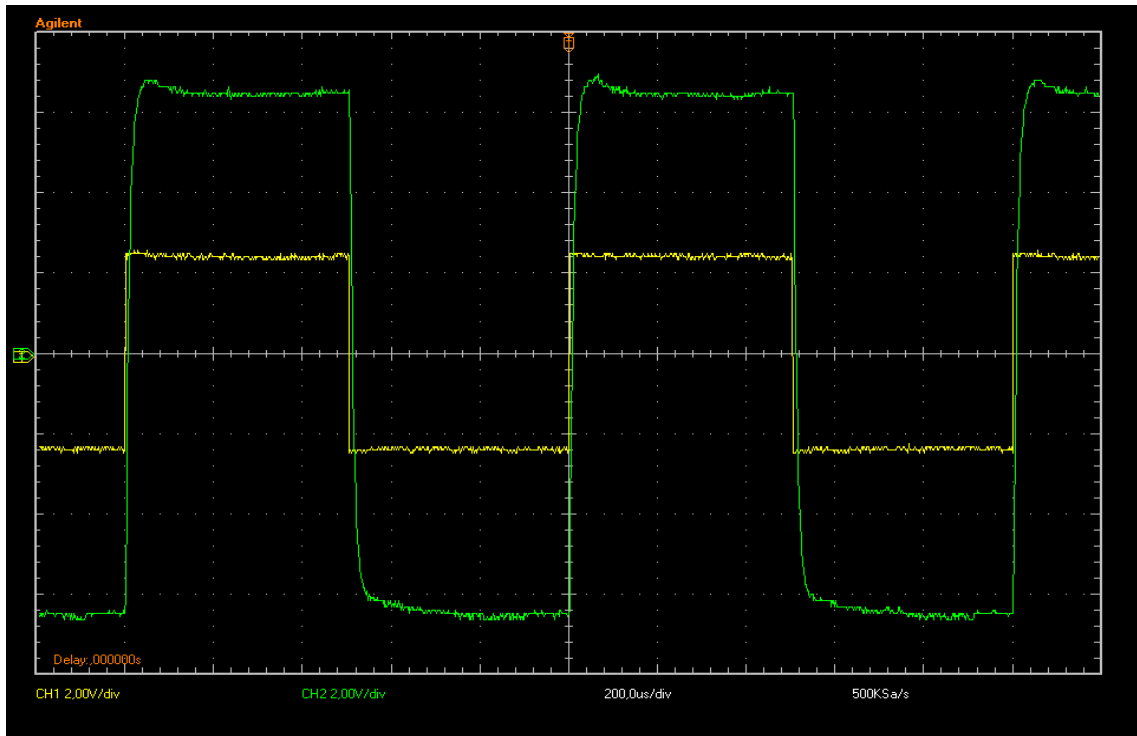


Figura 21: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) vistas no osciloscópio

Note que há um pequeno sobre-sinal na saída que é provocado pelo distúrbio injetado aplicado no sistema. Agora, muda-se a sintonia do controlador PID para verificar qual o novo comportamento do sistema. O novo valor de R_2 é:

$$R_2 = 5,12 \text{ k}\Omega$$

Para esse valor de resistência os parâmetros de sintonia do controlador PID são os seguintes:

$$K_p = 6,12 \quad T_d = 1,1264 \cdot 10^{-3} \quad T_i = 4545,45$$

Para esse valor de resistência, a função de transferência para o sinal de entrada é a seguinte:

$$\frac{V_s(s)}{V_e(s)} = \frac{9,011 \cdot 10^{-9} s^4 + 1,175 \cdot 10^{-3} s^3 + 6,156 \cdot s^2 + 4545s}{9,075 \cdot 10^{-9} s^4 + 1,191 \cdot 10^{-3} s^3 + 7,156 \cdot s^2 + 4545s}$$

O diagrama de Bode para essa função de transferência é o seguinte:

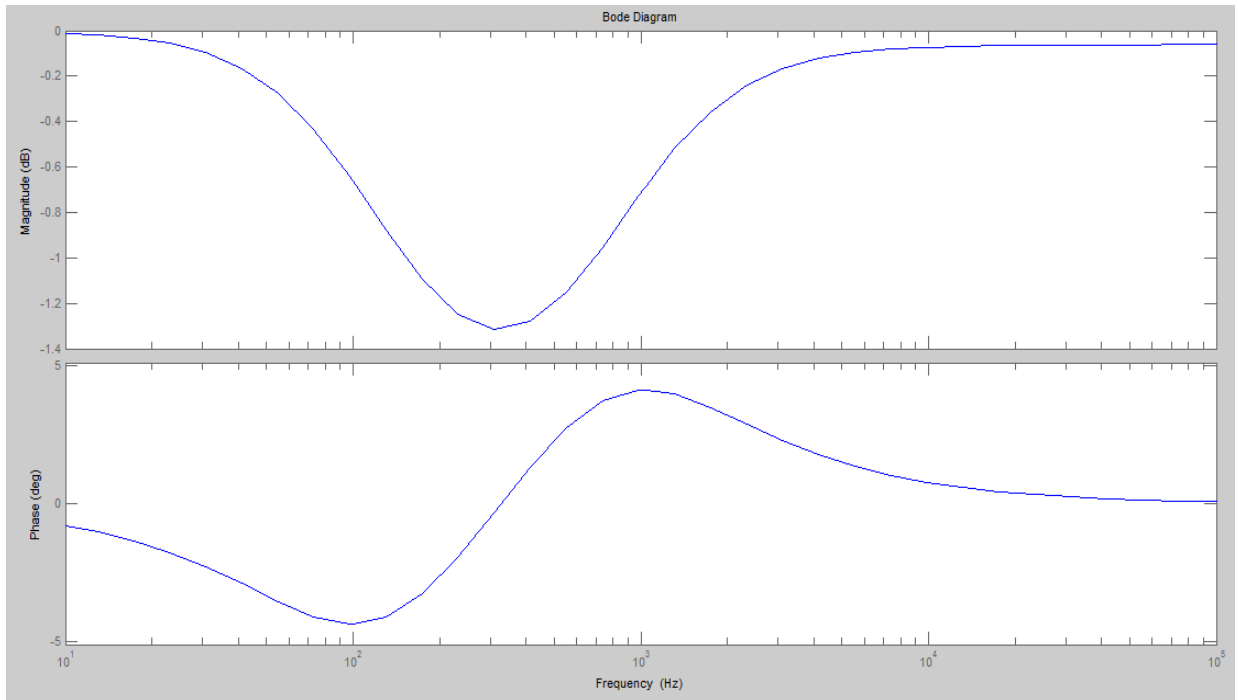


Figura 22: Diagrama de Bode que relaciona a saída ao sinal de entrada

As componentes de freqüência na faixa entre 70 Hz e 1,5 kHz terão uma leve atenuação, mas, no geral pode-se dizer que todas as componentes manterão suas amplitudes originais. A resposta simulada com o MATLAB para uma entrada em degrau unitário é a seguinte:

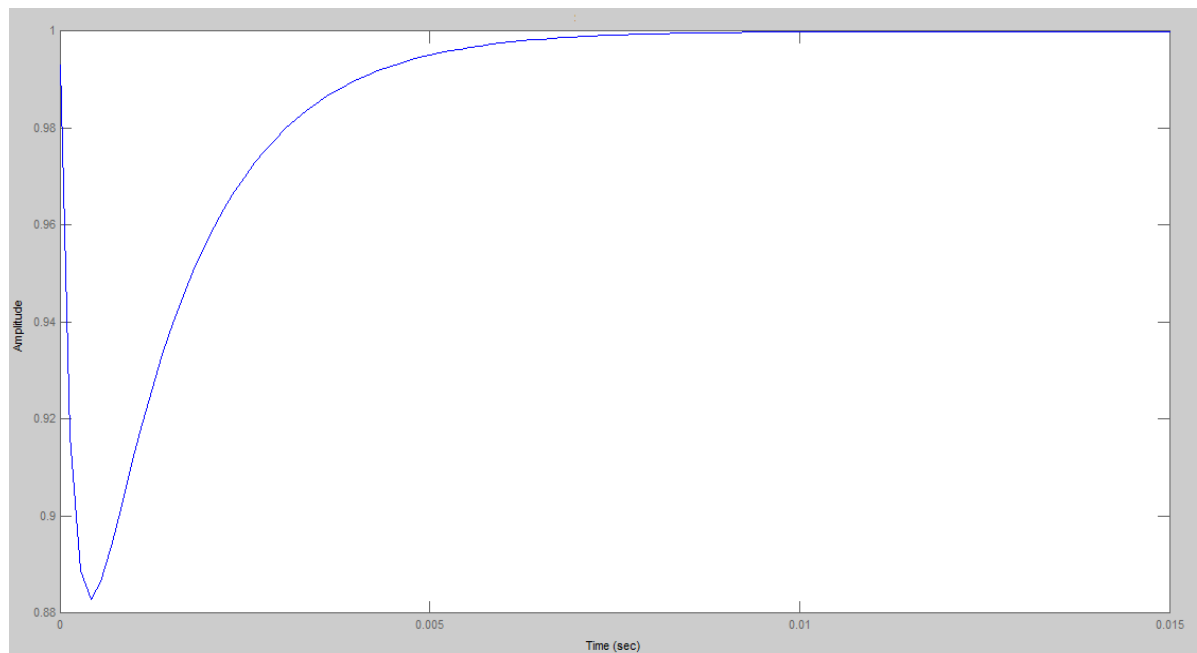


Figura 23: Resposta do sistema devido à entrada simulada no MATLAB

Pode-se notar perfeitamente o efeito da atenuação branda de determinadas componentes freqüências que só estão presentes substancialmente no momento da transição do sinal da entrada. Agora, parte-se para a análise da resposta do sistema devido ao distúrbio. A função de transferência que relaciona a entrada no ponto de distúrbio com o sinal de saída é a seguinte:

$$\frac{V_D(s)}{D(s)} = \frac{8,6 \cdot 10^{-6} \cdot s^2 + s}{9,075 \cdot 10^{-9} s^3 + 1,191 \cdot 10^{-3} s^2 + 7,156 s + 4545}$$

O diagrama de Bode para essa função de transferência é o mostrada a seguir:

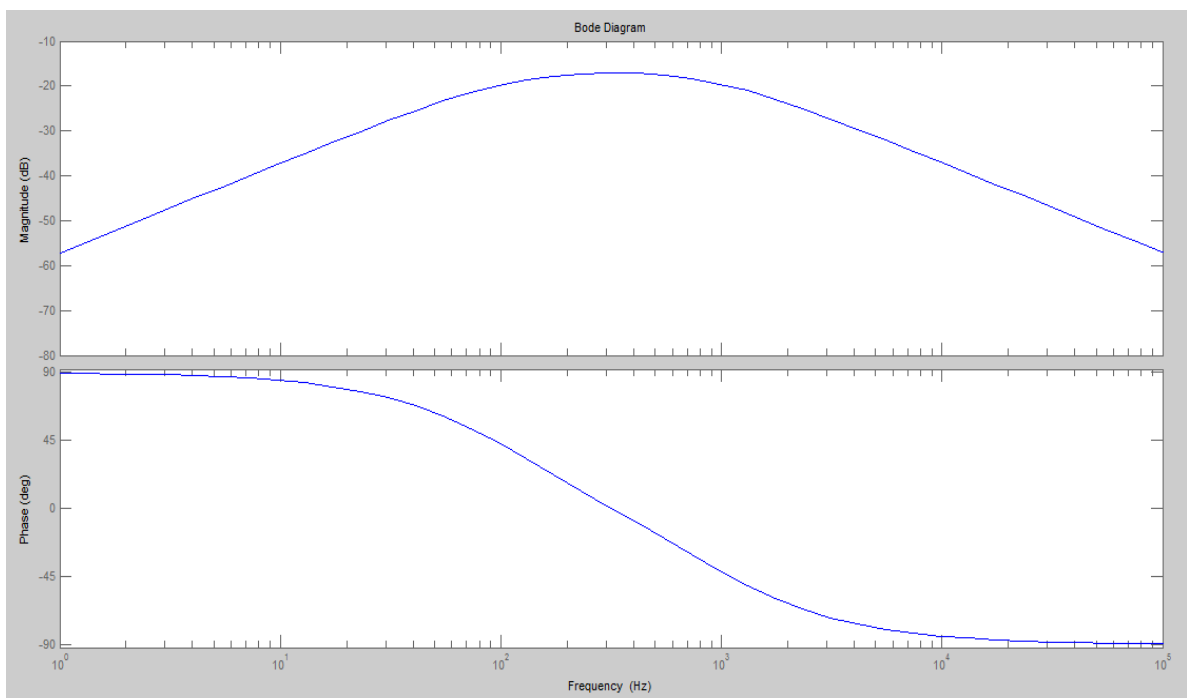


Figura 24: Diagrama de Bode que relaciona a saída ao sinal de distúrbio

Todas as componentes do sinal de distúrbio serão atenuadas, porém, na faixa de freqüência que vai de 90 Hz até 1 kHz, essa atenuação será mais branda e provavelmente será possível observar um sinal de saída devido a tal distúrbio. Aplicando um degrau unitário no ponto de entrada do distúrbio a resposta simulada com o MATLAB é a seguinte:

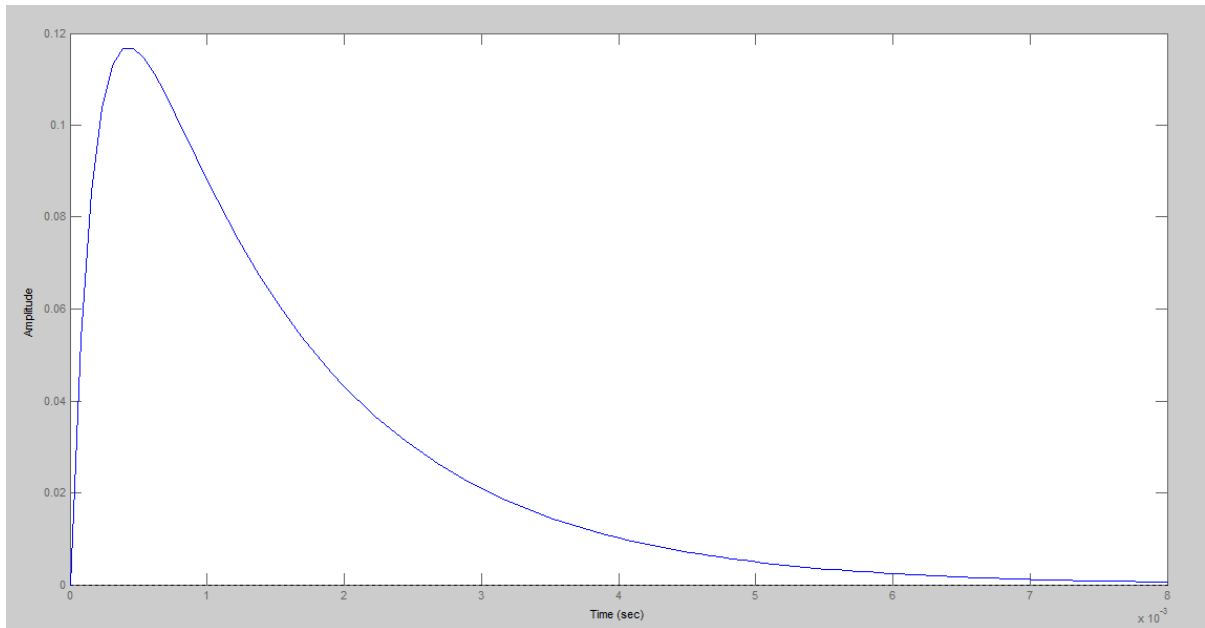


Figura 25 - Resposta do sistema devido ao distúrbio simulada no MATLAB

Percebe-se claramente o que foi dito anteriormente, no momento de transição, que é onde as componentes de frequências mais altas estão presentes, existe um pequeno sinal de saída devido às componentes de frequências que são menos atenuadas pelo sistema (faixa de frequências determinada através do diagrama de Bode).

Se tanto o sinal de entrada quanto o distúrbio forem aplicados ao mesmo tempo a saída será a soma de duas componentes devido a cada entrada individualmente. Note que no caso atual o sinal devido ao distúrbio somado ao da entrada tornará a atenuação das componentes do sinal de entrada imperceptível, isso pode ser percebido claramente olhando as figuras 10 e 12, e sobrepondo-as. Com a implementação em laboratório conseguiu-se observar as seguintes formas de onda:

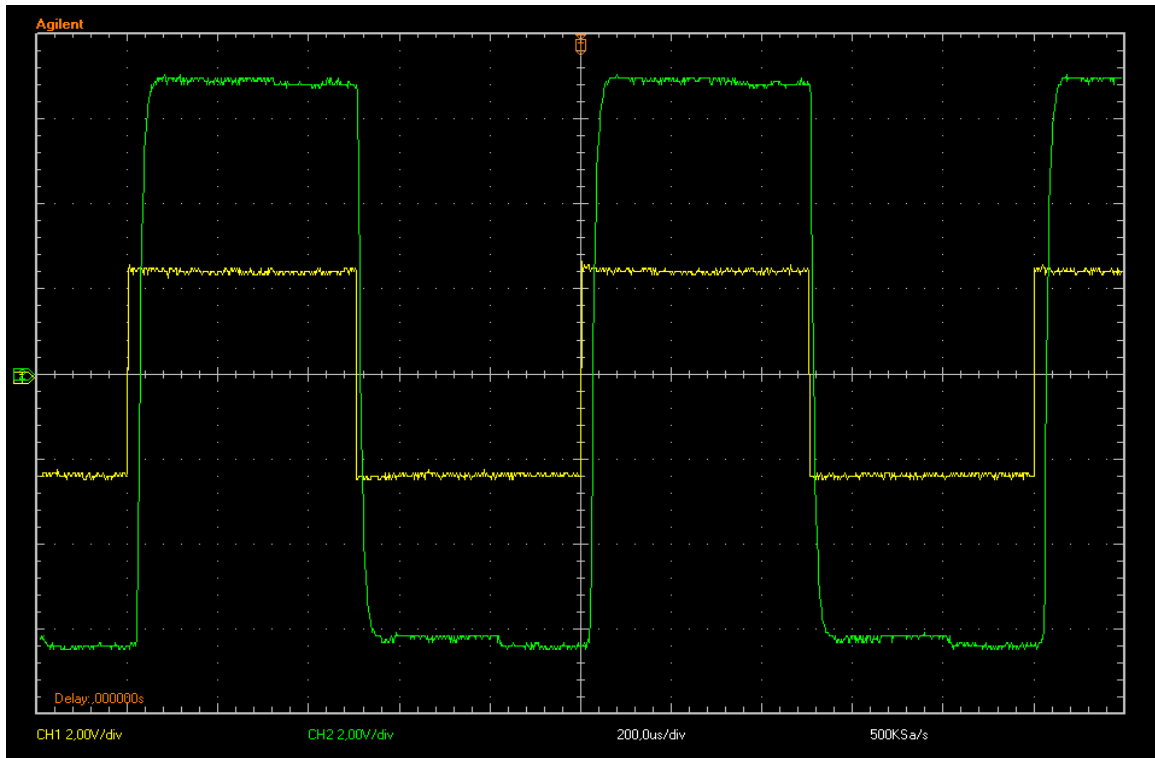


Figura 26: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) vistas no osciloscópio

Perceba que não se vê o decrescimento no sinal de saída no momento de transição devido à soma do mesmo com o sinal de saída causado pelo distúrbio introduzido no sistema. A partir de agora, parte-se para uma nova sintonia de controlador com um resistor R_2 com o seguinte valor:

$$R_2 = 10 \text{ k}\Omega$$

Para esse valor de resistência os parâmetros de sintonia do controlador PID são os seguintes:

$$K_p = 11$$

$$T_d = 2,2 \cdot 10^{-3}$$

$$T_i = 4545,45$$

Para esse valor de resistência, a função de transferência para o sinal de entrada é a seguinte:

$$\frac{V_s(s)}{V_e(s)} = \frac{1,76 \cdot 10^{-8} s^4 + 2,288 \cdot 10^{-3} s^3 + 11,04 \cdot s^2 + 4545s}{1,766 \cdot 10^{-8} s^4 + 2,304 \cdot 10^{-3} s^3 + 12,04 \cdot s^2 + 4545s}$$

O diagrama de Bode para essa função de transferência é o seguinte:

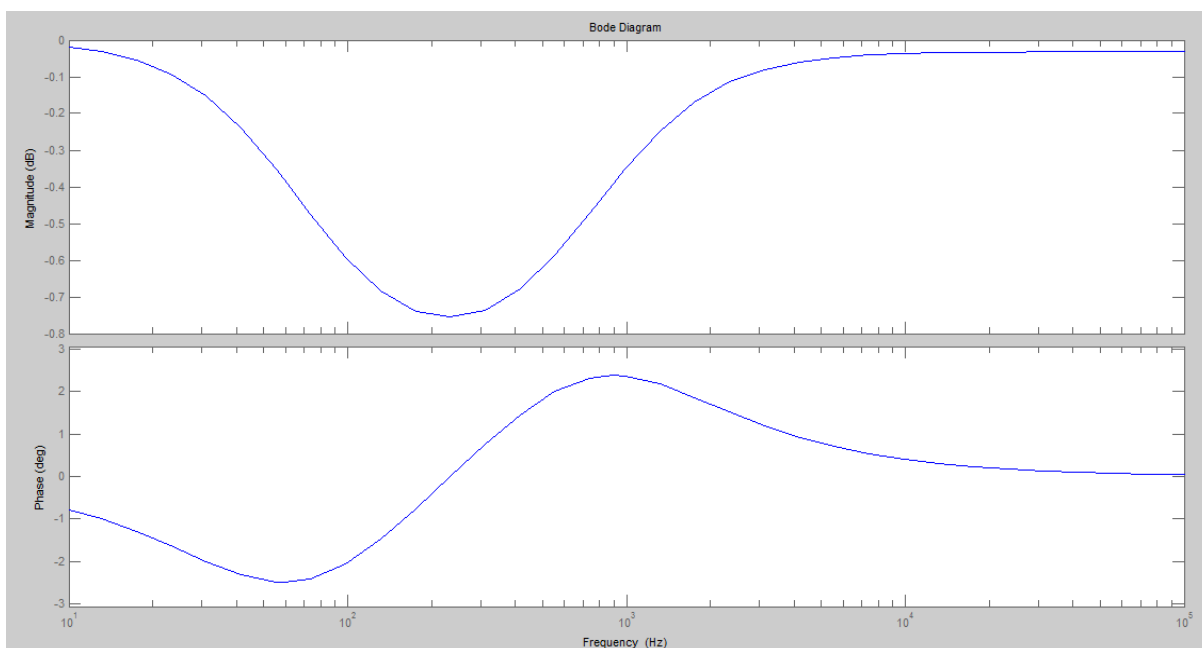


Figura 27: Diagrama de Bode que relaciona a saída ao sinal de entrada

Nesse caso será observada uma atenuação muito pequena das componentes de freqüência entre 40 Hz e 1,5 kHz, como para uma entrada em pulsos ou degrau só haverá componentes de freqüências mais altas nos momentos de transição espera-se que essa atenuação aconteça sempre nos momento de transição brusca do sinal. A simulação feita com o MATLAB para uma entrada em degrau é mostrada abaixo:

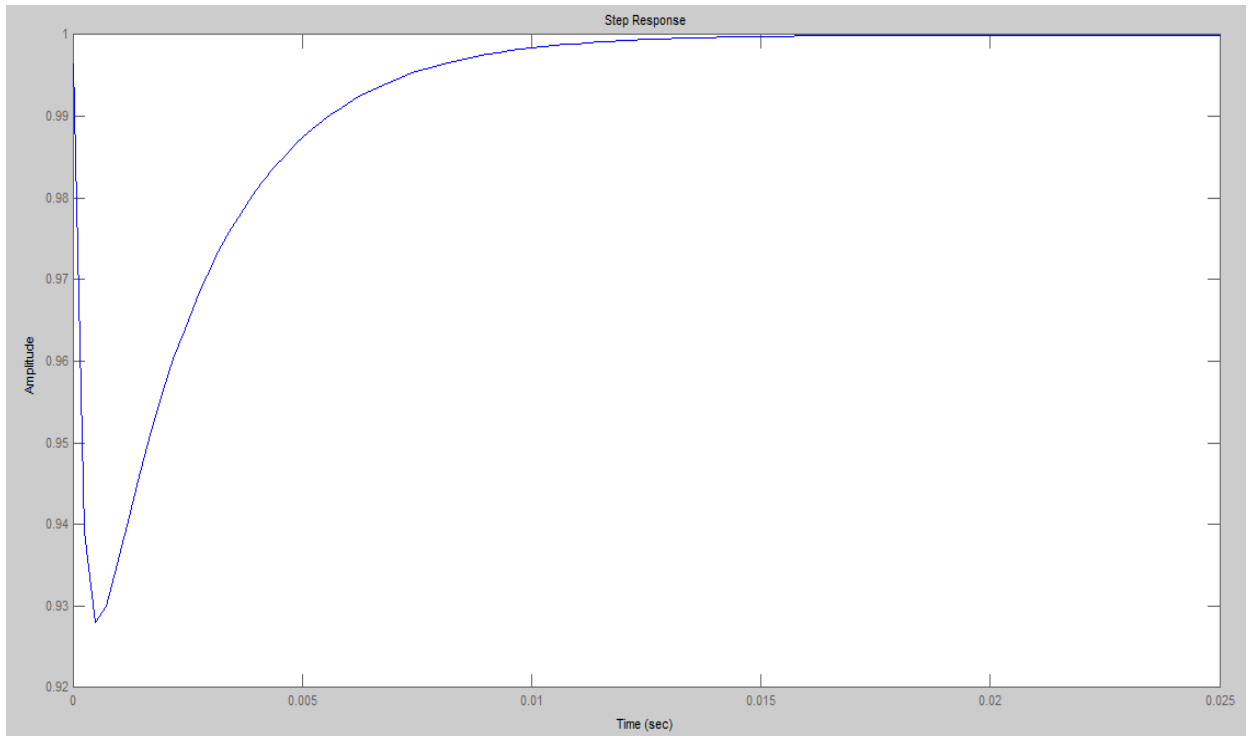


Figura 28: Resposta do sistema devido à entrada simulada no MATLAB

Como esperado, no momento de transição o sinal tem amplitude um pouco menor que a do valor final, mas à medida que o tempo passa as componentes de frequência responsáveis pela atenuação desaparecem e o sinal de saída segue a entrada. Agora analisa-se o comportamento da saída com relação ao distúrbio injetado no sistema, A função de transferência que relaciona a entrada de distúrbio com a saída é a seguinte:

$$\frac{V_D(s)}{D(s)} = \frac{8,6 \cdot 10^{-6} \cdot s^2 + s}{1,766 \cdot 10^{-8} s^3 + 2,304 \cdot 10^{-3} s^2 + 12,04s + 4545}$$

O diagrama de Bode para essa função de transferência é o mostrada a seguir:

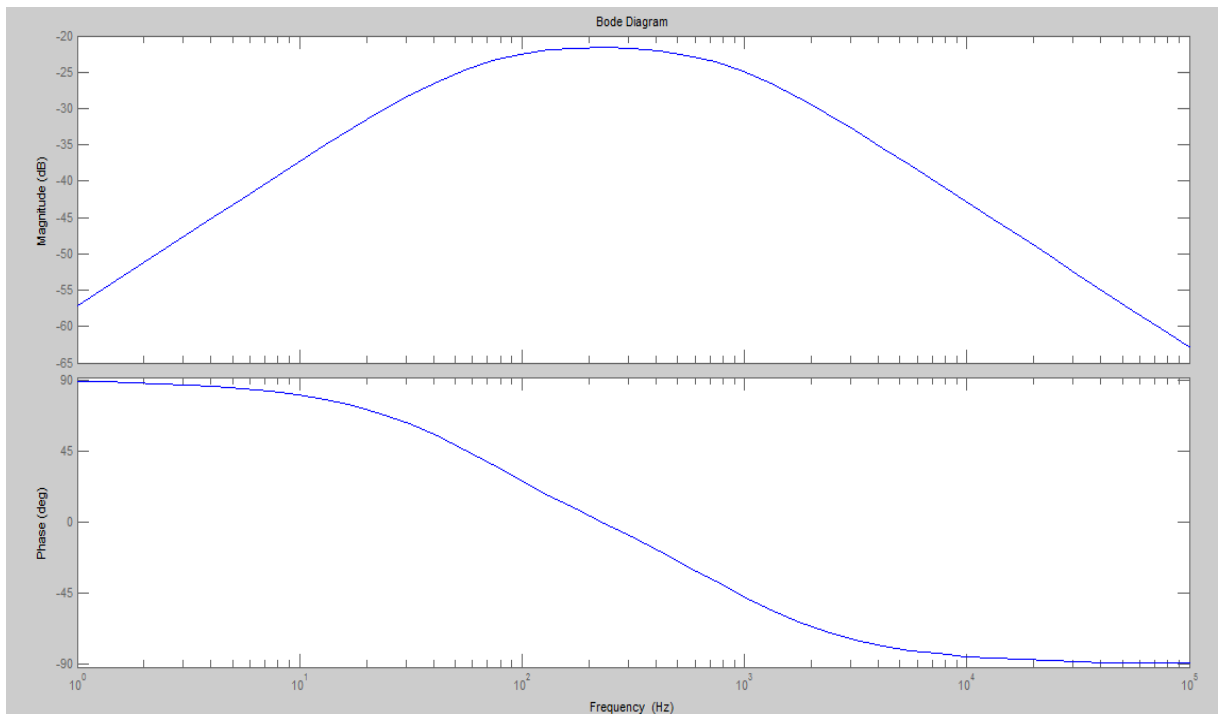


Figura 29: Diagrama de Bode que relaciona a saída ao sinal de distúrbio

A análise do diagrama mostra que todas as componentes de frequência do sinal de distúrbio serão atenuadas, porém, na faixa de 50 Hz a 1 kHz espera-se ver entre 5% e 10% da amplitude do sinal de entrada na saída, como essas frequências só ocorrerão no momento de transição espera-se que a saída só seja afetada pelo distúrbio se o mesmo tiver frequência fixa dentro da faixa citada anteriormente ou se apresentar muitas variações ao longo do tempo. Para uma simulação com sinal de distúrbio sendo um degrau unitário espera-se que haja resposta apenas no momento de transição. A figura abaixo mostra a simulação feita com o MATLAB.

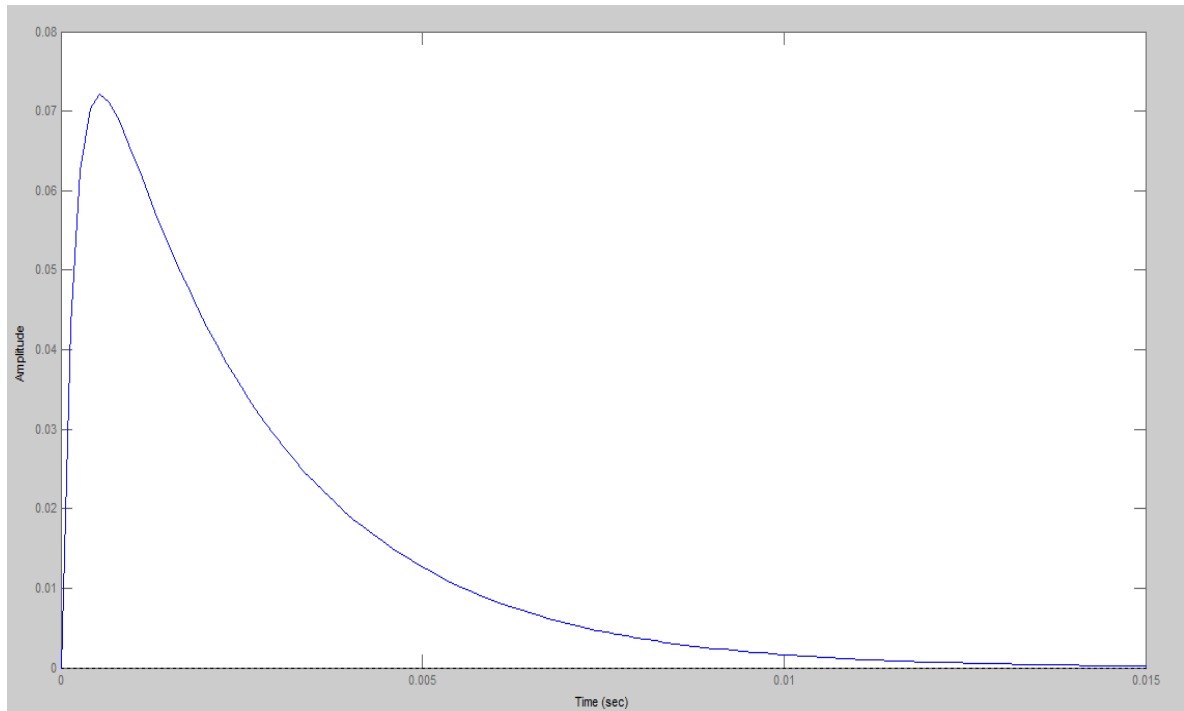


Figura 30: Resposta do sistema devido ao distúrbio simulada no MATLAB

A resposta observada acima é condizente com as previsões feitas. Com essa sintonia do controlador PID ($R_2 = 10 \text{ k}\Omega$) ocorreu o mesmo que na sintonia anterior ($R_2 = 5,12 \text{ k}\Omega$), ou seja, a soma dos sinais devido à entrada e ao distúrbio impossibilitarão a visualização da atenuação de componentes da entrada propriamente dita. O resultado visto no osciloscópio durante a montagem foi o seguinte:

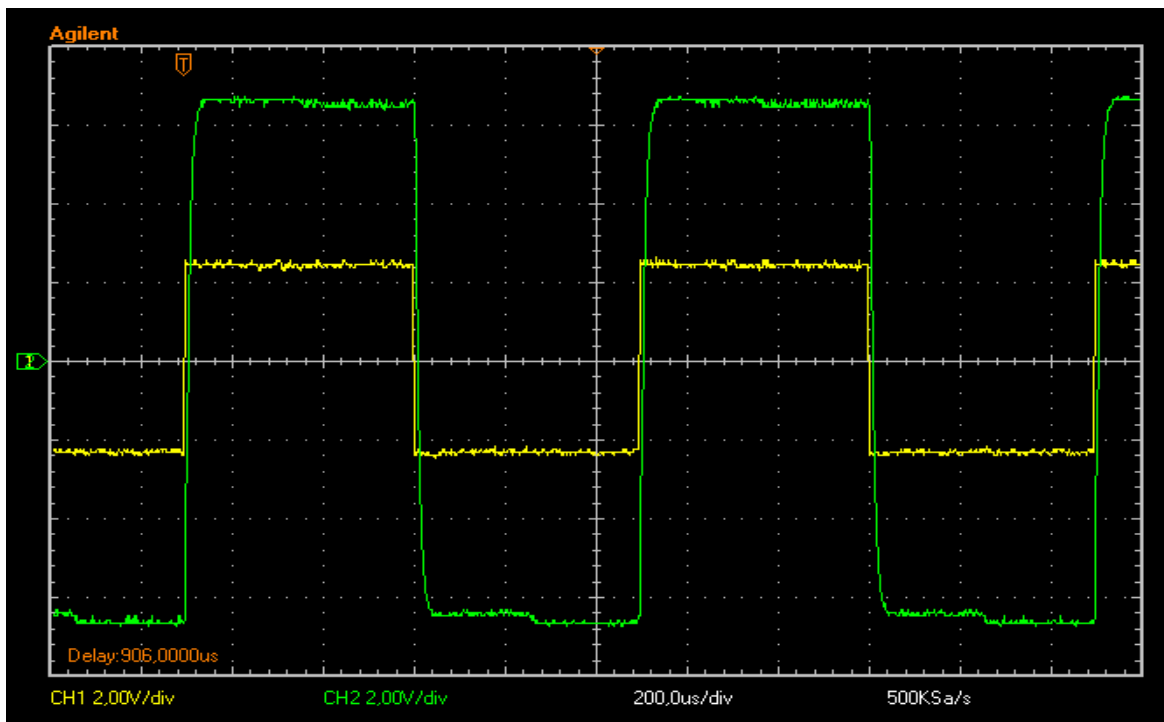


Figura 31: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) vistas no osciloscópio

Note que realmente não se vê o decréscimo no sinal de saída no momento de transição devido à soma do mesmo com o sinal de saída causado pelo distúrbio introduzido no sistema.

Com os resultados obtidos anteriormente percebe-se que a sintonia do controlador teve um grande efeito no comportamento da resposta do sistema tanto em relação à entrada quanto em relação ao distúrbio. Viu-se que as mudanças de sintonia fizeram com que cada vez mais a amplitude da saída produzida pelo distúrbio na forma de degrau fosse diminuindo, isso mostra que se for possível prever os tipos de distúrbios que aparecerão em determinado sistema, será possível sintonizar o controlador de forma a minimizar a ação desse sinal indesejado, prejudicando de forma mínima o desempenho do sistema.

CÓDIGO MATLAB

Para R2= 2,3 ohms

```
>> s=tf('s')
```

Transfer function:

s

```
>> RC=1/(8.6e-6*s+1)
```

Transfer function:

1

8.6e-006 s + 1

```
>> PID=(1.0023)+(5.06e-7*s)+(2.2e-4/s)
```

Transfer function:

5.06e-007 s^2 + 1.002 s + 0.00022

s

```
>> C=RC/(1+PID*RC)
```

Transfer function:

8.6e-006 s^2 + s

7.831e-011 s^3 + 2.633e-005 s^2 + 2.002 s + 0.00022

```
>> C=RC/(1+PID*RC)*(PID*1/s+1/s)
```

Transfer function:

4.352e-012 s^5 + 1.773e-005 s^4 + 2.002 s^3 + 0.00022 s^2

7.831e-011 s^6 + 2.633e-005 s^5 + 2.002 s^4 + 0.00022 s^3

```
>> impulse(C)
```

Para R2= 5,12 K

```
>> s=tf('s')
```

Transfer function:

s

```
>> RC=1/(8.6e-6*s+1)
```

Transfer function:

1

8.6e-006 s + 1

```
>> PID=(6.12)+(1.1264e-3*s)+(2.2e-4/s)
```

Transfer function:
0.001126 s² + 6.12 s + 0.00022

s

>> C=RC/(1+PID*RC)*(PID*1/s+1/s)

Transfer function:
9.687e-009 s⁵ + 0.001188 s⁴ + 7.12 s³ + 0.00022 s²

9.761e-009 s⁶ + 0.001196 s⁵ + 7.12 s⁴ + 0.00022 s³

>> impulse(C)

Para R2= 10k

>> s=tf('s')

Transfer function:
s

>> RC=1/(8.6e-6*s+1)

Transfer function:
1

8.6e-006 s + 1

>> PID=(11)+(2.2e-3*s)+(2.2e-4/s)

Transfer function:
0.0022 s² + 11 s + 0.00022

s

>> C=RC/(1+PID*RC)*(PID*1/s+1/s)

Transfer function:
1.892e-008 s⁵ + 0.002303 s⁴ + 12 s³ + 0.00022 s²

1.899e-008 s⁶ + 0.002312 s⁵ + 12 s⁴ + 0.00022 s³

>> impulse(C)

CONCLUSÃO

A realização de um experimento com esse direcionamento é extremamente importante, já que é muito difícil encontrar sistemas que não estejam sujeitos a nenhum tipo de agente externo.

Através da análise do diagrama de Bode para os circuitos em estudados pode-se perceber que as componentes de baixa frequência do espectro dos sinais aplicados manterão sua amplitude. Quando a frequência aumenta, as amplitudes vão sendo cada vez mais atenuadas. Assim, no momento de transição há uma variação muito rápida na saída.

Com os resultados obtidos percebeu-se que a sintonia do controlador teve um grande efeito no comportamento da resposta do sistema tanto em relação à entrada quanto em relação ao distúrbio. Viu-se também que as mudanças de sintonia fizeram com que cada vez mais a amplitude da saída produzida pelo distúrbio na forma de degrau fosse diminuindo. Isso mostra que se for possível prever os tipos de distúrbios que aparecerão em determinado sistema, será possível sintonizar o controlador de forma a minimizar a ação desse sinal indesejado, prejudicando de forma mínima o desempenho do sistema.

REFERÊNCIAS

- [1] LATHI, B. P. **Sinais e Sistemas Lineares**. 2.ed. Porto Alegre: Bookman, 2007.
- [2] NISE, Norman S. **Engenharia de Sistemas de Controle**. 5.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
- [3] OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de Controle Moderno**. 4.ed. São Paulo: Prentice Hall, 2004.