



UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
COLEGIADO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

LABORATÓRIO DE CONTROLE I

Experimento 6:

SINTONIA DE CONTROLADOR PID

COLEGIADO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

DISCENTES: Lucas Pires Barbosa

Quelle Gomes dos Santos

Rafael Pereira Lima

Vital Pereira Batista Júnior

PROFESSOR: Eduard Montgomery

JUAZEIRO-BA

2010

OBJETIVO

Entender os métodos de sintonia de Ziegler-Nichols para controladores PID.

INTRODUÇÃO

A figura 1 mostra um controle de PID de uma planta. Se um modelo matemático da planta pode ser obtido, então é possível aplicar várias técnicas de projeto na determinação dos parâmetros do controlador que vão impor especificações do regime transitório e do regime permanente do sistema de malha fechada. Porém, se a planta é tão complicada que seu modelo matemático não pode ser obtido facilmente, então uma aproximação analítica para o desígnio de um controlador de PID não é possível. Então nós temos que recorrer aproximações experimentais para a afinação de controladores de PID.

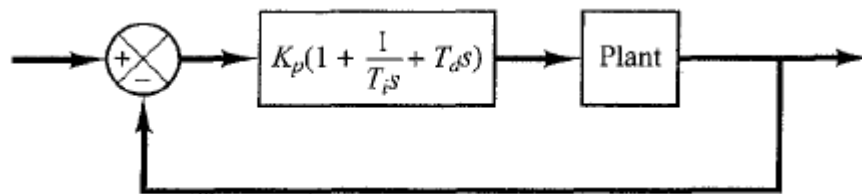


Figura 1: Controle PID de uma planta

O processo de selecionar os parâmetros de controlador que garantam uma dada especificação de desempenho é conhecido como sintonia do controlador. Ziegler e Nichols sugeriram regras para sintonia de controladores PID (pretendendo ajustar os valores de K_p , T_i e T_d) baseadas na resposta experimental ao degrau ou baseado no valor de K_p que resulta em estabilidade marginal, quando só uma ação proporcional de controle é usada. As regras de Ziegler-Nichols, as quais são brevemente apresentadas a seguir, são úteis quando os modelos matemáticos das plantas são desconhecidos. (Estas regras podem, é claro, ser aplicadas ao projeto de sistemas com modelos matemáticos conhecidos.) Tais regras sugerem um conjunto de valores de K_p , T_i e T_d que dará uma operação estável do sistema. Porém, o sistema resultante pode exibir um máximo sobre-sinal grande devido à resposta do degrau, o que é inaceitável. Em tal um caso nós precisamos de série de sintonias finais até que um resultado aceitável seja obtido. Na realidade, as regras de sintonia de Ziegler-Nichols fornecem estimativas dos valores dos parâmetros e proporcionam um ponto de partida na sintonia fina, e não os valores definitivos de K_p , T_i e T_d logo na primeira tentativa.

Ziegler e Nichols propuseram regras para determinar os valores do ganho proporcional K_p , do tempo integral T_i e do tempo derivado T_d , baseado nas características de resposta temporal de uma determinada planta. Tal determinação dos parâmetros de controladores de PID ou sintonia para controladores PID pode ser feita por engenheiros de campo através de experiências na planta. (Numerosas regras de sintonia para controladores PID vêm sendo propostas desde a proposta de Ziegler e Nichols. Elas estão disponíveis na literatura e dos fabricantes de tais controladores.)

Há dois métodos chamados regras de sintonia de Ziegler-Nichols: o primeiro método e o segundo método.

- **Primeiro método**

O primeiro método obtém experimentalmente a resposta da planta a uma entrada em degrau unitário, como mostrado na figura 2. Se a planta não possui integradores nem pólos complexos conjugados dominantes, então essa curva de resposta ao degrau unitário pode ter o aspecto de um S, como mostrado na figura 3. Esse método se aplica a curva de resposta ao degrau de entrada tiver a forma de um S. Essa curva de resposta ao degrau pode ser gerada experimentalmente ou a partir de uma simulação dinâmica da planta.

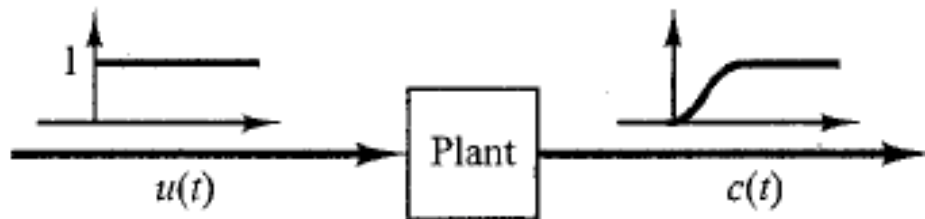


Figura 2: Resposta ao degrau unitário de uma planta

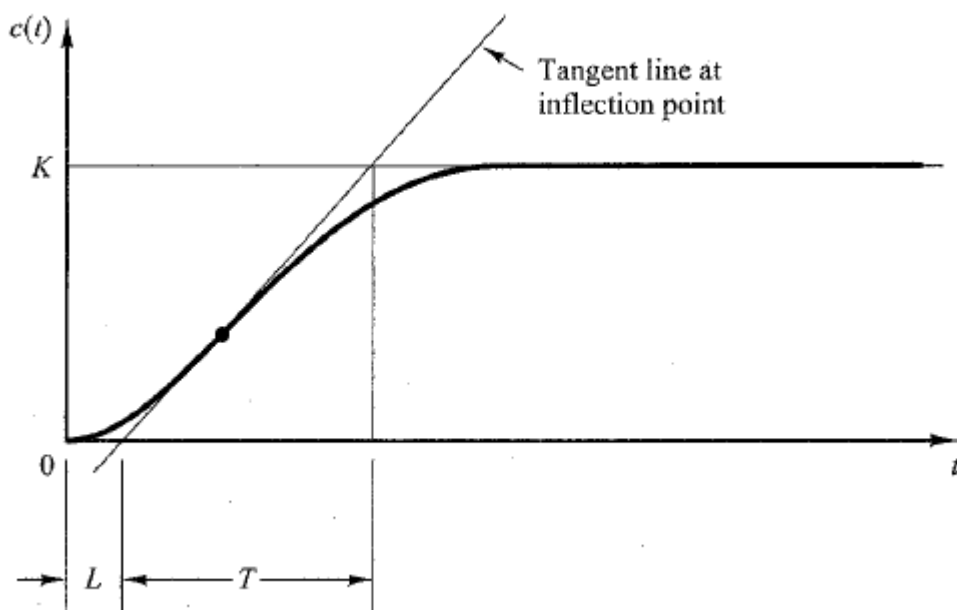


Figura 3: Curva de resposta em forma de S

A curva com formato em S pode ser caracterizada através de duas constantes, o atraso L e a constante tempo T . O atraso e a constante de tempo são determinados desenhando-se uma linha tangente no ponto de inflexão da curva com formato de S e determinando-se a interseção da linha tangente com o eixo dos tempos e linha $c(t) = K$, como mostrado em Figura 3. A função de transferência $C(s)/U(s)$ pode ser aproximada por um sistema de primeira ordem com um atraso de transporte, como se segue:

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{Ke^{-Ls}}{Ts + 1}$$

Ziegler e Nichols sugeriram para fixar os valores de K_p , T_i e T_d de acordo com a fórmula mostrada na tabela 1.

Note que o controlador PID sintonizado pelo primeiro método das regras de Ziegler-Nichols fornece:

$$\begin{aligned}
 G_c(s) &= K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \\
 &= 1.2 \frac{T}{L} \left(1 + \frac{1}{2Ls} + 0.5Ls \right) \\
 &= 0.6T \frac{\left(s + \frac{1}{L} \right)^2}{s}
 \end{aligned}$$

Assim, o controlador PID tem um pólo na origem e zeros duplos em $s = -1/L$.

Tabela 1-Regras de sintonia de Ziegler-Nichols baseada na resposta ao degrau da planta (primeiro método).

Type of Controller	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0.9 \frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2 \frac{T}{L}$	$2L$	$0.5L$

- **Segundo método**

No segundo método, definimos primeiro $T_i = \infty$ e $T_d = 0$. Utilizando somente a ação de controle proporcional (figura 4), aumente K_p de 0 ao valor crítico K_{cr} , no qual a saída exibe uma oscilação sustentada pela primeira vez. (Se a saída não exibe uma oscilação sustentada para nenhum valor de K_p pode se assumir então que esse método não se aplica.) Portanto, o ganho crítico K_{cr} e o correspondente período P_{cr} são determinados experimentalmente (figura 5).

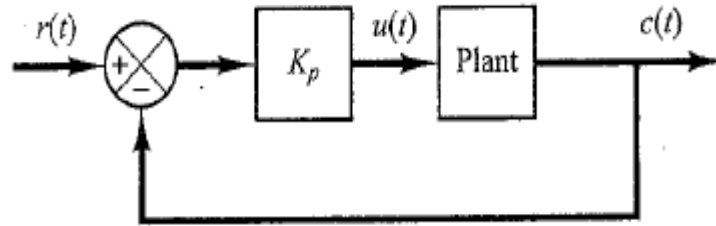


Figura 4: Sistema de malha fechada com controlador proporcional

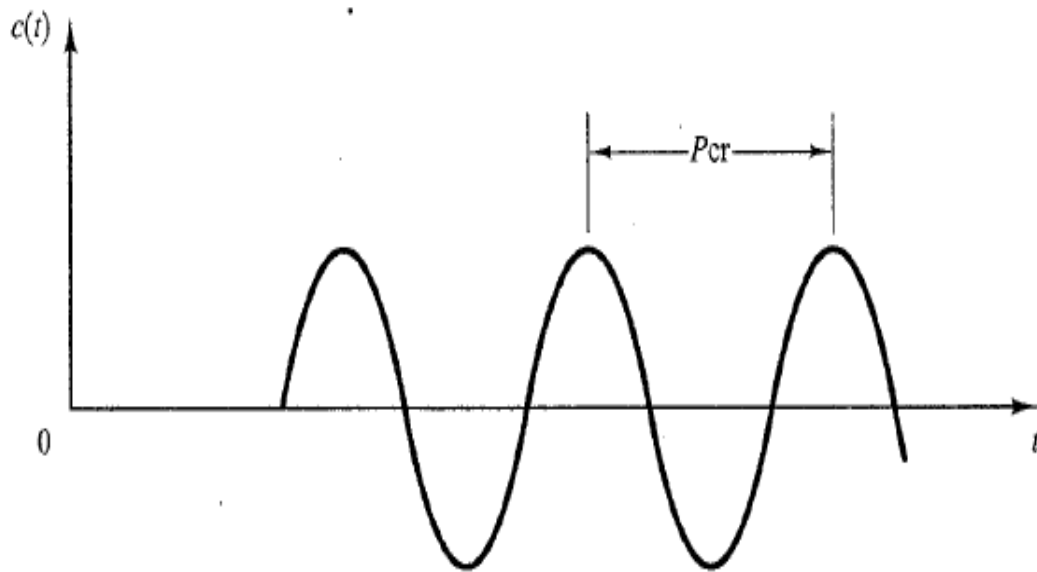


Figura 5: Oscilação sustentada com período P_{cr}

Ziegler e Nichols sugeriram escolher os valores dos parâmetros K_p , T_i e T_d de acordo com a fórmula mostrada na tabela 2.

Note que o controlador PID sintonizado pelo segundo método de regras de Ziegler-Nichols fornece:

$$\begin{aligned}
 G_c(s) &= K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \\
 &= 0.6 K_{cr} \left(1 + \frac{1}{0.5 P_{cr} s} + 0.125 P_{cr} s \right) \\
 &= 0.075 K_{cr} P_{cr} \frac{\left(s + \frac{4}{P_{cr}} \right)^2}{s}
 \end{aligned}$$

Assim, o controlador de PID tem um pólo na origem e zeros duplos em $s = -4/P_{cr}$.

Note que se o sistema tem um modelo matemático conhecido (como a função de transferência), então podemos usar método do lugar geométrico das raízes para achar o ganho crítico K_{cr} , e a frequência de oscilações sustentadas ω_{cr} , onde $P_{cr} = 2\pi/\omega_{cr}$. Esses valores podem ser achados dos pontos de cruzamento dos ramos do lugar das raízes eixo de $j\omega$. (Obviamente, se os ramos do lugar das raízes não cruzam o eixo $j\omega$, este método não se aplica.)

Tabela 2-Regra de sintonia de Ziegler-Nichols baseada no ganho crítico K_{cr} e no período crítico P_{cr} (segundo método)

Type of Controller	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_{cr}$	∞	0
PI	$0.45K_{cr}$	$\frac{1}{1.2}P_{cr}$	0
PID	$0.6K_{cr}$	$0.5P_{cr}$	$0.125P_{cr}$

As regras de sintonia Ziegler-Nichols (e outras regras de sintonia) vêm sendo muito utilizadas para sintonizar os controladores PID em sistemas de controle processo em que a dinâmica da planta não é conhecida precisamente. Durante muitos anos, tais regras de sintonia provaram ser muito úteis. (Se a dinâmica de planta é conhecida, muitas abordagens gráficas e analíticas para o projeto de controladores PID estão disponíveis, além das regras de Ziegler-Nichols.)

PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Para realização do experimento foi montado um circuito RC e um controlador PID, com realimentação unitária negativa, a fim de verificar a variação das saídas nos canais do osciloscópio. O circuito está demonstrado na figura abaixo:

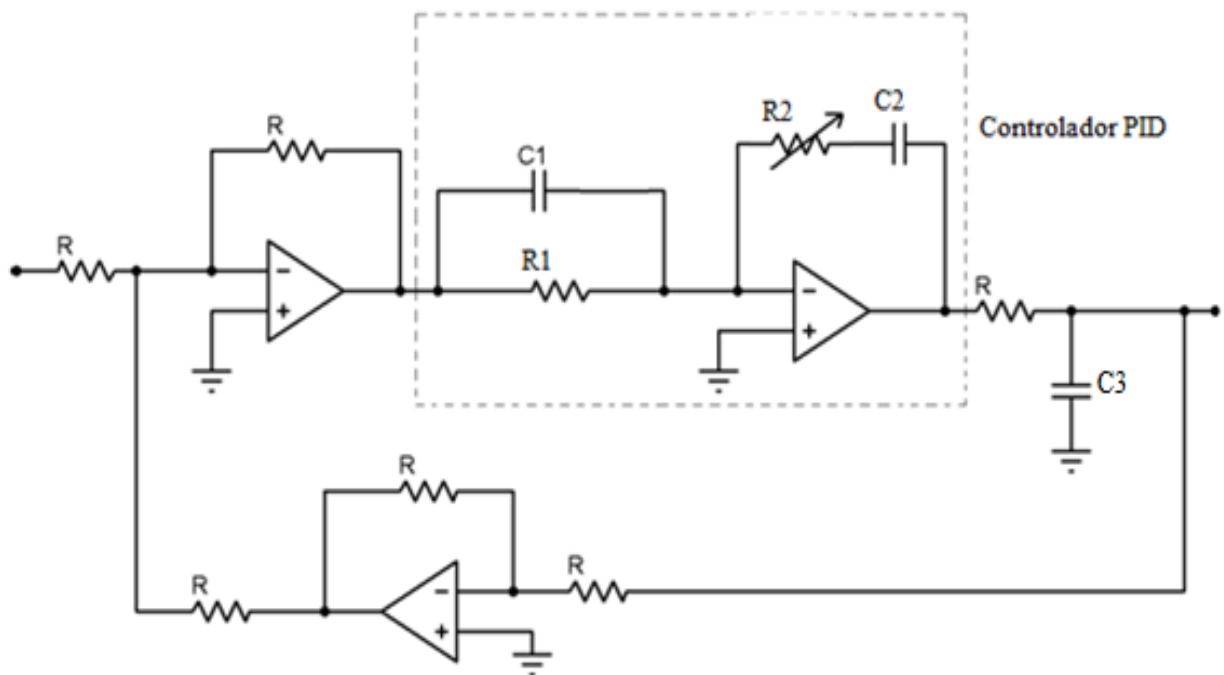


Figura 6: Circuito RC com controlador PID e realimentação negativa unitária

Nesse circuito foi variado o ganho o ganho do controlador para verificação das mudanças ocorridas nas saídas.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nessa prática o intuito é estudar os métodos de sintonia propostos por Ziegler-Nichols para controladores PID. O sistema estudado foi um circuito RC, a esse sistema foi aplicado um controlador PID e uma realimentação negativa. O esquema da montagem é mostrado abaixo:

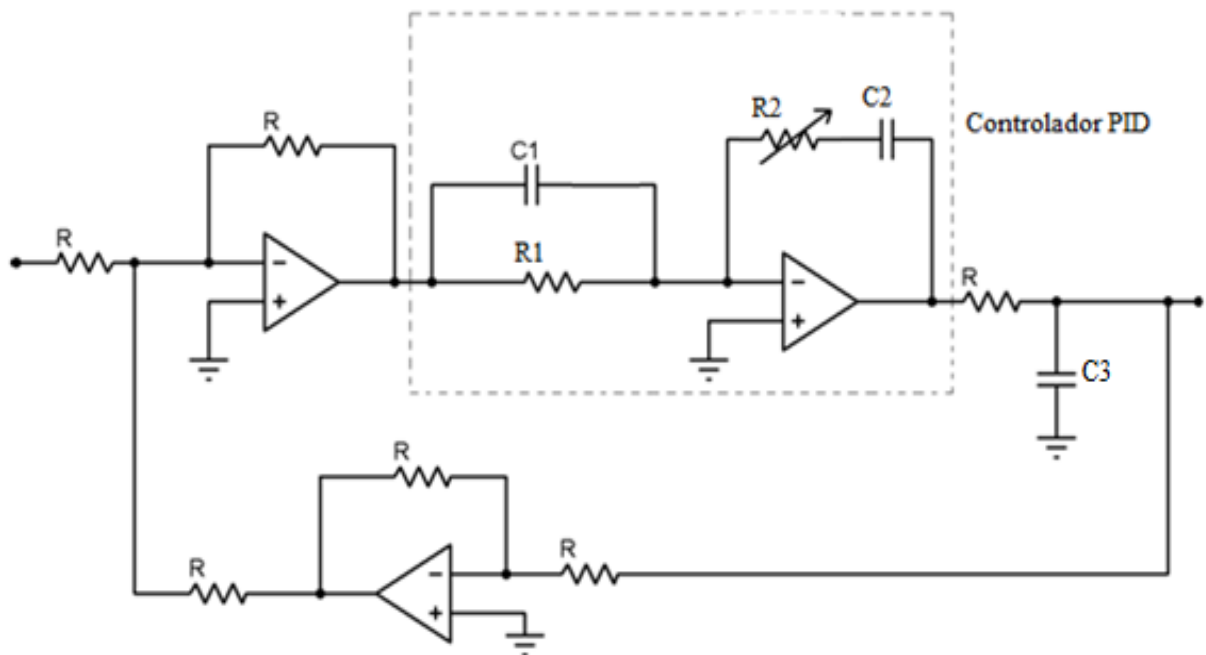


Figura 7: Circuito RC com controlador PID e realimentação negativa unitária

A função de transferência do controlador PID é a seguinte:

$$H(s) = - \left[\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2} \right) + R_2 C_1 s + \frac{1}{s} \right]$$

Os valores dos termos mostrados na figura acima são mostrados na Tabela 7:

Tabela 7: Valores dos componentes utilizados na prática

R	R ₁	C ₁	C ₂	C ₃
1 kΩ	1 kΩ	220 nF	220 nF	8,6 nF

O resistor R₂ é variável (potenciômetro) e seu valor será excursionado para que se tente alcançar a melhor sintonia possível para o controlador. A resposta mostrada pelo MATLAB para o circuito RC puro é a seguinte:

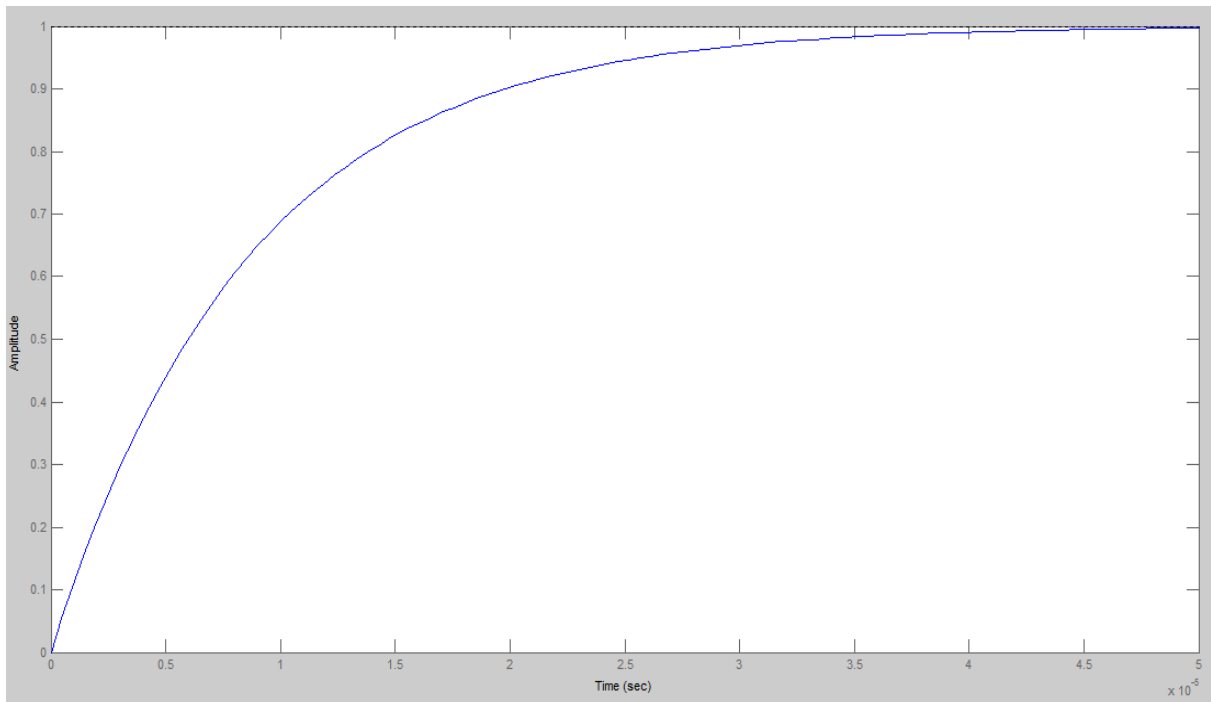


Figura 8: Resposta mostrada pelo MATLAB

No laboratório a entrada utilizada foi um trem de pulsos. A resposta vista na implementação foi a seguinte:

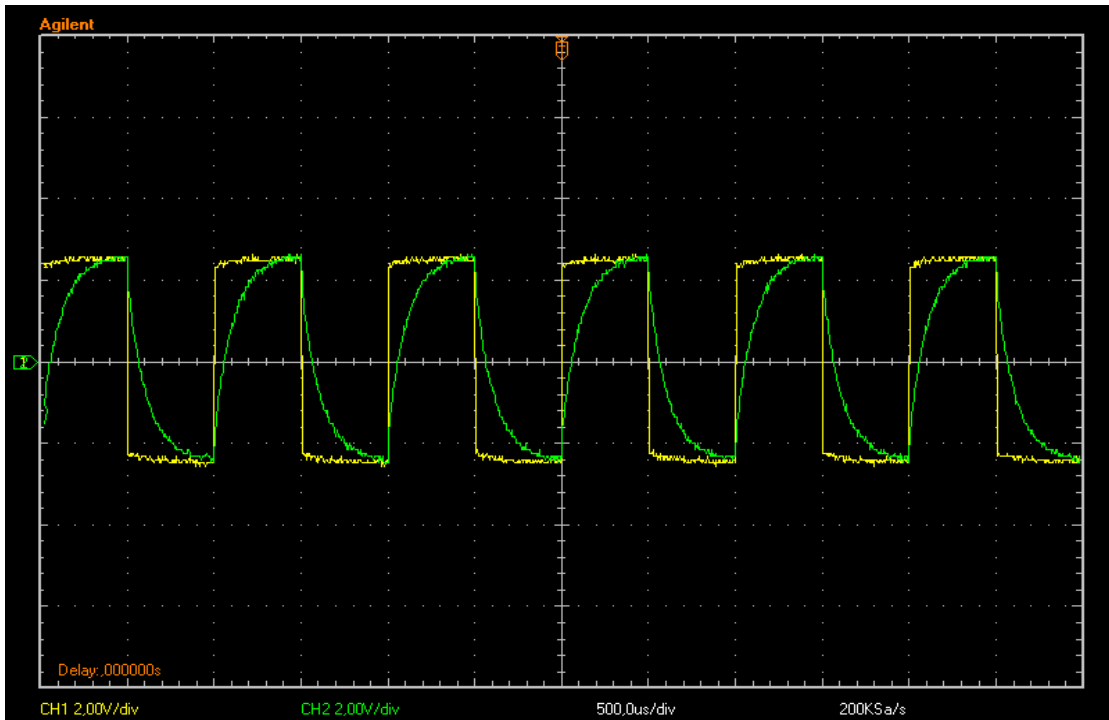


Figura 9: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde)

Aplicando o controlador com um valor inicial de R2 de:

$$R2 = 965 \Omega$$

Para esse valor os parâmetros do controlador PID são:

$$K_p = 1,965$$

$$T_i = 4545,45$$

$$T_d = 2,123 \cdot 10^{-4}$$

Para tal situação a resposta simulada com o MATLAB é a seguinte:

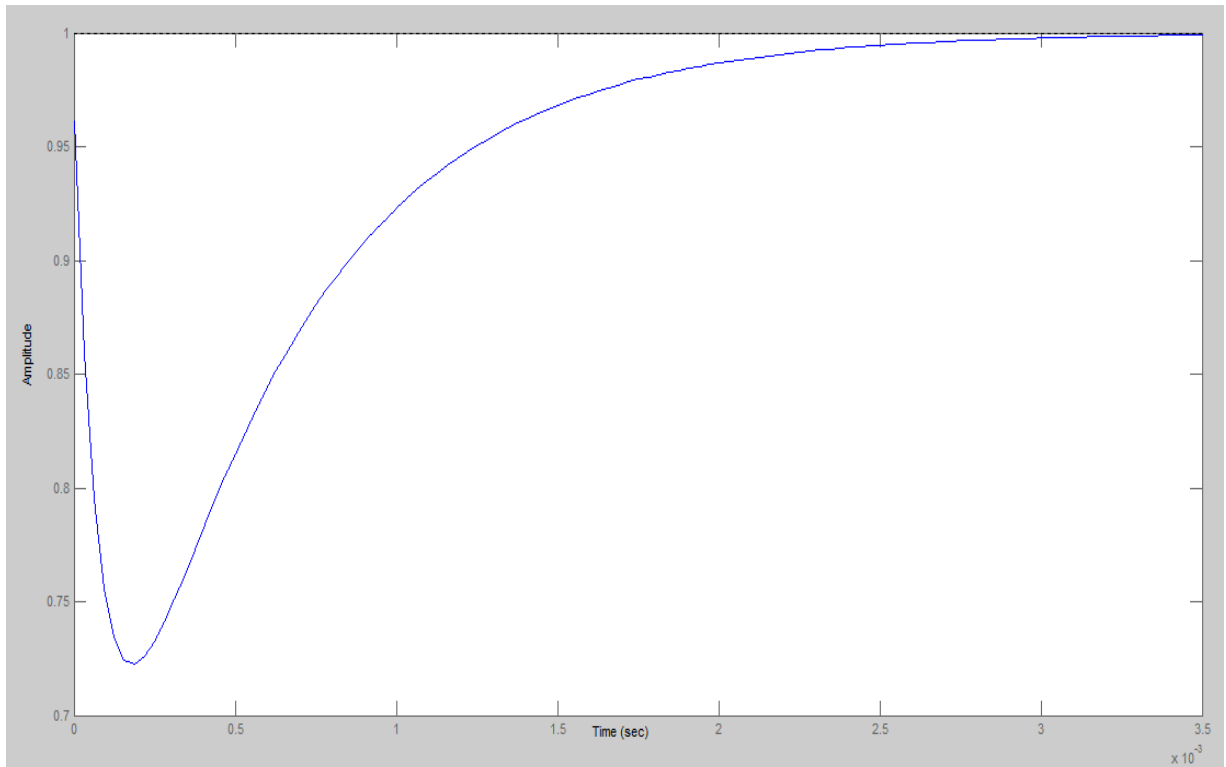


Figura 10: Resposta mostrada pelo MATLAB

A resposta observada no laboratório é a seguinte:

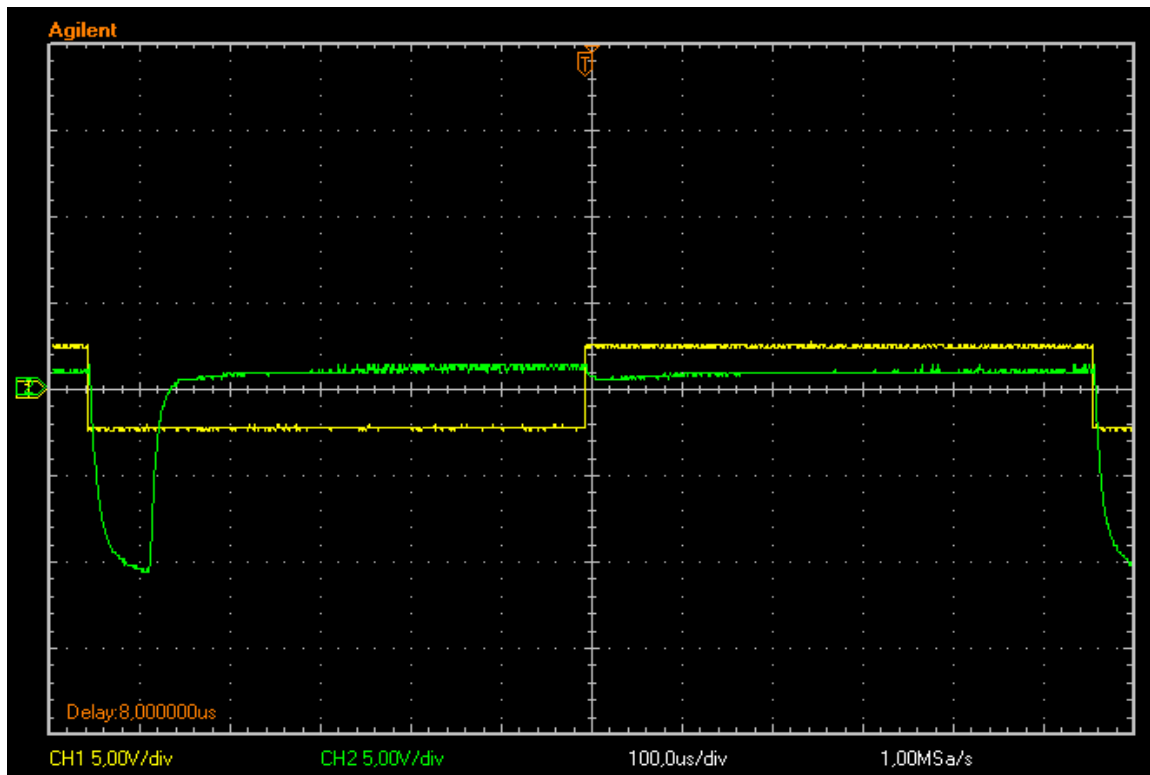


Figura 11 - Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde)

Percebe-se que a resposta na simulação é semelhante à resposta obtida em laboratório, no entanto, elas são muito diferentes da resposta natural do sistema e também são muito diferentes do sinal aplicado na entrada pois apresentam um decréscimo no momento de transição abrupta do sinal que provavelmente se deve a atenuação das componentes de mais alta frequência do sinal nesse sistema, portanto, o controlador com o valor de R_2 escolhido anteriormente não está bem sintonizado. Escolhendo um novo valor para o resistor R_2 :

$$R_2 = 1,41 \text{ k}\Omega$$

Portanto os parâmetros do controlador PID são:

$$K_p = 2,41$$

$$T_i = 4545,45$$

$$T_d = 3,102 \cdot 10^{-4}$$

Para esta situação a resposta obtida com o MATLAB é a seguinte:

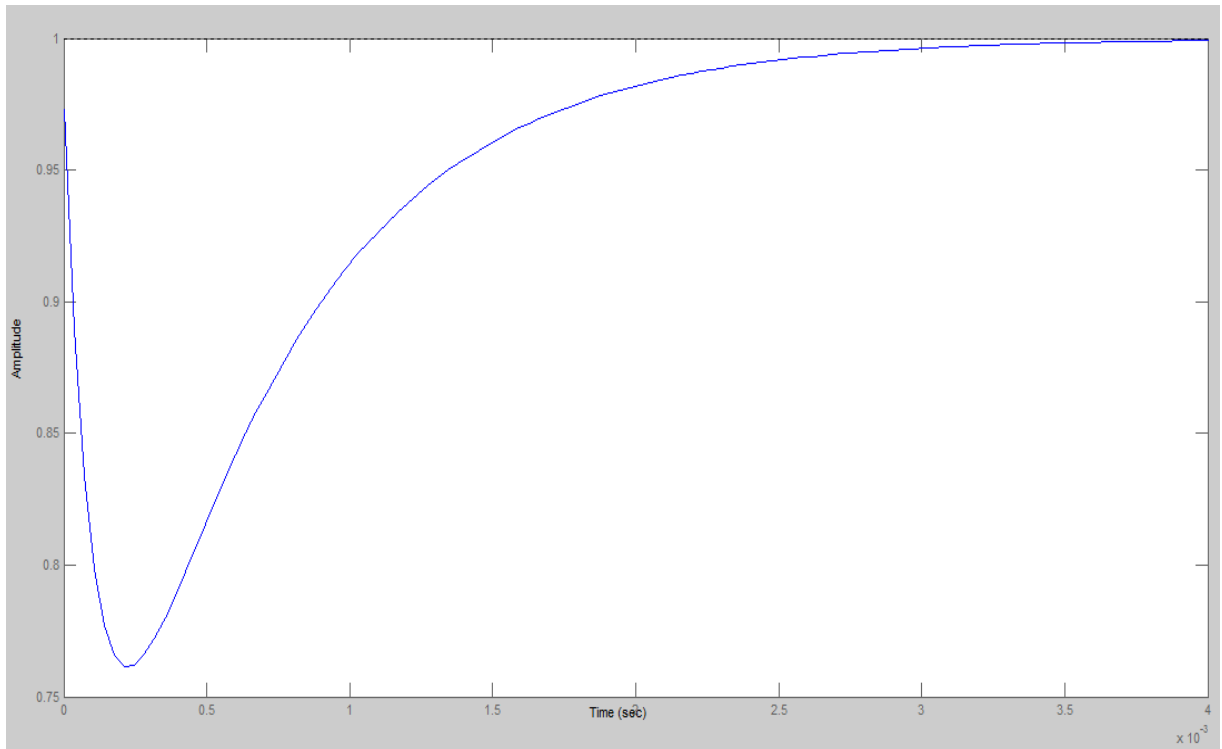


Figura 12: Resposta mostrada pelo MATLAB

A resposta vista no osciloscópio durante a implementação no laboratório foi a seguinte:

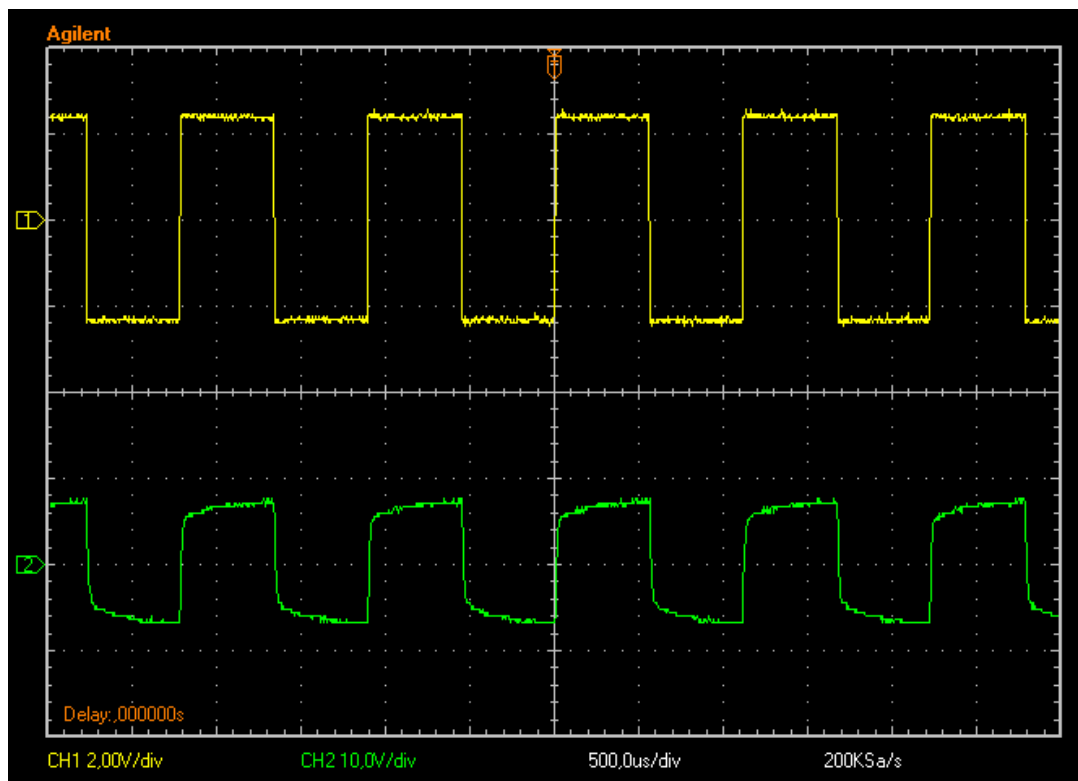


Figura 13: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde)

A resposta simulada apresenta novamente a atenuação de componentes de alta frequência presentes no momento da transição do sinal, no entanto, o decrescimento é menor do que o que ocorria com a sintonia anterior. Nota-se que agora a resposta simulada é um pouco diferente da resposta experimental, provavelmente o valor medido para a resistência não era exato ou algum outro fator inerente ao processo experimental deve ter afetado o resultado. A forma de onda na saída é mais parecida com o sinal de entrada, portanto, para tal valor de R_2 a sintonia obtida é melhor que a anterior. Mudando novamente o valor da resistência R_2 :

$$R_2 = 2 \Omega$$

Têm-se os seguintes parâmetros do controlador:

$$K_p = 1,002$$

$$T_i = 4545,45$$

$$T_d = 4,4 \cdot 10^{-7}$$

A simulação feita com o MATLAB é mostrada abaixo:

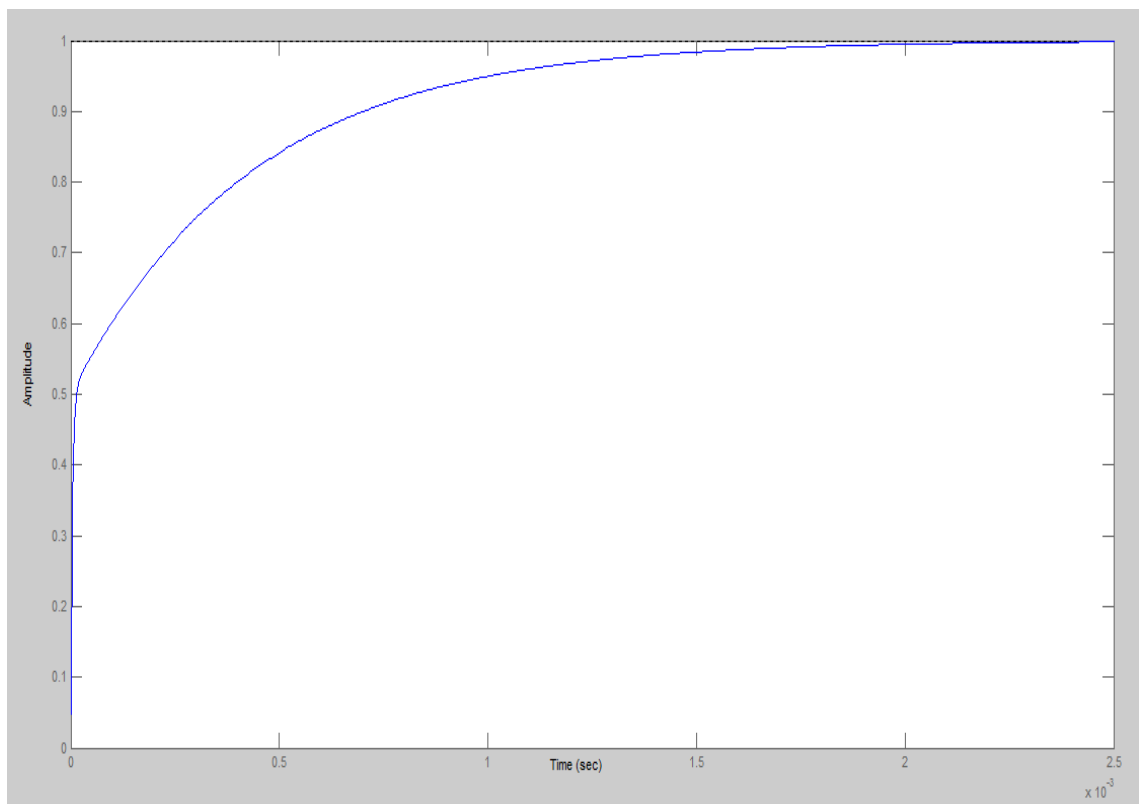


Figura 14: Resposta mostrada com o MATLAB

As formas de onda observadas na tela do osciloscópio foram as seguintes:

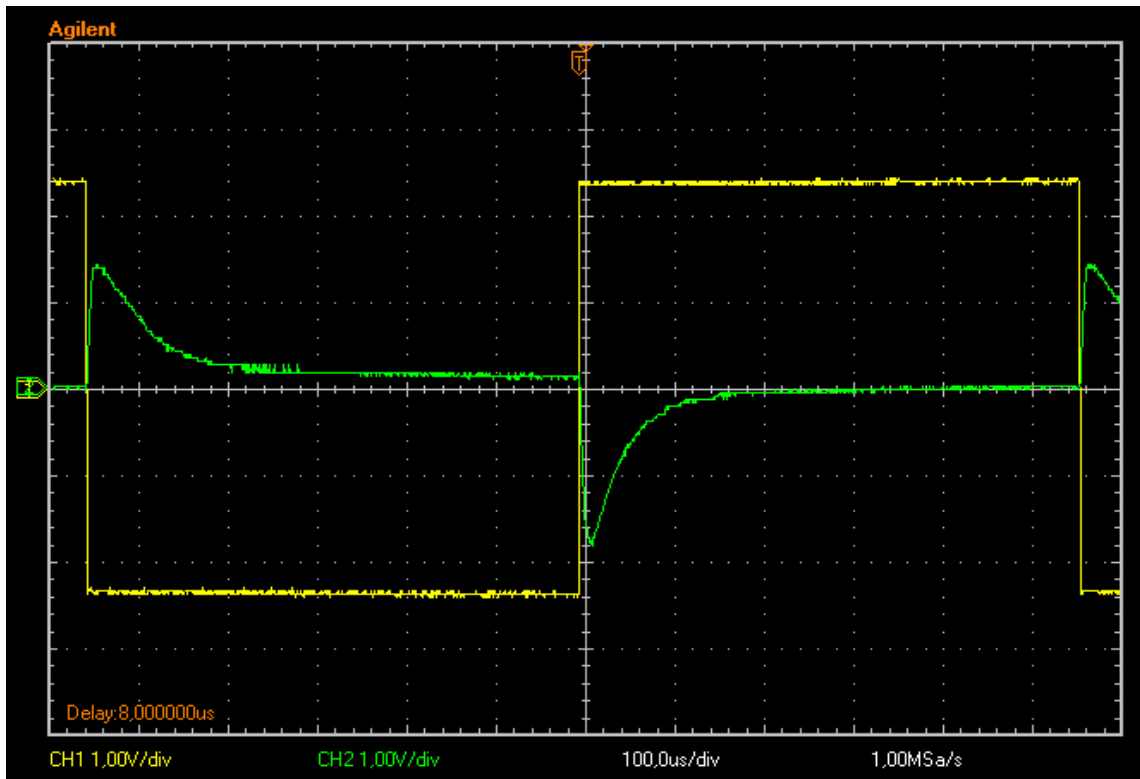


Figura 15: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde)

Nessa sintonização o fator derivativo foi bastante acentuado, ou seja, as componentes de alta frequência têm uma atenuação mais branda do que nos casos anteriores. As respostas mostradas nas Figuras anteriores são semelhantes, no entanto, elas são diferentes do sinal na entrada. Portanto, essa não é uma boa sintonização para o controlador. Escolhendo agora uma resistência R_2 tal que:

$$R_2 = 10 \text{ k}\Omega$$

Com esse valor os parâmetros do controlador PID tornam-se:

$$K_p = 11$$

$$T_i = 4545,45$$

$$T_d = 2,2 \cdot 10^{-3}$$

A resposta simulada com o MATLAB é mostrada abaixo:

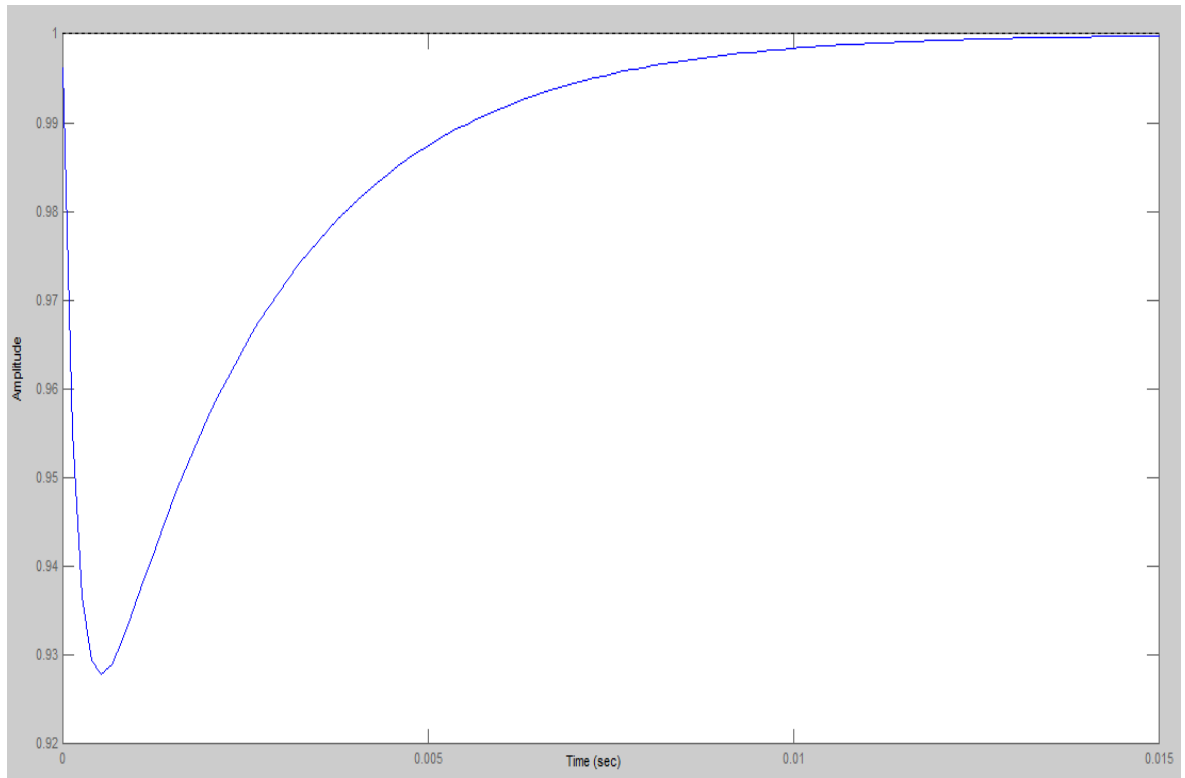


Figura 16: Resposta mostrada pelo MATLAB

No laboratório as formas de onda observadas foram as seguintes:

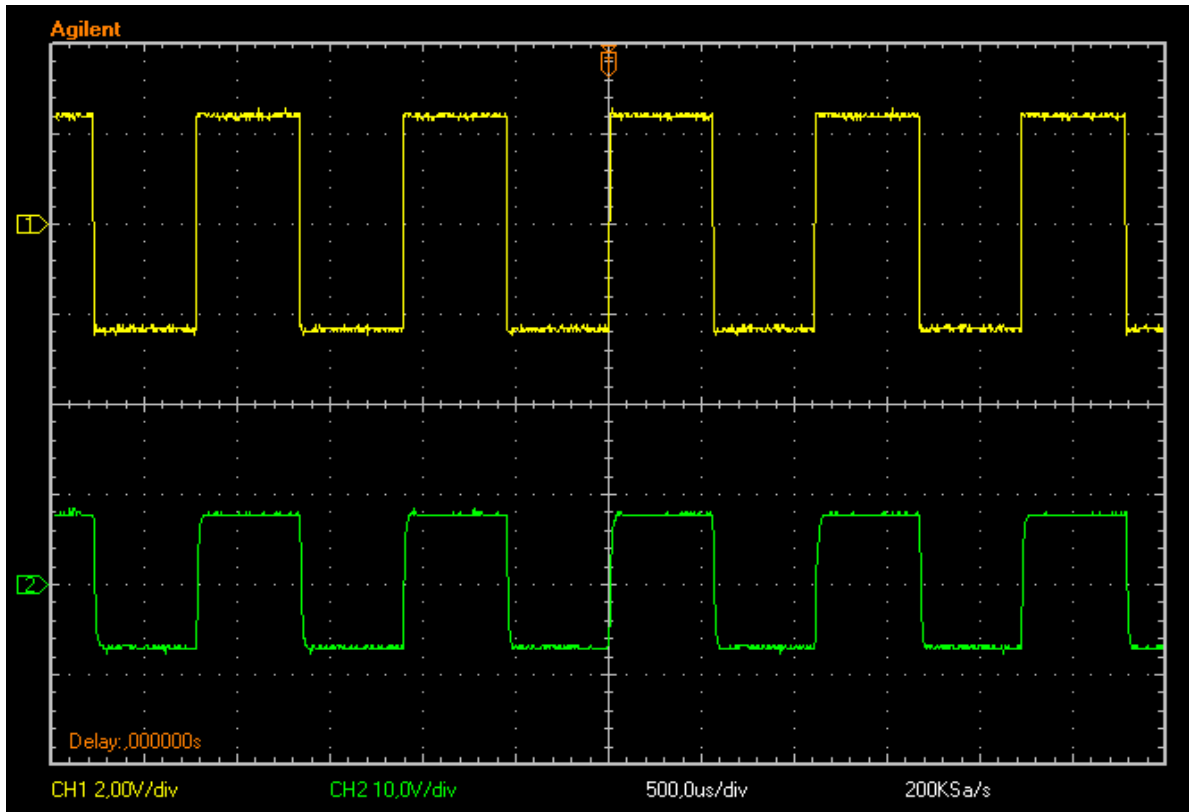


Figura 17: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde)

Nesse caso, embora não pareça à primeira vista, tem-se a simulação condizente com a resposta obtida em laboratório e as formas de onda de entrada e saída são quase idênticas, portanto, essa é a melhor sintonização obtida. Nessa sintonização foi possível minimizar o efeito das componentes de alta frequência presentes no momento de descontinuidade do sinal de entrada, esse efeito é imperceptível na prática pois a atenuação ocorrida é de menos de 10% do valor final da resposta. Seria possível obter outras sintonizações se os valores de outros parâmetros do controlador fossem excursionados simultaneamente ao resistor R_2 .

CÓDIGO MATLAB

Para R2= 0,965k

```
>> A=[4.6706e-8 4.323e-4 1];  
>> B=[4.8598e-8 6.523e-4 1];  
>> step(A,B)
```

Para R2= 1,41k

```
>> C=[6.8244e-8 5.302e-4 1];  
>> D=[7.0136e-8 7.502e-4 1];  
>> step(C,D)
```

Para R2= 2ohms

```
>> E=[9.68e-11 2.2044e-4 1];  
>> F=[1.9888e-9 4.4044e-4 1];  
>> step(E,F)
```

Para R2=10k

```
>> G=[4.84e-7 2.42e-3 1];  
>> H=[4.85892e-7 2.64e-3 1];  
>> step(G,H)
```

CONCLUSÃO

Na montagem experimental verificou-se que o resistor R_2 , que é variável (potenciômetro), sendo o seu valor excursionado para que alcançasse a melhor sintonia possível para o controlador.

Viu-se também essa variação em R_2 diversificou a saída tornando a resposta simulada um pouco diferente da resposta experimental, ou seja, a sintonia ainda não era a melhor possível.

Contudo, com o ajuste do potenciômetro foi possível encontrar uma melhor sintonização, quando a simulação foi condizente com a resposta obtida em laboratório e as formas de onda de entrada e saída são quase idênticas.

Seria possível obter outras sintonizações se os valores de outros parâmetros do controlador fossem excursionados simultaneamente ao resistor R_2 .

REFERÊNCIAS

- [1] LATHI, B. P. **Sinais e Sistemas Lineares**. 2.ed. Porto Alegre: Bookman, 2007.
- [2] NISE, Norman S. **Engenharia de Sistemas de Controle**. 5.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
- [3] OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de Controle Moderno**. 4.ed. São Paulo: Prentice Hall, 2004.