



UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
COLEGIADO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

LABORATÓRIO DE CONTROLE I

Experimento 5:

APLICAÇÃO DE COMPENSADORES DE FASE DE 1ª ORDEM E DE
2ª ORDEM

COLEGIADO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

DISCENTES: Lucas Pires Barbosa

Quelle Gomes dos Santos

Rafael Pereira Lima

Vital Pereira Batista Júnior

PROFESSOR: Eduard Montgomery

JUAZEIRO-BA

2010

OBJETIVO

Entender como se utilizam os compensadores para melhoria das respostas dos sistemas de 1ª ordem com excitação senoidal.

INTRODUÇÃO

Nos circuitos utilizados na prática foram utilizados capacitores, resistores e amplificadores operacionais para configurar um sistema realimentado com duas estruturas, uma o compensador e a outra a planta do sistema como mostrado na figura 1.

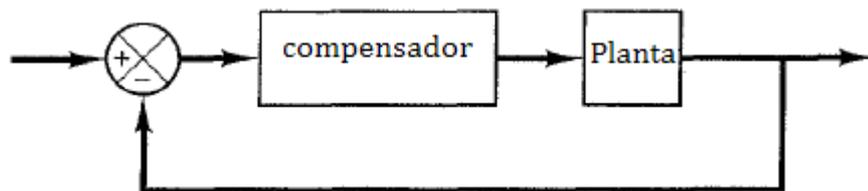


Figura 1: Compensação de uma planta

Para a planta desse sistema tem-se uma configuração fixa formada por um resistor e um capacitor dos quais se obtém a função de transferência:

$$G(s) = \frac{1}{RCs + 1} \quad (1)$$

Note que esse é um sistema de primeira ordem onde se aplicam as seguintes considerações.

Discute-se agora o comportamento dos sistemas de 1ª ordem sem zeros para que as especificações de desempenho desses sistemas sejam definidas. Um sistema de 1ª ordem pode ser descrito pela função de transferência mostrada na Eq.(2). Se a entrada for um degrau unitário, onde $R(s)=1/s$, a transformada de Laplace da resposta ao degrau é $C(s)$, onde

$$C(s) = R(s)G(s) = \frac{a}{s(s + a)} \quad (2)$$

Aplicando-se a transformada inversa, a resposta ao degrau pode ser expressa como:

$$c(t) = c_f(t) + c_n(t) = 1 - e^{-at} \quad (3)$$

Onde o pólo de entrada na origem gerou a resposta forçada $c_f(t)=1$, e o pólo do sistema em $-a$ gerou a resposta natural $c_n(t)=-e^{-at}$. A Eq.(3) é representada pela figura 2.

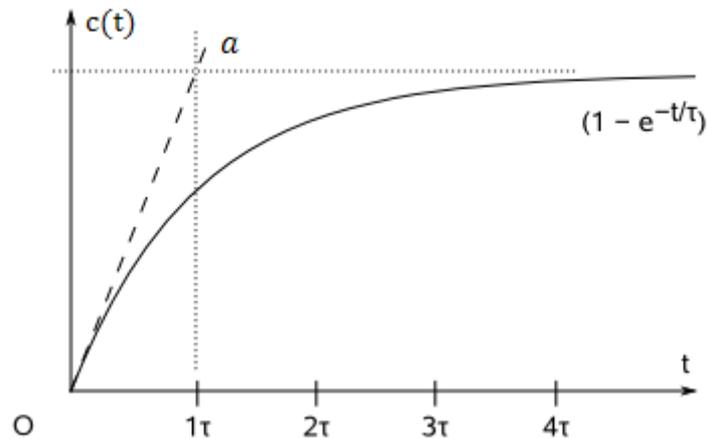


Figura 2: Resposta de um sistema de 1ª ordem por um degrau unitário

Examina-se agora o significado do parâmetro a , o único parâmetro necessário para descrever a resposta transiente. Quando $t = 1/a$,

$$e^{-at} |_{t=1/a} = e^{-1} = 0,37 \quad (4)$$

Ou

$$c(t) |_{t=1/a} = 1 - e^{-at} |_{t=1/a} = 1 - 0,37 = 0,63 \quad (5)$$

Utilizam-se as equações 3, 4 e 5 para definir as três especificações da resposta transiente.

Denomina-se o fator $1/a$ *constante de tempo* da resposta pela Eq.(11) a constante de tempo e^{-at} decair para 37% de seu valor inicial.

O inverso da constante de tempo possui as unidades (1/segundo), ou freqüência. Assim, pode-se chamar o parâmetro a de *freqüência exponencial*. Assim a constante de tempo pode ser considerada uma especificação da resposta transiente para um sistema de 1ª ordem, uma vez que ela está relacionada à velocidade com a qual o sistema responde a entrada em degrau.

O tempo de subida é definido como o tempo necessário para que a forma de onda partindo de 10% de seu valor final atinja 90% desse valor. O tempo de subida é obtido resolvendo-se a Eq.(3) para a diferença no tempo entre $c(t)=0,9$ e $c(t)=0,1$. Portanto,

$$T_r = \frac{2,31}{a} - \frac{0,11}{a} = \frac{2,2}{a} \quad (6)$$

O tempo de assentamento é definido como o tempo para a resposta alcançar uma faixa de valores de 2% em torno de seu valor final e ali permanecer. Fazendo $c(t)=0,98$ na Eq.(3) resolvendo o tempo, t , obtém-se o tempo de assentamento como sendo

$$T_s = \frac{4}{a} \quad (7)$$

A outra estrutura do sistema é o compensador, que foi configurado de três formas diferentes para que tivéssemos compensadores por avanço de fase, atraso de fase e avanço-atraso de fase.

Compensação por atraso de fase

A compensação integral ideal, com seu pólo na origem, requer um integrador ativo. Se forem utilizadas estruturas passivas, o pólo e o zero serão deslocados para a esquerda, nas proximidades da origem, conforme mostrado na figura 3(c). Pode-se tentar imaginar que esse posicionamento do pólo, embora não aumente o tipo de sistema, produz uma melhoria na constante de erro estático em relação a um sistema não compensado. Sem perda de generalidade, demonstra-se que essa melhoria é realizada de fato em um sistema do tipo 1. Admita o sistema não compensado mostrado na figura 3(a). A constante de erro estático, K_{vo} , para o sistema é

$$K_{vo} = \frac{Kz_1z_2 \dots}{p_1p_2 \dots} \quad (8)$$

Admitindo o compensador por atraso de fase mostrado nas Figuras 3(b) e (c), a nova constante de erro estático será:

$$K_{vn} = \frac{(Kz_1z_2 \dots)(z_c)}{(p_1p_2 \dots)(p_c)} \quad (9)$$

A figura 2 mostra o efeito da adição de um compensador por atraso de fase sobre o lugar geométrico das raízes. O lugar geométrico das raízes do sistema não compensado está mostrado na figura 4(a), onde se admite que o ponto P seja o pólo dominante. Se pólo e o zero do compensador por atraso de fase estiverem próximos um do outro, a contribuição angular do compensador no ponto P será aproximadamente zero grau. Portanto, na figura 4(b), onde o compensador foi adicionada, o ponto P permanece aproximadamente na mesma posição sobre o lugar geométrico das raízes do sistema compensado.

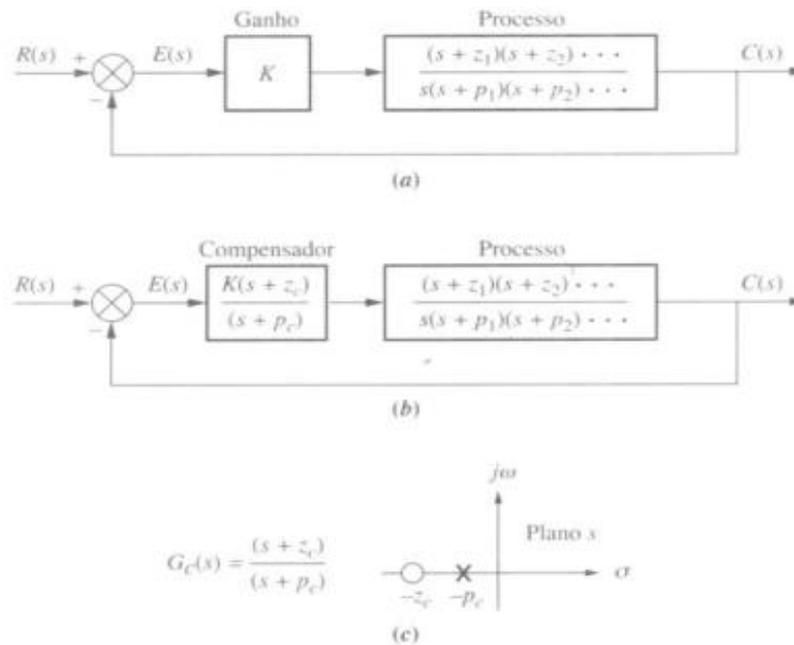


Figura 3: a) sistema do Tipo 1 não compensado; b) sistema do Tipo 1 compensado; c) diagrama de pólos e zeros do compensador

Depois da inserção do compensador verificou-se que o valor de K é virtualmente o mesmo do sistema não compensado e compensado, uma vez que os comprimentos dos vetores traçados a partir do compensador por atraso de fase são aproximadamente iguais e os demais vetores não se alteram significativamente.

Agora, que pode ser esperada no erro de regime estacionário? Como foi estabelecido que o ganho K é aproximadamente o mesmo para os sistemas não compensado e compensado, pode-se substituir a equação 8 na equação 9 e obter

$$K_{vn} = K_{vo} \frac{z_c}{p_c} > K_{vo} \quad (10)$$

A equação 3 mostra que a melhoria de K_v do sistema compensado em relação ao K_v do sistema não compensado é igual à relação entre as magnitudes do zero e do pólo do compensador. De modo a manter a resposta transiente inalterada, sabe-se que o pólo e o zero do compensador precisam estar próximos um do outro. A única forma de relação entre z_c e p_c ser grande a fim de produzir uma melhoria apreciável no erro de regime estacionário e simultaneamente, ter o pólo e o zero próximos um do outro para minimizar a contribuição angular consiste em posicionar o par pólo zero do compensador próximo da origem. Por exemplo, a relação de z_c para p_c pode ser igual a 10 se o pólo estiver em $-0,001$ e o zero em $-0,01$. Assim, a relação é 10, embora o pólo e o zero estejam bastante próximos e a contribuição angular do compensador seja pequena.

Concluindo, embora o compensador ideal force o erro de regime estacionário a zero, o compensador por atraso de fase com um pólo que não esta na origem irá melhorar a constante de erro estático de um fator igual a z_c/p_c .

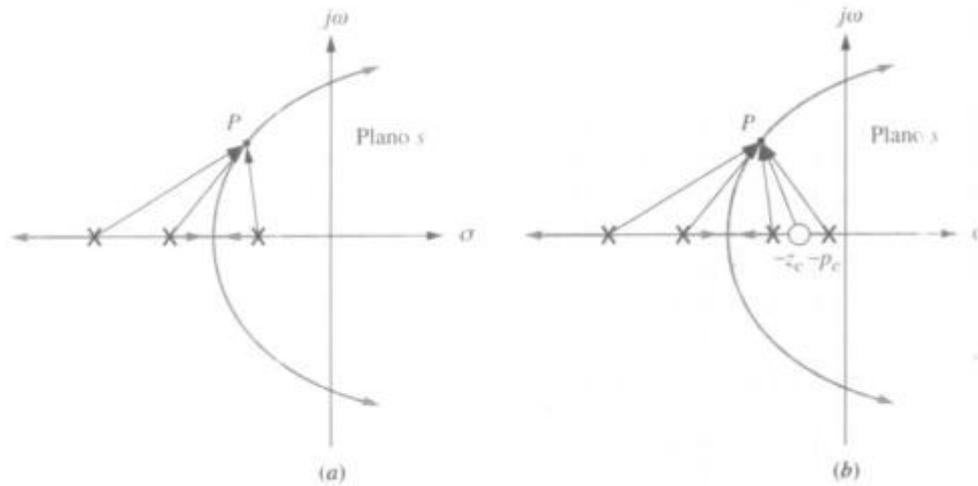


Figura 4: Lugar geométrico das raízes: a) antes da compensação por atraso de fase; b) depois da compensação por atraso de fase

A principal função de um compensador por atraso de fase é produzir atenuação na faixa de altas freqüências para oferecer ao sistema uma margem de fase suficiente. A característica do atraso de fase é a de não acarretar conseqüências na compensação por atraso de fase.

Os compensadores por atraso de fase são essencialmente filtros passa-baixas. Portanto, a compensação permite um ganho elevado em baixas freqüências e reduz o ganho em freqüências críticas mais elevadas de modo que melhore a margem de fase.

Compensação por avanço de fase

Do mesmo modo que o compensador integral ideal pode ser aproximado por uma estrutura passiva de atraso de fase, um compensador derivativo ideal pode ser aproximado por um compensador por avanço de fase passivo. Quando se utiliza estruturas passivas não é possível produzir um zero simples; em vez disso, tem-se como resultado um zero e um pólo do compensador. Entretanto, se o pólo estiver situado muito longe do eixo imaginário que o zero a contribuição angular do compensador será positiva e, portanto, aproxima um zero simples equivalente. Em outras palavras, a contribuição angular do pólo do compensador é subtraída da contribuição angular do zero, porém não impede o uso do compensador para melhorar a resposta transiente, uma vez que a contribuição angular líquida é positiva, exatamente como faz o zero de um controlador PD simples.

Analisa-se, inicialmente, o conceito implícito associado à compensação por avanço de fase. Ao se selecionar no plano s um pólo dominante de segunda ordem desejado, a soma dos ângulos dos pólos e zeros do sistema do sistema não compensado para o ponto de projeto pode ser determinada.

A diferença entre 180° e a soma dos ângulos deve ser a contribuição angular requerida do compensador.

Por exemplo, observando-se a Figura 5, percebe-se que

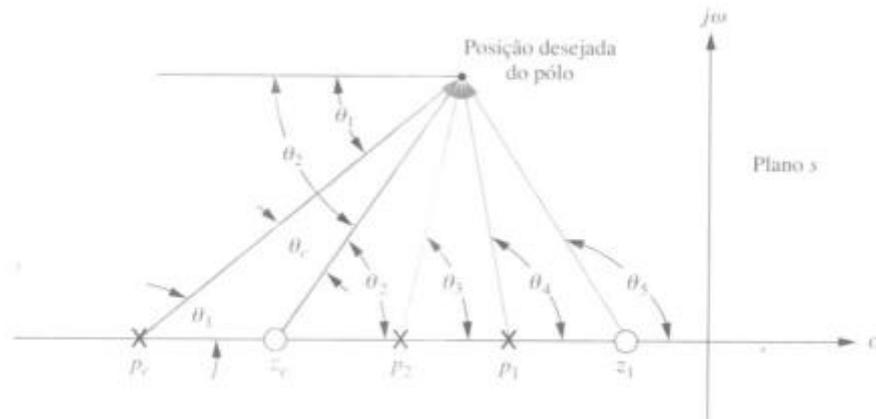


Figura 5: Geometria da compensação por avanço de fase

$$\theta_2 - \theta_1 - \theta_3 - \theta_4 + \theta_5 = (2K + 1)180^\circ \quad (11)$$

Onde $(\theta_2 - \theta_1) = \theta_c$ é a contribuição angular do compensador por avanço de fase. Com base na figura 5, nota-se que θ_c é o ângulo do seguimento da reta traçado a partir do ponto de projeto e interceptando o eixo real no valor do pólo e no valor do zero do compensador. Agora, visualize este segmento de reta girando ao redor da localização do pólo em malha fechada desejado e interceptando o eixo real no pólo e no zero do compensador, conforme ilustrado na figura 6. Percebe-se que se poderia utilizar um número infinito de compensadores por avanço de fase para atender ao requisito da resposta transiente.

As diferenças dos compensadores estão nos valores constantes de erro estático, no ganho necessário para alcançar o ponto de projeto no lugar geométrico das raízes compensado, na dificuldade em justificar uma aproximação de segunda ordem quando o projeto estiver completo e na resposta transiente resultante.

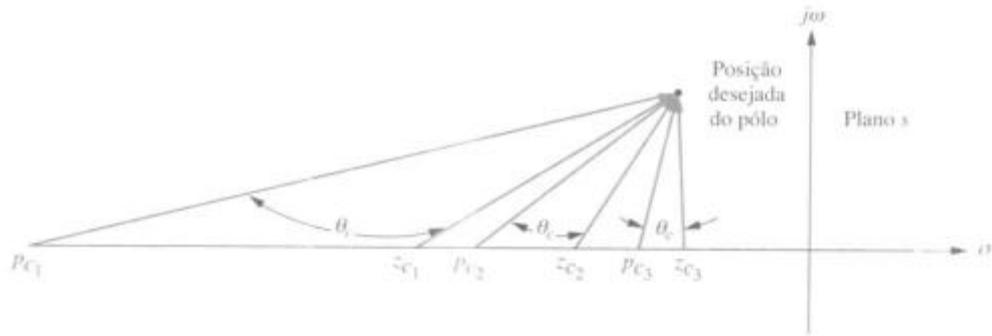


Figura 6: Três das infinitas soluções possíveis para o compensador por avanço de fase

A principal função do compensador por avanço de fase é reconfigurar a curva da resposta em frequência para conseguir um ângulo de avanço de fase suficiente para compensar o atraso de fase excessivo associado aos componentes de um sistema fixo.

Compensador por atraso ou avanço de fase com amplificador operacional

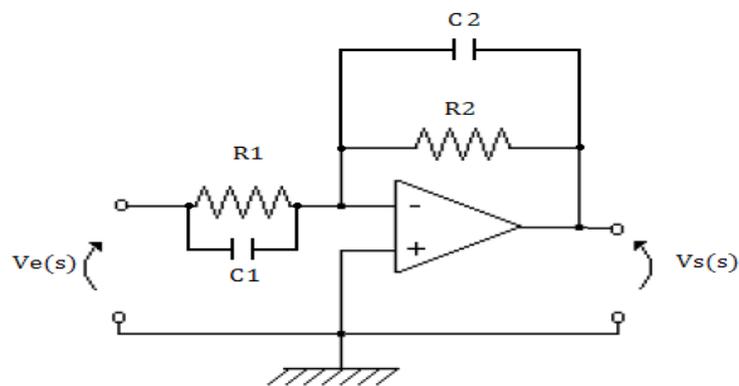


Figura 7: Compensador por atraso ou avanço de fase

A função de transferência é:

$$G_c(s) = -\frac{C_2 \left(s + \frac{1}{R_1 C_1} \right)}{C_2 \left(s + \frac{1}{R_2 C_2} \right)} \quad (12)$$

Se a relação entre as resistências e os capacitores forem:

$$R_2 C_2 > R_1 C_1 \quad (13)$$

Esse sistema se comporta como um compensador por atraso de fase.
 Se a relação entre as resistências e os capacitores forem

$$R_2 C_2 < R_1 C_1 \quad (14)$$

Esse sistema se comporta como um compensador por avanço de fase.

Compensação por avanço-atraso de fase

A compensação por avanço-atraso de fase é um sistema que uni as características dos compensadores por atraso com os de avanço de fase.

Compensador por atraso e avanço de fase com amplificador operacional

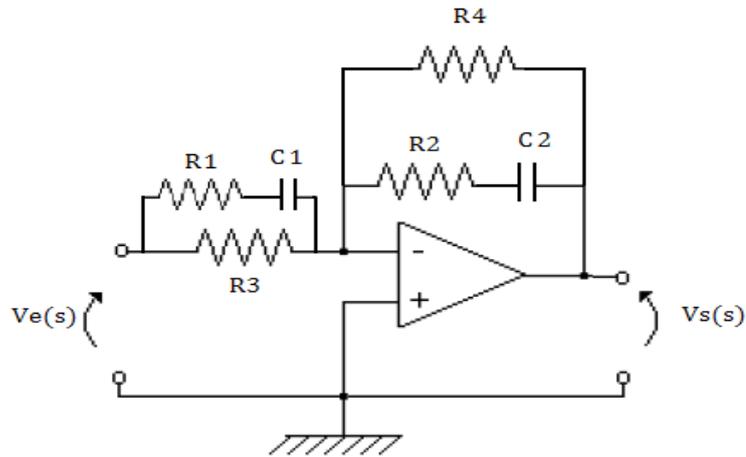


Figura 8: Compensador por atraso ou avanço de fase

A função de transferência é:

$$G_c(s) = -\frac{R_4 [(R_1 + R_3)C_1 s + 1](R_2 C_2 s + 1)}{R_3 (R_1 C_1 s + 1)[(R_2 + R_4)C_2 s + 1]} \quad (15)$$

A compensação por avanço de fase resulta, essencialmente, em uma melhoria apreciável na resposta transitória e em uma pequena variação da precisão do regime estacionário. Ela pode acentuar os efeitos dos ruídos de alta freqüência. A compensação por atraso de fase, por outro lado, produz uma sensível melhoria na precisão do regime estacionário à custa de um aumento da duração da resposta transitória. A compensação por

atraso de fase suprime os efeitos dos sinais de ruído de alta frequência. A compensação por atraso-avanço de fase combina as características tanto da compensação por avanço com a compensação por atraso de fase. O uso do compensador por atraso ou avanço de fase aumenta a ordem do sistema em uma unidade (a menos que ocorra o cancelamento entre o zero do compensador e o pólo da função e transferência de uma malha aberta não compensada). O uso do compensador de atraso-avanço eleva a ordem do sistema em duas unidades [a menos que ocorra o cancelamento entre o(s) zero(s) do compensador de atraso e avanço de fase e o(s) pólo(s) da função de transferência de malha aberta não compensada], o que significa que o sistema se torna mais complexo e fica mais difícil controlar o comportamento da resposta transitória. Cada situação particular determina o tipo de compensação a ser utilizada.

PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Com o intuito de entender a utilização de compensadores para melhoria das respostas dos sistemas de 1ª ordem com excitação senoidal diversos circuitos foram montados.

Primeiramente, montou-se um circuito somador de duas entradas com ganho 1, sendo a saída ligada a um compensador de fase em atraso. A saída do compensador é ligada ao circuito RC, onde, sobre o capacitor, é verificado o sinal. A saída do RC foi ligada em realimentação ao sistema e a outra entrada do circuito somador recebe o sinal senoidal e é conectado ao outro canal do osciloscópio, conforme visualizado na figura abaixo.

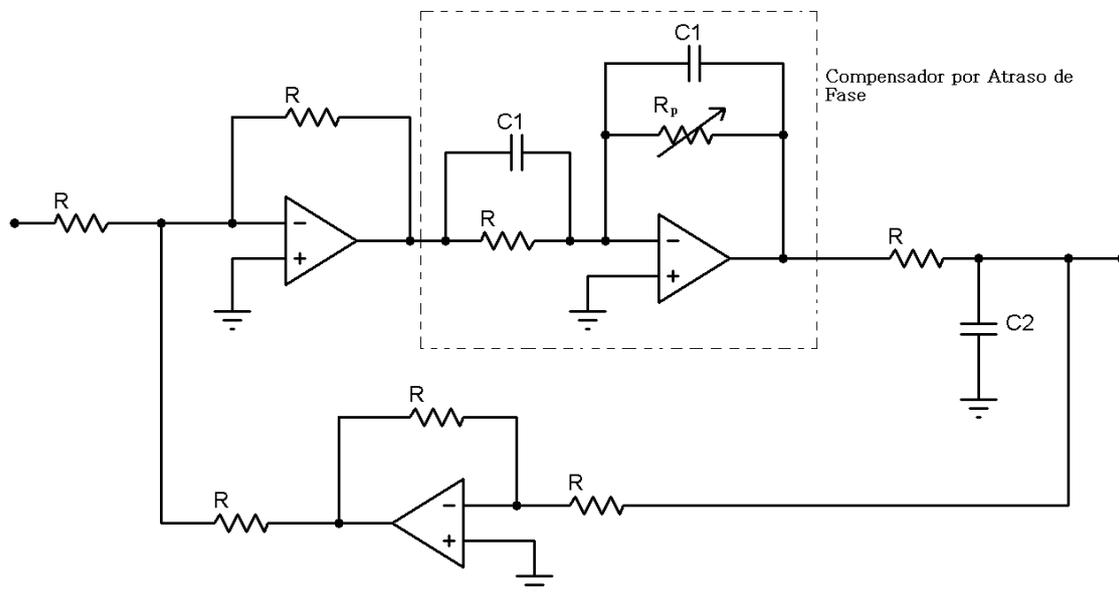


Figura 9: Circuito RC onde foi aplicado um compensador por atraso de fase e realimentação negativa

Em seguida, o compensador foi substituído por um compensador em avanço de fase, onde foi variado o ganho para visualização do sinal de saída. E, posteriormente o compensador foi substituído por um compensador em atraso-avanço de fase com a mesma finalidade.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nessa prática deve-se observar o efeito dos compensadores por atraso, avanço e avanço-atraso de fase atuando num sistema de 1ª ordem, no caso em questão um circuito RC. A primeira parte da prática consistiu em verificar a atuação de um compensador por atraso de fase sobre um circuito RC com realimentação negativa. A implementação é mostrada na figura abaixo.

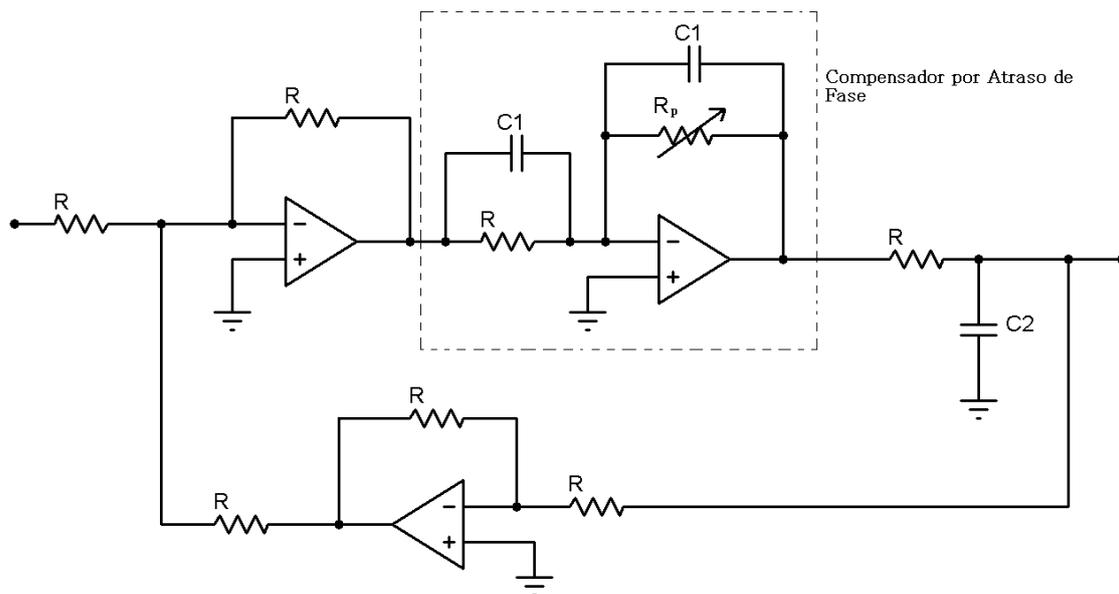


Figura 10: Circuito RC onde foi aplicado um compensador por atraso de fase e realimentação negativa

Os valores dos parâmetros R , C_1 e C_2 , são os seguintes:

Tabela 1: Valores dos componentes utilizados na prática

R	C_1	C_2
1 k Ω	220 nF	2 nF

O resistor R_p é um potenciômetro que será excursionado para se observar o comportamento da resposta do sistema.

O equivalente do sistema descrito pela montagem acima em diagrama de blocos é mostrado abaixo.



Figura 11: Equivalente em diagrama de blocos.

A entrada utilizada para analisar o comportamento do sistema será senoidal com frequência 1 kHz. O primeiro valor usado para o parâmetro R_p foi:

$$R_p = 1,2 \text{ k}\Omega$$

Para tal valor a função de transferência do sistema em malha fechada é a seguinte:

$$T(s) = \frac{2,2 \cdot 10^{-4} s + 1}{5,28 \cdot 10^{-10} s^2 + 4,86 \cdot 10^{-4} s + 2}$$

O diagrama de Bode dessa função de transferência é o seguinte:

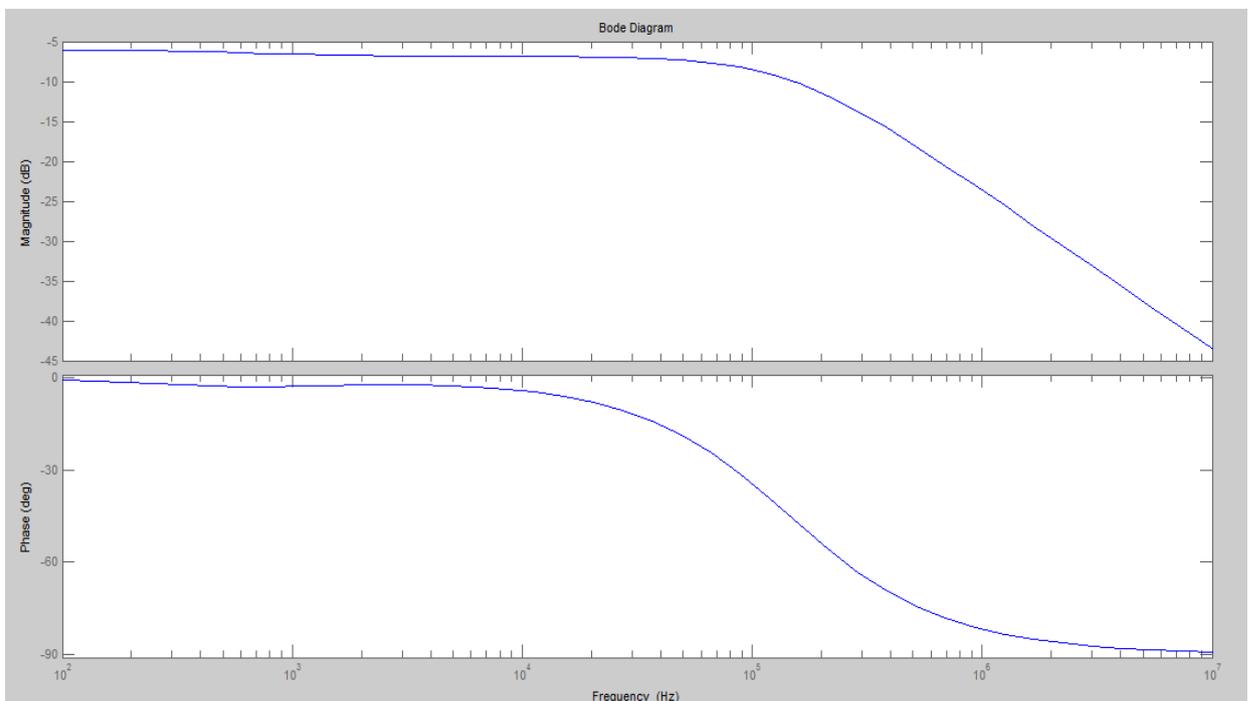


Figura 12: Diagrama de Bode do sistema

Note que para um sinal de frequência 1 kHz os sinais de entrada e saída estarão praticamente em fase. A simulação da resposta com o MATLAB é mostrada abaixo:

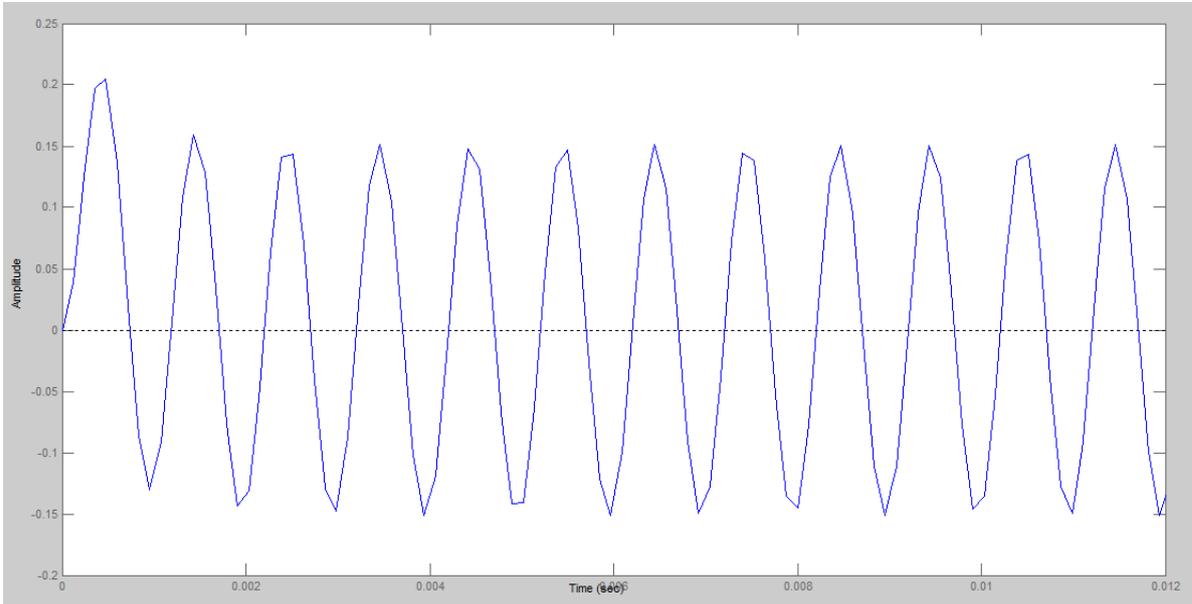


Figura 13: Resposta mostrada pelo MATLAB

Na montagem realizada em laboratório, as formas de onda visualizadas foram as seguintes:

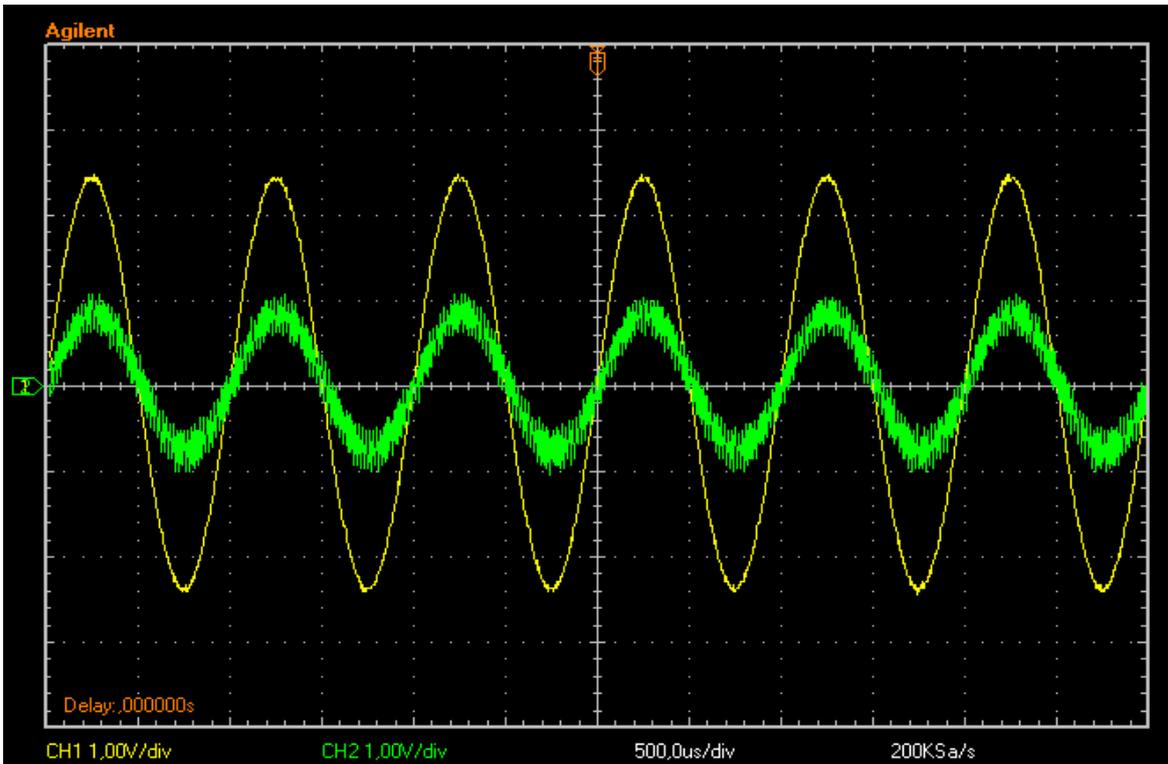


Figura 14: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) observadas no osciloscópio

Como previsto teoricamente, os sinais tem praticamente a mesma fase, a função do osciloscópio que mostra o *delay* entre as formas de onda mostrou um valor de atraso igual a zero. Portanto, os sinais têm a mesma fase isso implica em erro nulo na saída. Após essa análise o parâmetro R_p foi trocado para o seguinte valor:

$$R_p = 4,59 \text{ k}\Omega$$

Para tal valor a função de transferência em malha fechada do sistema é a seguinte:

$$T(s) = \frac{2,2 \cdot 10^{-4} s + 1}{2,02 \cdot 10^{-9} s^2 + 1,232 \cdot 10^{-3} s + 2}$$

O diagrama de Bode dessa função de transferência é o seguinte:

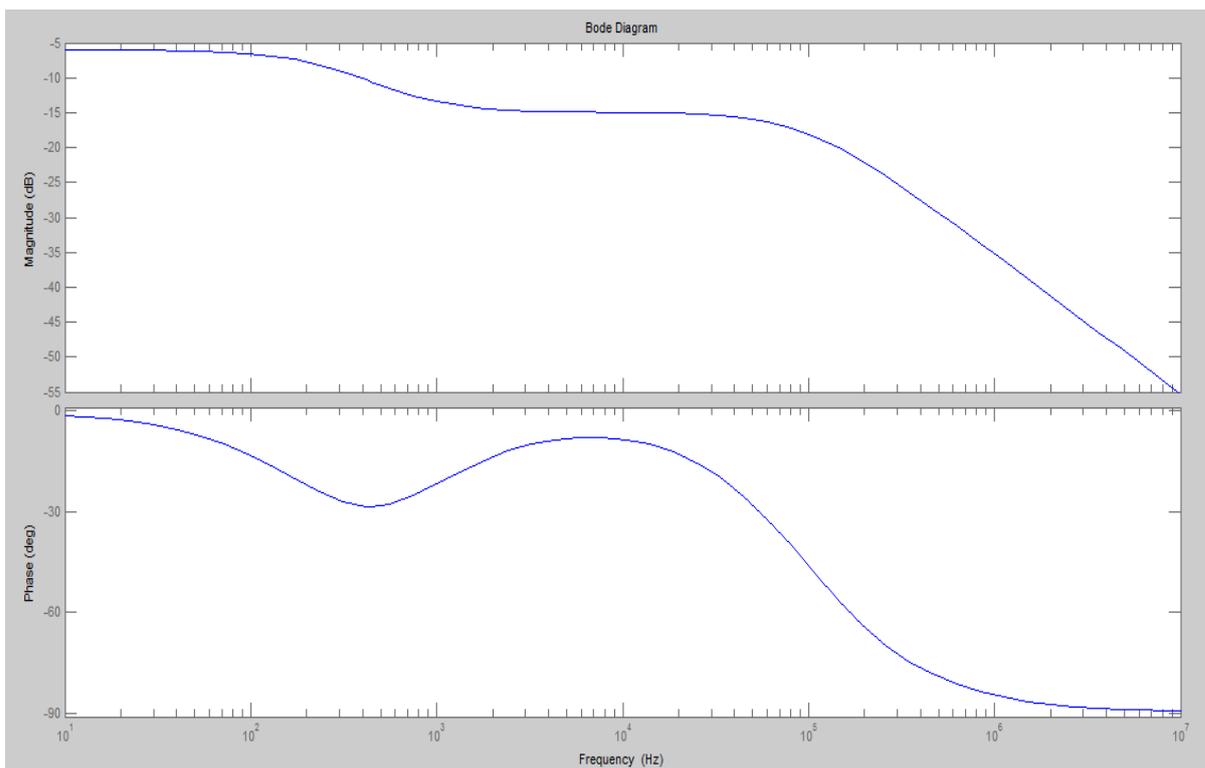


Figura 15: Diagrama de Bode do sistema

Para a frequência aplicada espera-se uma defasagem de 22° entre os sinais de entrada e saída. A resposta simulada com o MATLAB é a mostrada abaixo.

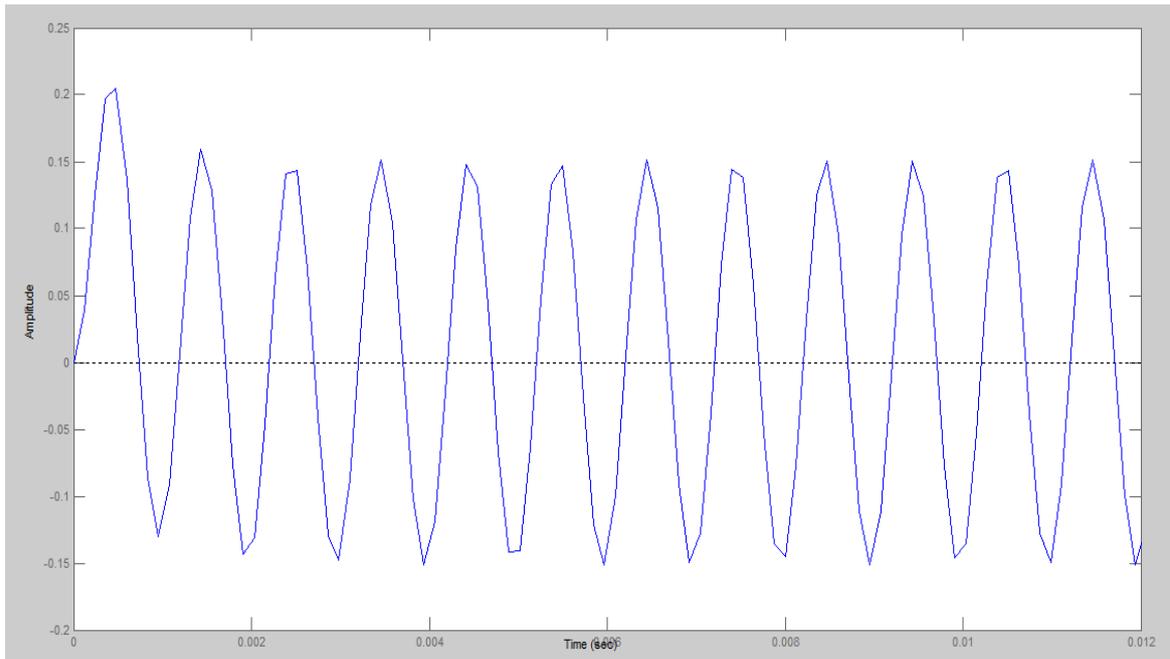


Figura 16: Resposta mostrada pelo MATLAB

Os sinais observados na tela do osciloscópio são mostrados na figura seguinte.

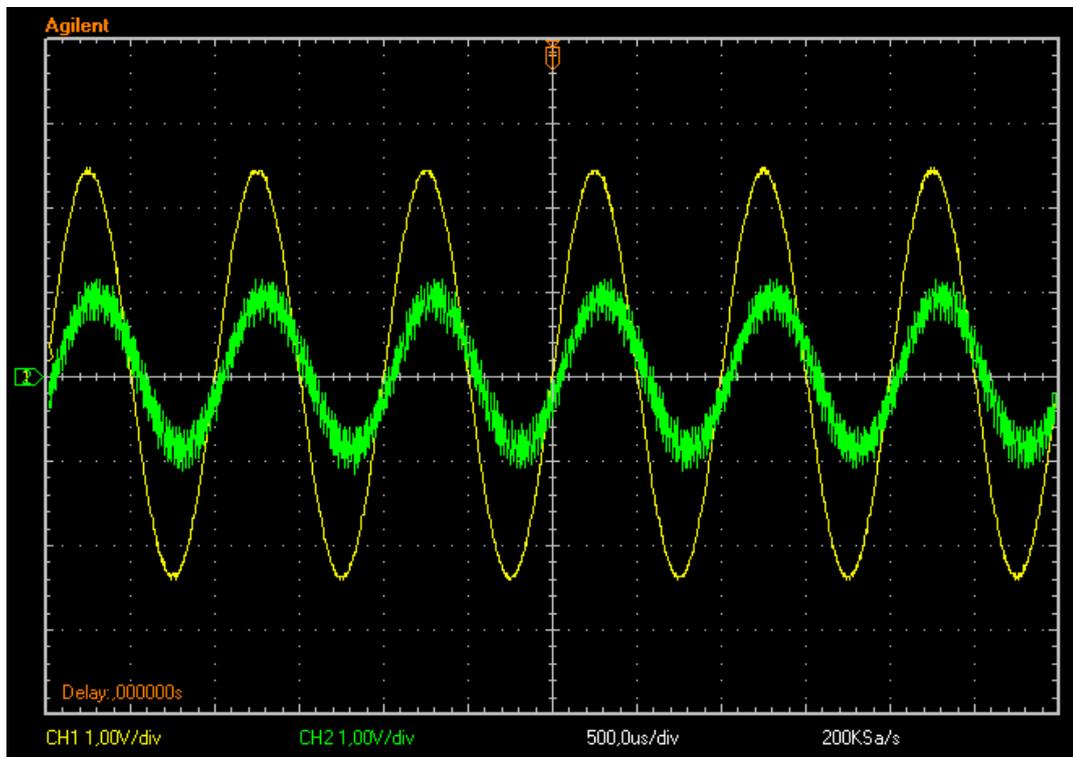


Figura 17: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) observadas no osciloscópio

A função *delay* do osciloscópio mostrou um atraso entre as ondas de 50 μs , isso equivale a um ângulo de:

$$\Phi = 2\pi f\Delta t$$

$$\Phi = 0,3142 \text{ rad}$$

$$\Phi = 18^\circ$$

A defasagem estimada em laboratório é praticamente igual à prevista teoricamente, a pequena diferença entre os valores provavelmente tem origem nos erros de medição inerentes ao processo laboratorial. O terceiro valor usado para o resistor R_p foi:

$$R_p = 10 \text{ k}\Omega$$

Para tal valor a função de transferência em malha fechada do sistema é a seguinte:

$$T(s) = \frac{2,2 \cdot 10^{-4}s + 1}{4,4 \cdot 10^{-9}s^2 + 2,422 \cdot 10^{-3}s + 2}$$

O diagrama de Bode dessa função de transferência é o seguinte:

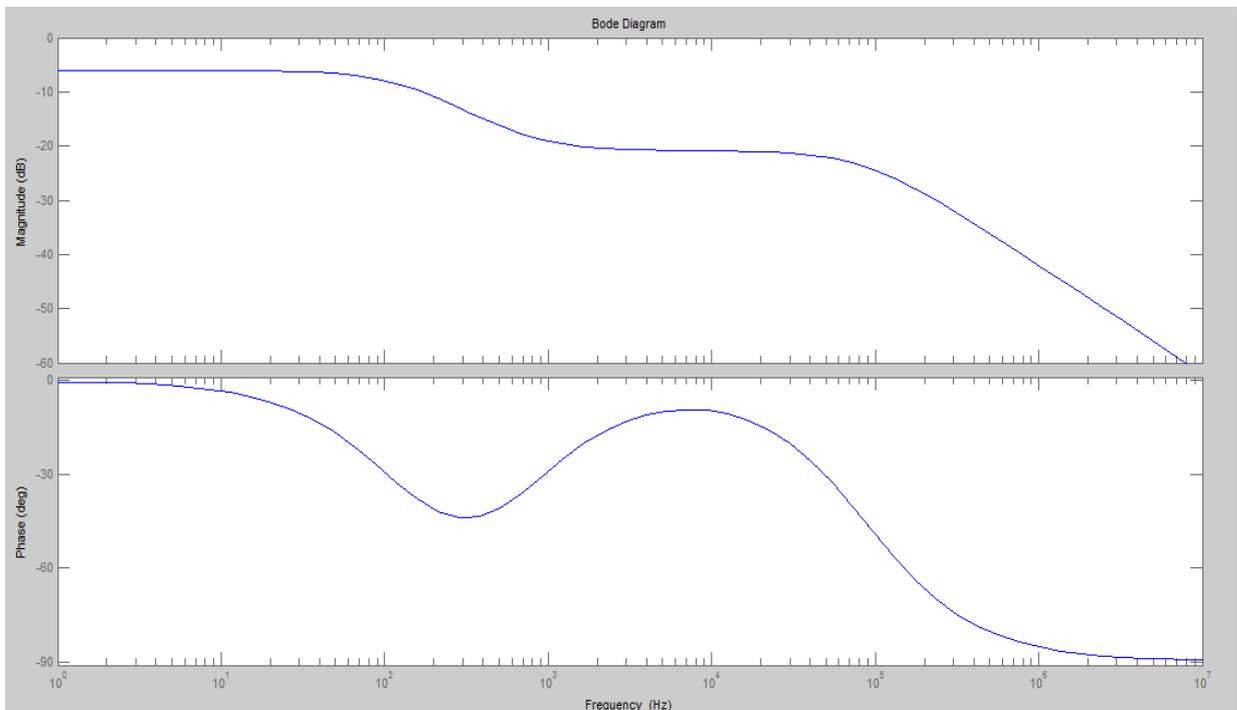


Figura 18: Diagrama de Bode do sistema

Espera-se que para uma frequência de 1 kHz haja uma defasagem de 29° entre os sinais. A resposta simulada com o MATLAB é a seguinte:

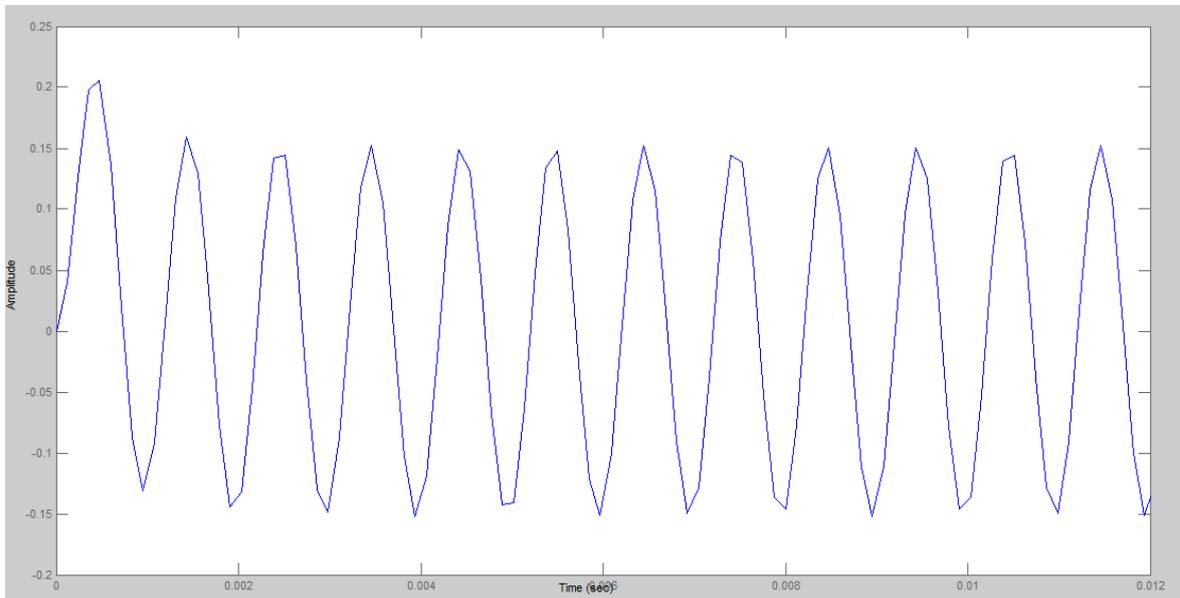


Figura 19: Resposta mostrada pelo MATLAB

A resposta observada em laboratório:

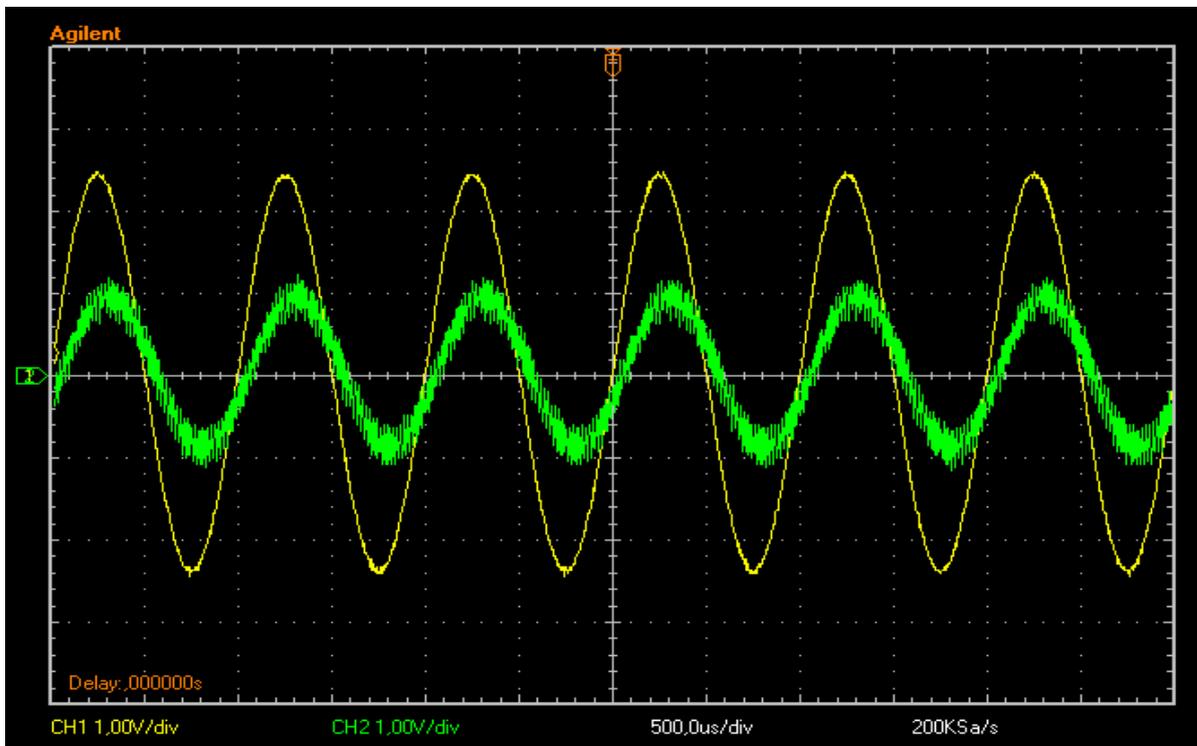


Figura 20: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) observadas no osciloscópio

No laboratório estimou-se um atraso entre os sinais de cerce de 70 μs , logo:

$$\Phi = 2\pi f\Delta t$$

$$\Phi = 0,434 \text{ rad}$$

$$\Phi = 25,2^\circ$$

A discrepância entre o valor esperado e o conseguido experimentalmente é relativamente pequeno, logo se pode admitir que as previsões feitas foram corretas com relação a esse controlador. O segundo compensador estudado foi o compensador por avanço de fase, a única diferença entre esse compensador e o anterior no que diz respeito à montagem é que:

$$RC_1 > R_p C_1$$

Portanto a montagem é a mesma mostrada na figura 10. O primeiro valor utilizado para o resistor R_p foi o seguinte:

$$R_p = 0,93 \text{ k}\Omega$$

Note que esse valor satisfaz a condição para uma rede de avanço. A função de transferência do controlador com tal valor é a seguinte:

$$T(s) = \frac{2,2 \cdot 10^{-4} s + 1}{4,092 \cdot 10^{-10} s^2 + 4,266 \cdot 10^{-4} s + 2}$$

O diagrama de Bode dessa função de transferência é o seguinte:

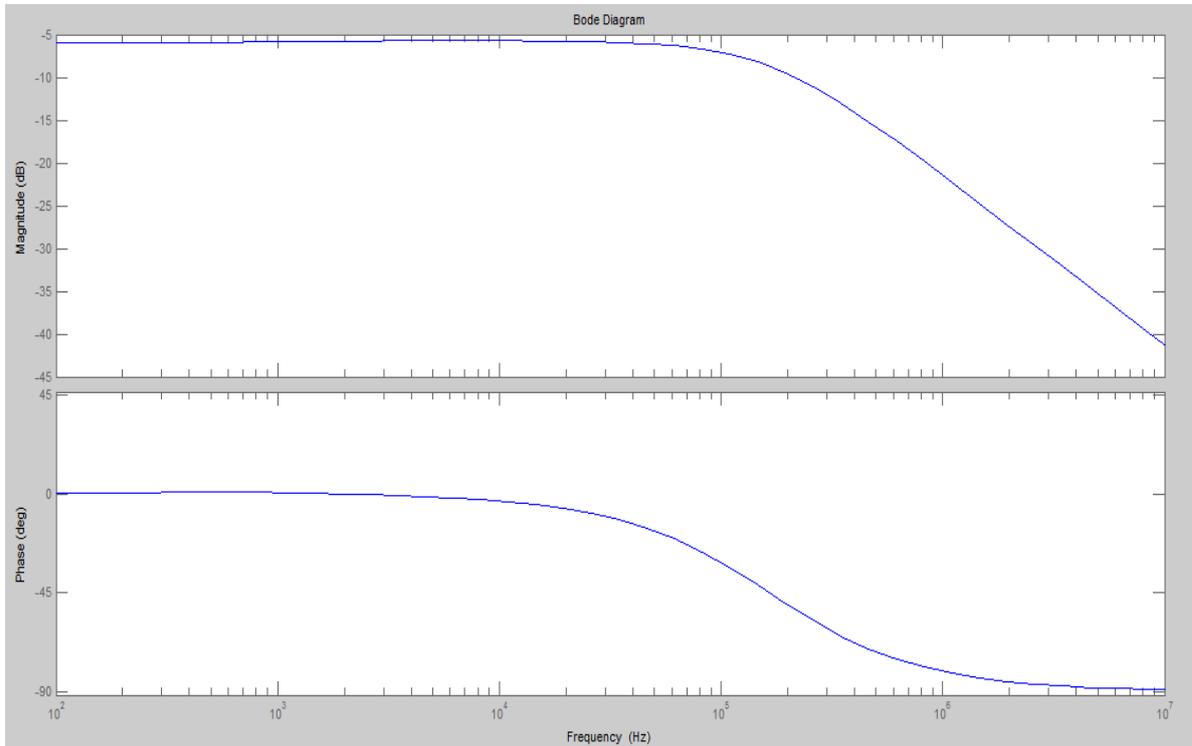


Figura 21: Diagrama de Bode do sistema

Para a frequência aplicada espera-se obter uma defasagem praticamente nula entre os sinais de entrada e saída. A resposta mostrada com o MATLAB é a seguinte.

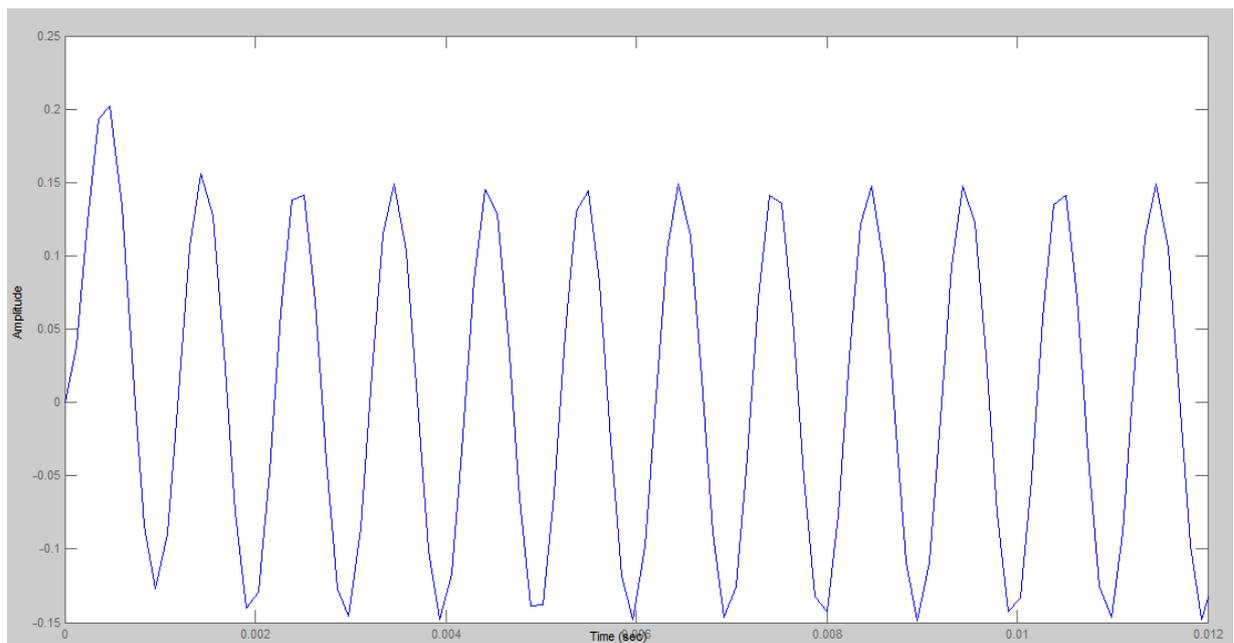


Figura 22: Resposta mostrada pelo MATLAB

As formas de onda vistas no laboratório foram as seguintes.

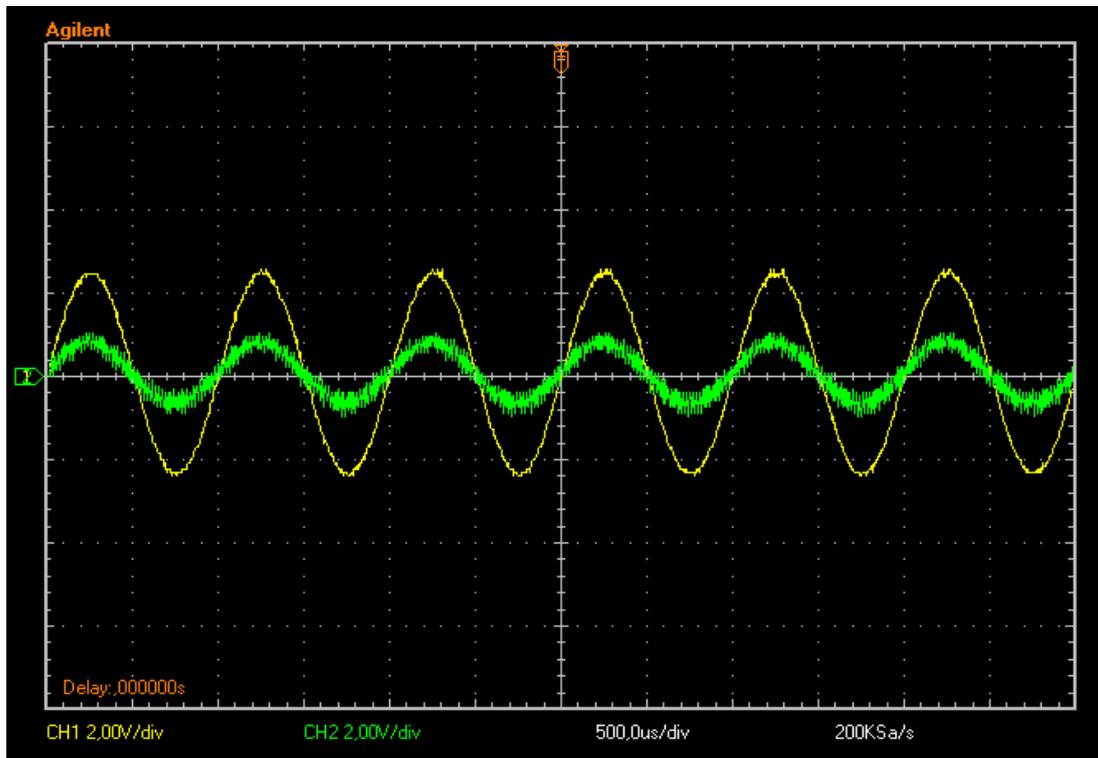


Figura 23: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) observadas no osciloscópio

Pode-se perceber que a defasagem entre os sinais é praticamente nula, como previsto através da análise do diagrama de Bode. Após esse passo, o valor de R_p foi mudado para verificar a variação da resposta, a nova resistência foi a seguinte:

$$R_p = 139 \, \Omega$$

Para tal valor a função de transferência do sistema em malha fechada é a seguinte:

$$T(s) = \frac{2,2 \cdot 10^{-4} s + 1}{6,116 \cdot 10^{-11} s^2 + 2,526 \cdot 10^{-4} s + 2}$$

O diagrama de Bode é mostrado abaixo:

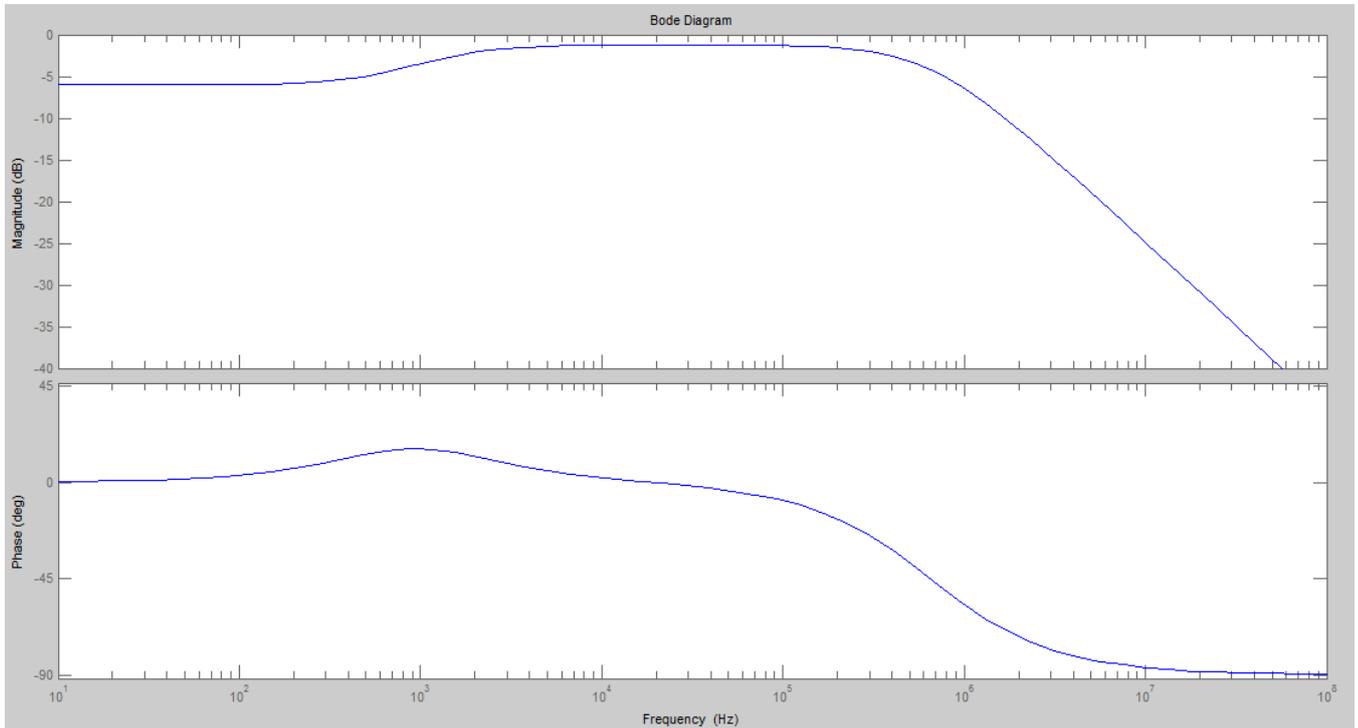


Figura 24: Diagrama de Bode do sistema

Para a frequência de 1 kHz espera-se uma defasagem de 15,6 ° entre os sinais de entrada e saída. A resposta simulada com a ajuda do MATLAB é mostrada na figura abaixo.

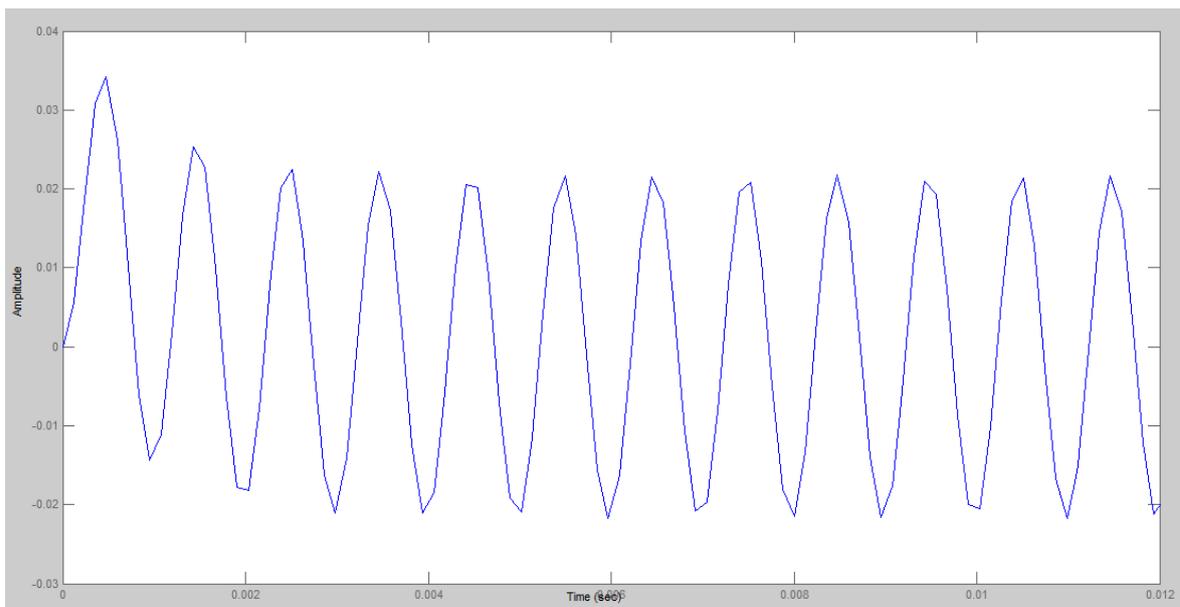


Figura 25: Resposta mostrada pelo MATLAB

O resultado observado no laboratório está ilustrado abaixo:

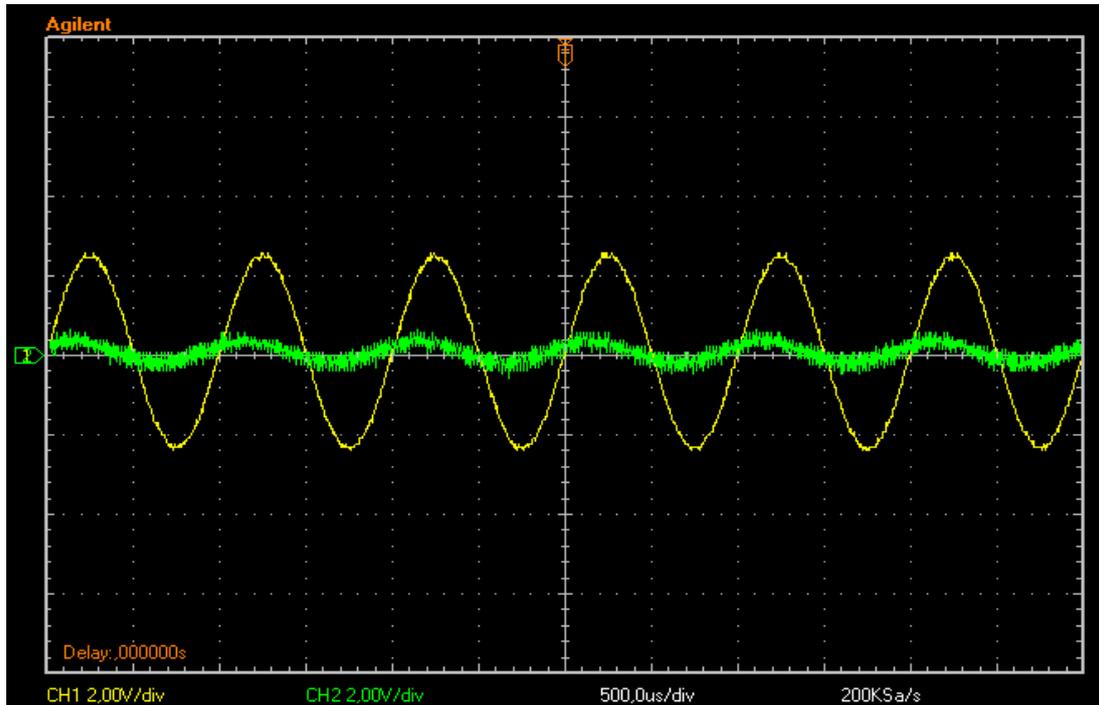


Figura 26: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) observadas no osciloscópio

A função *delay* do osciloscópio estima um tempo de atraso de 40 μs entre os dois sinais, logo a defasagem é dada por:

$$\Phi = 2\pi f\Delta t$$

$$\Phi = 0,2513 \text{ rad}$$

$$\Phi = 14,4^\circ$$

O valor encontrado com base nos dados da prática é muito próximo do estimado pela análise de resposta em frequência do sistema. Um último valor para o resistor R_p foi adotado como sendo:

$$R_p = 0,5 \text{ k}\Omega$$

Para tal valor a função de transferência é mostrada abaixo:

$$T(s) = \frac{2,2 \cdot 10^{-4} s + 1}{2,2 \cdot 10^{-10} s^2 + 3,32 \cdot 10^{-4} s + 2}$$

O diagrama de Bode é mostrado abaixo:

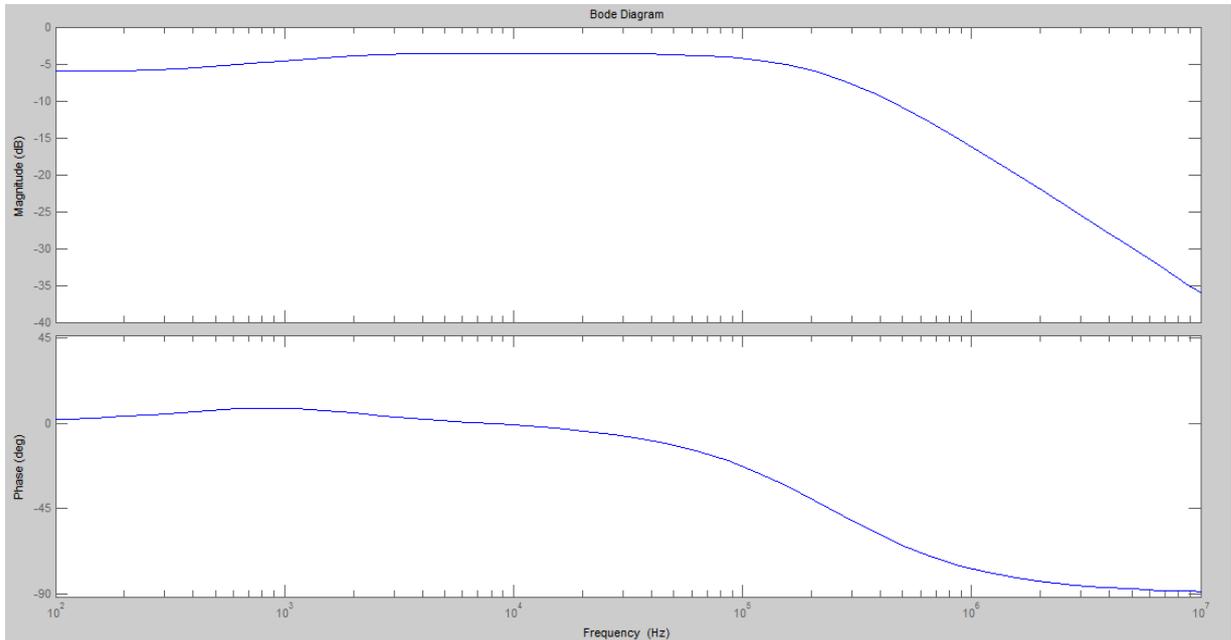


Figura 27: Diagrama de Bode do sistema

A resposta em frequência do sistema diz que para a frequência de 1 kHz tem-se uma defasagem de 7,7° entre os dois sinais. A simulação da resposta feita com o auxílio do MATLAB é mostrada na figura a seguir:

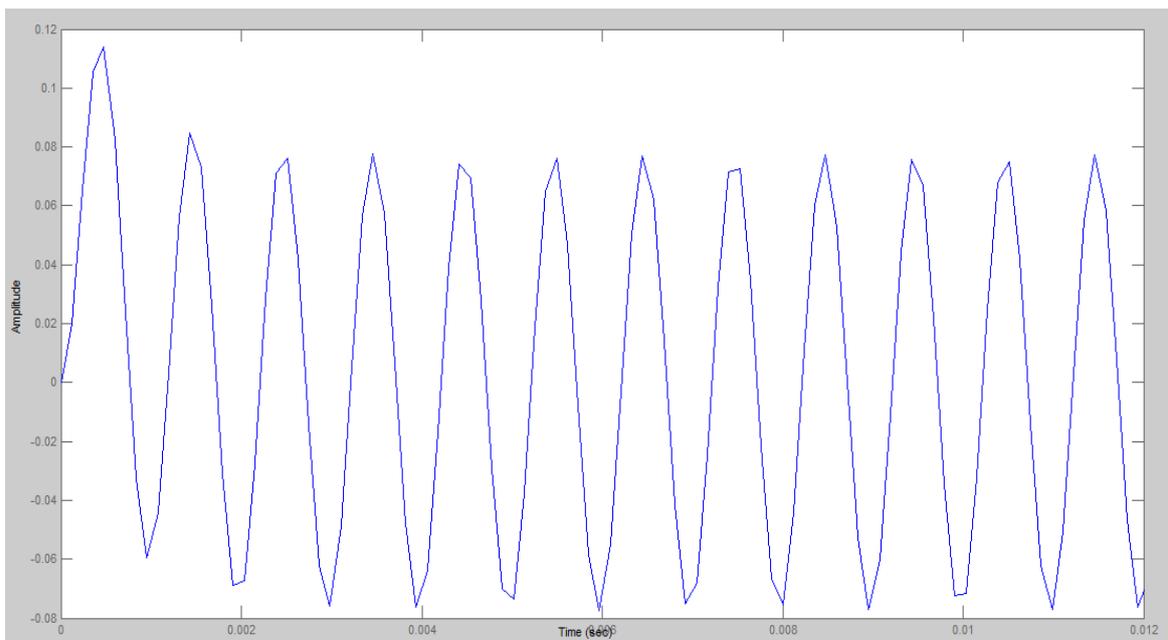


Figura 28: Resposta mostrada pelo MATLAB

O resultado experimental é o mostrado na figura seguinte:

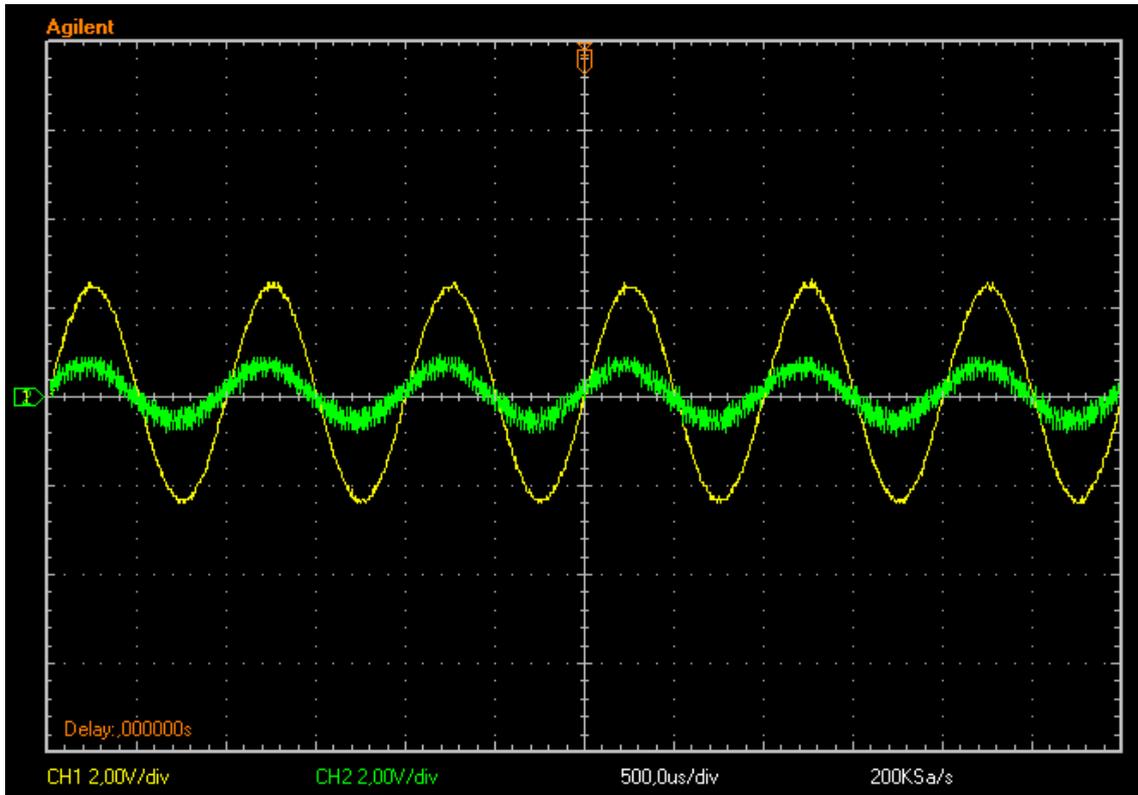


Figura 29: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) observadas no osciloscópio

Novamente através da função *delay* do osciloscópio estima-se um Δt entre os dois sinais de 20 μ s. Para tal valor a defasagem é dada por:

$$\Phi = 2\pi f\Delta t$$

$$\Phi = 0,1257 \text{ rad}$$

$$\Phi = 7,2^\circ$$

As previsões teóricas são condizentes com o valor estimado através dos dados coletados em laboratório. Portanto, pode-se dizer através da análise dos resultados anteriores que o valor usado para o resistor R_p na configuração adotada tinha diversas implicações tais como: definir o tipo de compensação (atraso ou avanço), variar o ganho e também varia a defasagem entre os sinais na entrada e na saída.

Agora o estudo será voltado para o compensador por atraso-avanço de fase. O esquema da montagem feita é mostrado na figura seguinte:

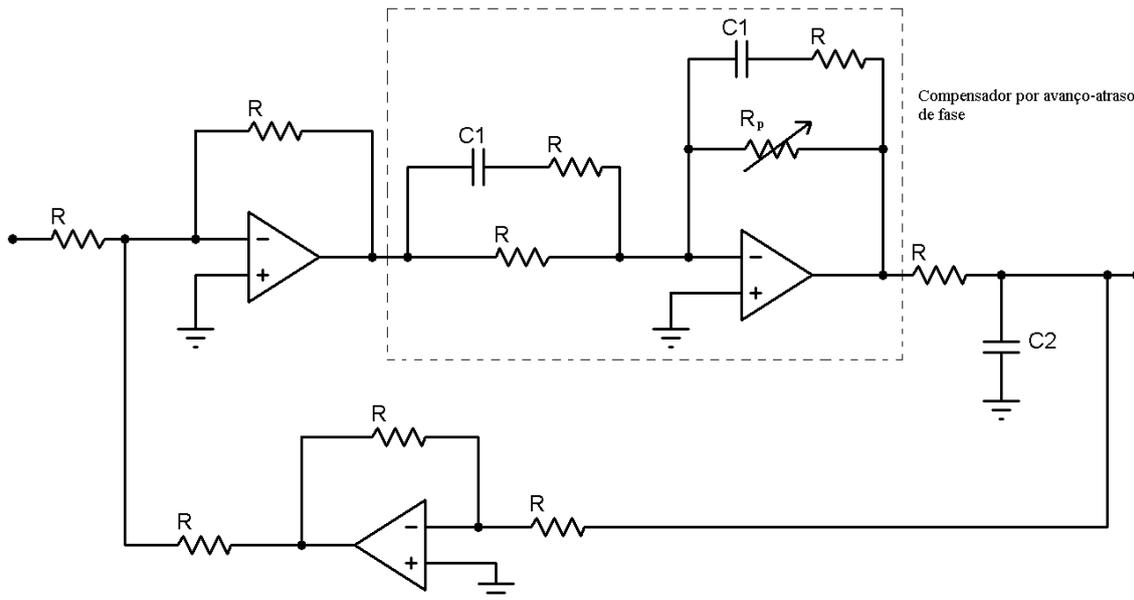


Figura 30: Circuito RC onde foi aplicado um compensador por atraso de fase e realimentação negativa

O valor da resistência R_p será excursionado para avaliar o impacto sobre o comportamento da resposta do sistema a uma entrada senoidal de frequência 1 kHz. O primeiro valor utilizado na implementação foi o seguinte:

$$R_p = 10,17 \text{ k}\Omega$$

Com tal valor a função de transferência do sistema é mostrada abaixo:

$$T(s) = \frac{4,475 \cdot 10^{-3} s + 10,17}{4,915 \cdot 10^{-9} s^2 + 6,934 \cdot 10^{-3} s + 11,17}$$

A resposta em frequência do sistema é ilustrada através do diagrama de Bode mostrado abaixo:

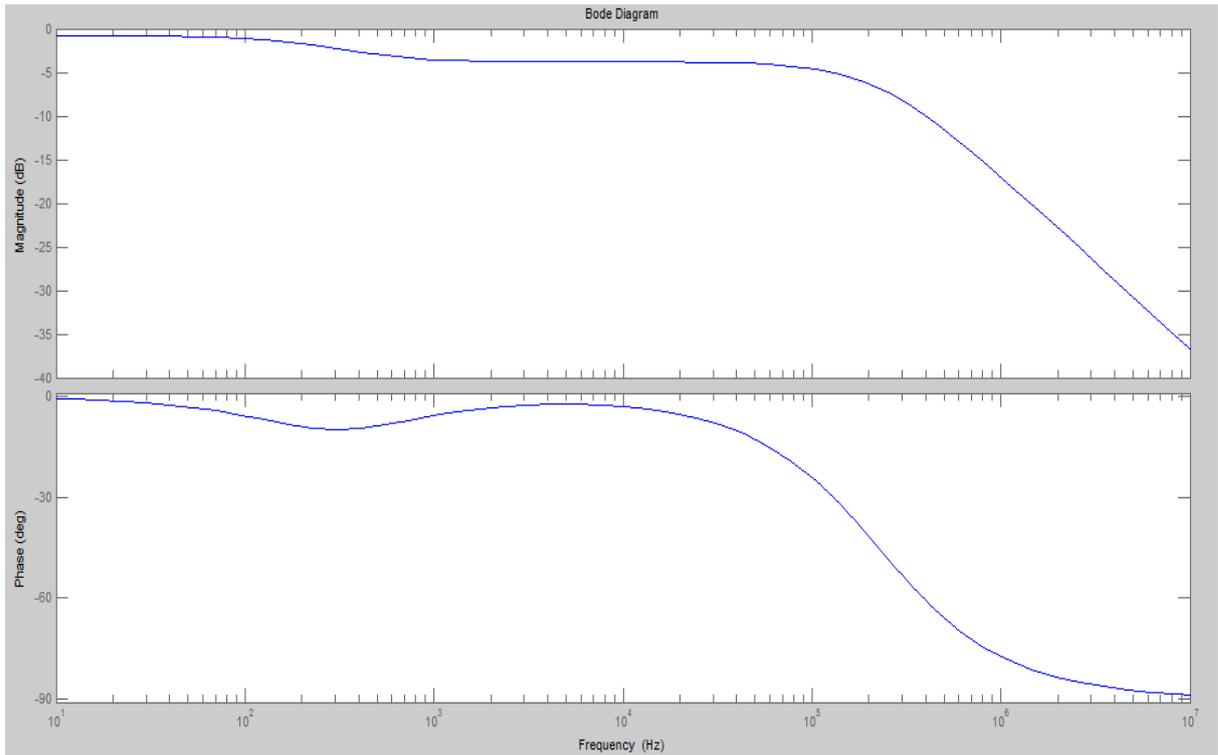


Figura 31: Diagrama de Bode do sistema

Espera-se que a defasagem entre os sinais seja muito pequena para a frequência de 1 kHz. A resposta simulada com o MATLAB é a seguinte:

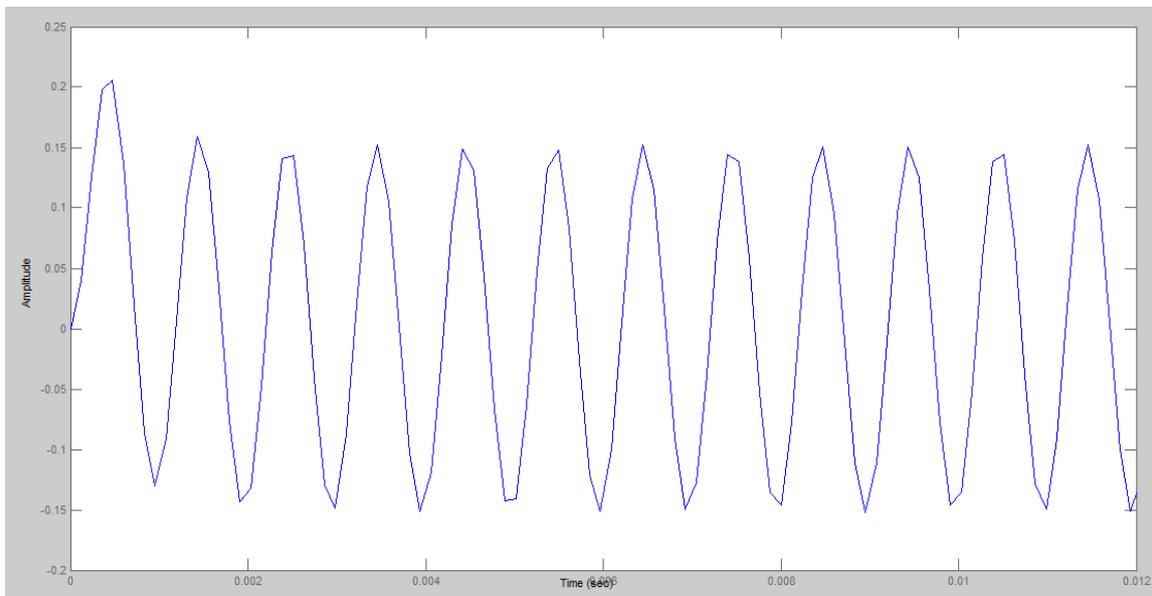


Figura 32: Resposta mostrada pelo MATLAB

No laboratório, os sinais observados na tela do osciloscópio foram os seguintes:

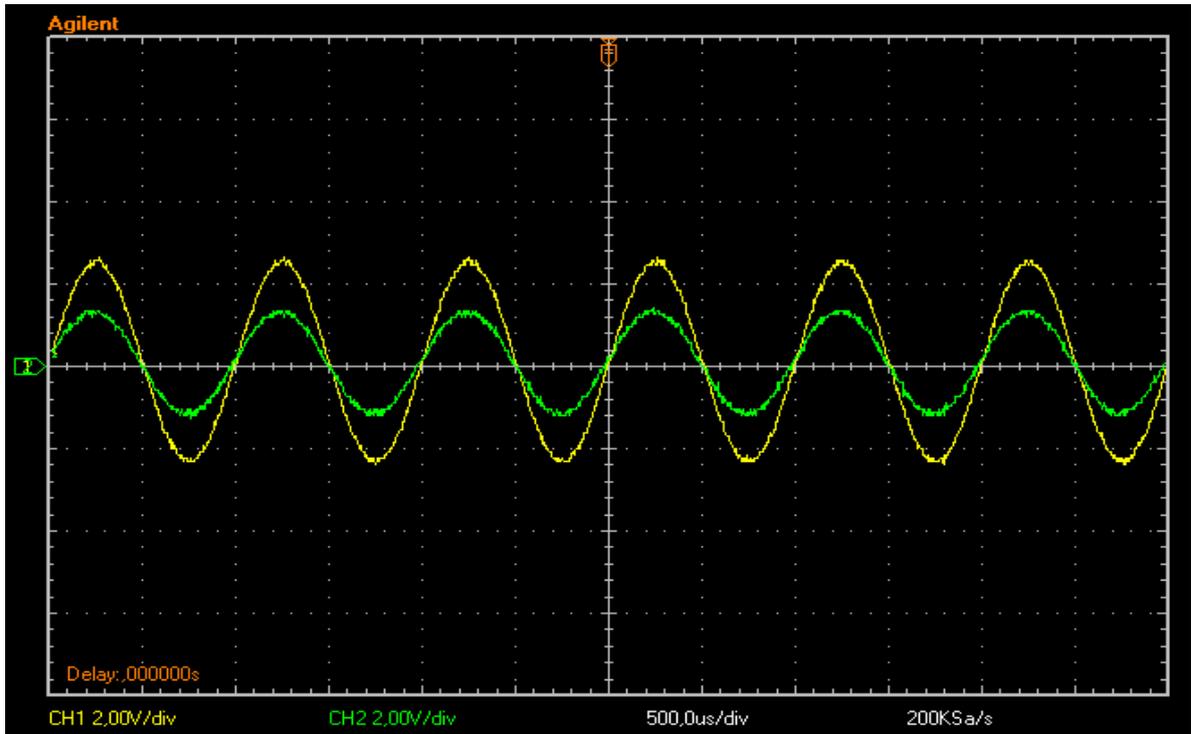


Figura 33: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) observadas no osciloscópio

Nota-se que os sinais possuem praticamente a mesma fase, como esperado através da resposta em frequência do sistema. Agora, o valor de R_p é mudado para o seguinte:

$$R_p = 5,02 \text{ k}\Omega$$

Com tal valor de resistência a função de transferência passa a ser:

$$T(s) = \frac{2,209 \cdot 10^{-3}s + 5,02}{2,649 \cdot 10^{-9}s^2 + 3,535 \cdot 10^{-3}s + 6,02}$$

O diagrama de Bode dessa função está ilustrado abaixo:

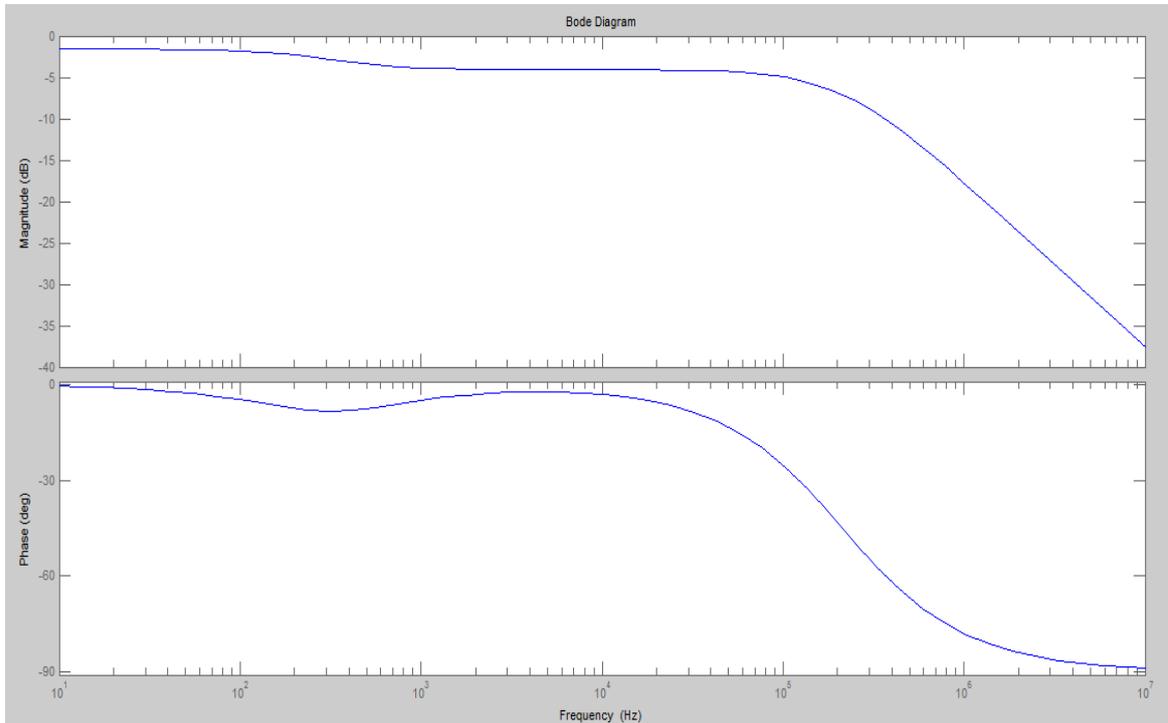


Figura 34: Diagrama de Bode do sistema

Para a frequência de 1 kHz espera-se que haja uma defasagem de $4,97^\circ$ entre os sinais de entrada e saída, o que implica em um *delay* de aproximadamente 14 μ s. A resposta mostrada conseguida com o MATLAB é ilustrada a seguir:

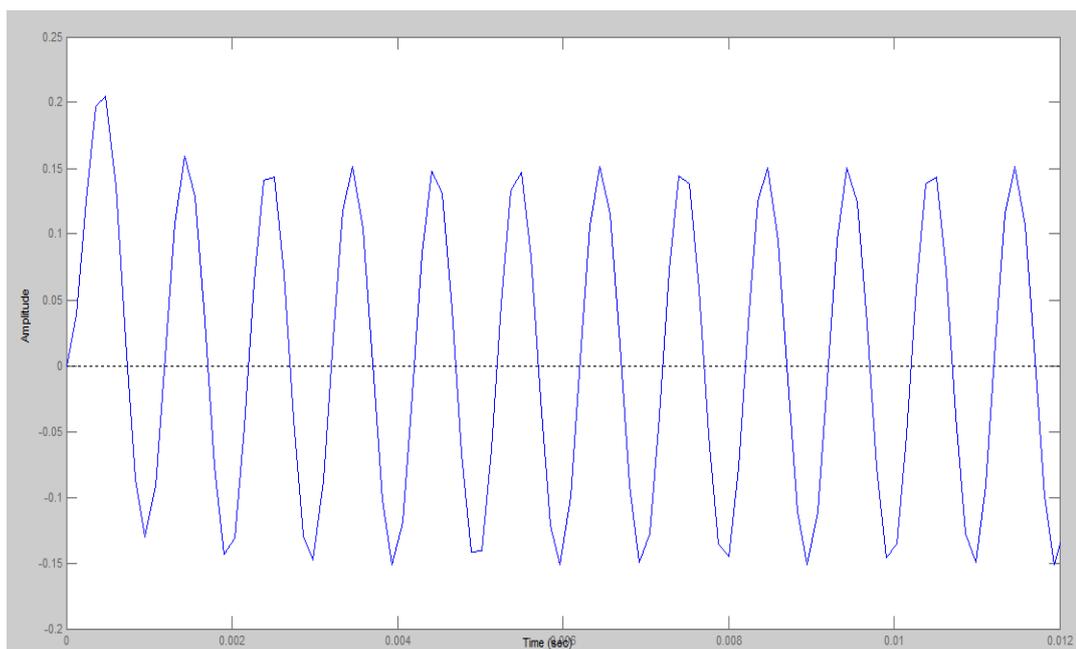


Figura 35: Resposta mostrada pelo MATLAB

Os sinais observados no laboratório para os valores descritos anteriormente são mostrados na figura 34.

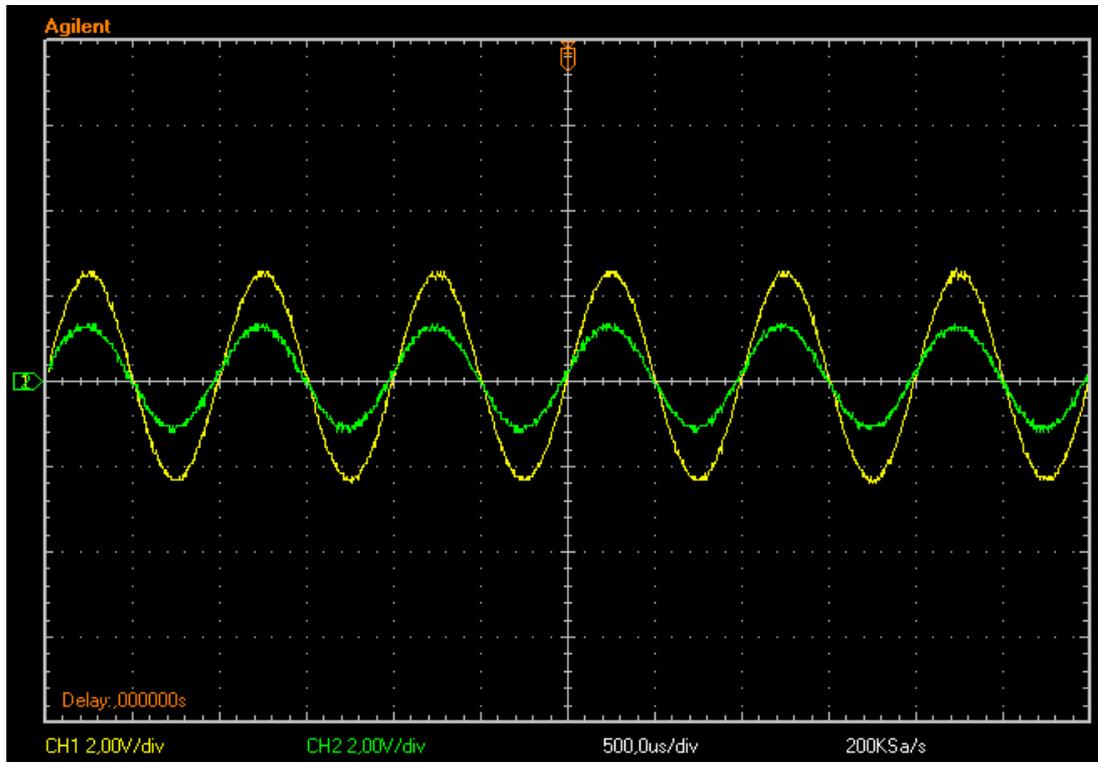


Figura 36: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) observadas no osciloscópio

Olhando a figura acima é quase imperceptível a defasagem existente entre os sinais, esse atraso deve ser da ordem $14 \mu\text{s}$. Os valores conseguidos com a função *delay* do osciloscópio nessa montagem foram muito altos e claramente se percebia que havia algum erro sobreposto. Uma última implementação foi realizada usando agora uma resistência R_p com o seguinte valor:

$$R_p = 0,404 \text{ k}\Omega$$

Com tal valor a função de transferência do sistema é dada por:

$$T(s) = \frac{1,778 \cdot 10^{-4} s + 0,404}{6,178 \cdot 10^{-10} s^2 + 4,886 \cdot 10^{-4} s + 1,404}$$

O diagrama de Bode para tal função é mostrada abaixo:

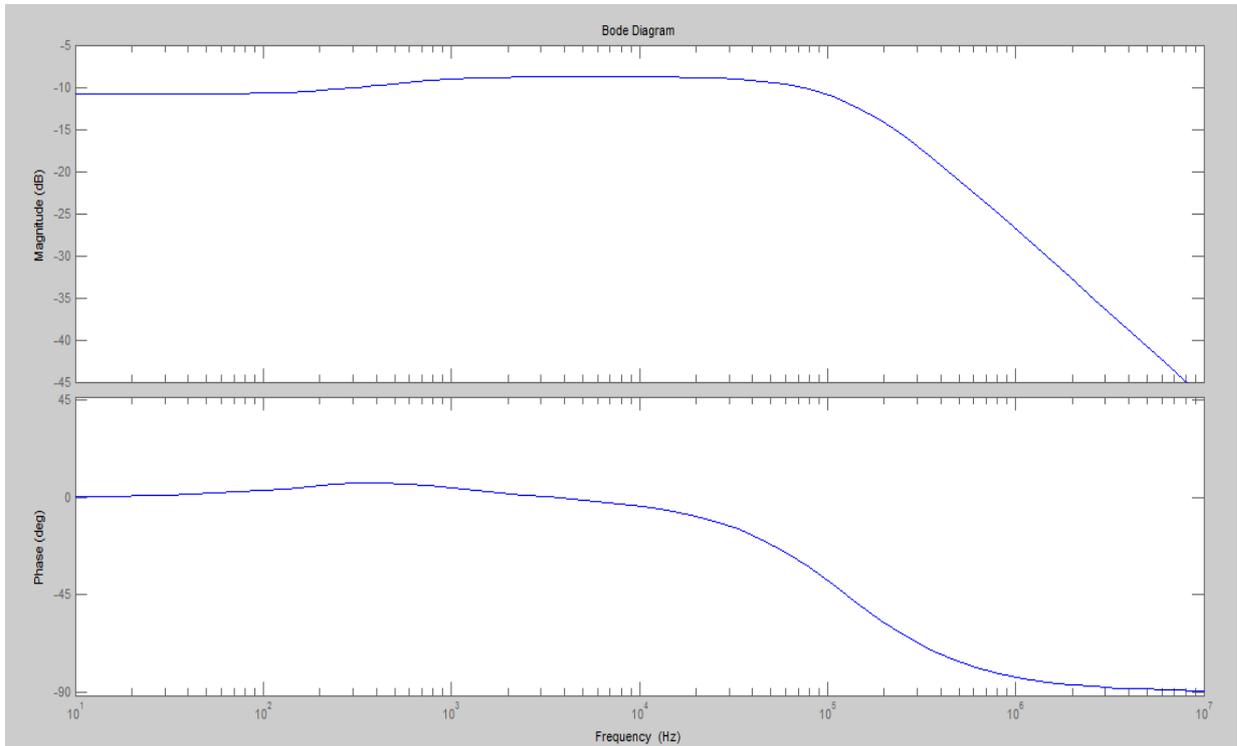


Figura 37: Diagrama de Bode do sistema

Nesse caso espera-se uma defasagem de $4,29^\circ$ entre os dois sinais, o que implica em um atraso temporal de aproximadamente $12 \mu\text{s}$. A simulação da resposta com o MATLAB mostra a seguinte forma de onda.

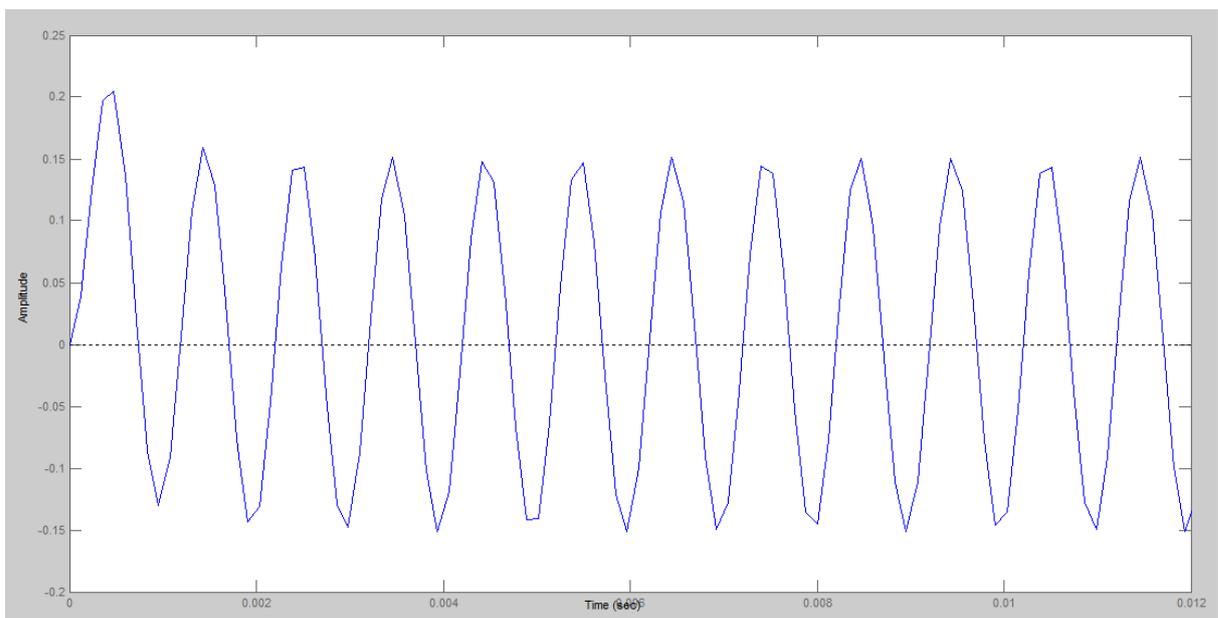


Figura 38: Resposta mostrada pelo MATLAB

As formas de onda vistas no osciloscópio durante a realização da prática foram as seguintes.

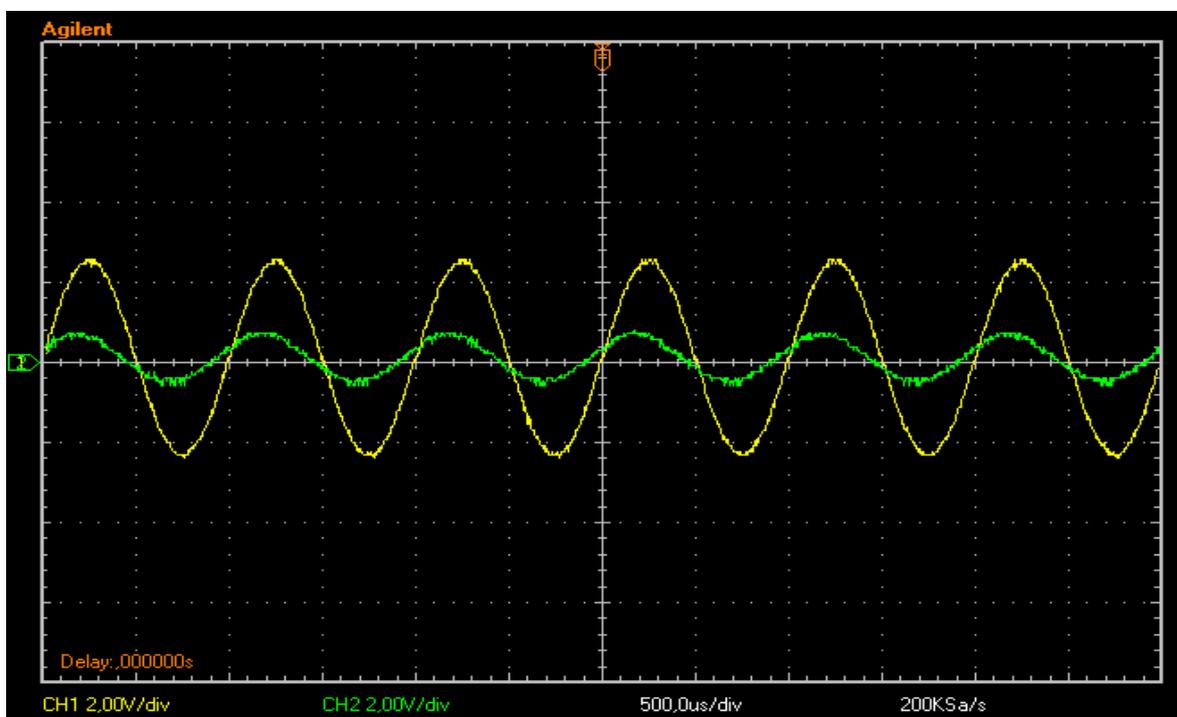


Figura 39: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) observadas no osciloscópio

Nessa figura a pequena defasagem entre os sinais é mais perceptível, provavelmente a defasagem real é um pouco maior do que a prevista teoricamente, esse erro deve ter origem em alguma medida ou algum fator não previsto durante a realização do experimento.

Agora algumas inferências podem ser feitas sobre o compensador por atraso-avanço de fase. Com as diferentes implementações realizadas pôde-se perceber que esse compensador faz com que a fase dos sinais de entrada seja praticamente a mesma para uma grande faixa de freqüência, portanto, um ajuste fino dos parâmetros do compensador permitiria que para uma determinada faixa de freqüências de trabalho a defasagem entre os sinais fosse nula. Perceberam-se também variações na amplitude do sinal de saída através do ajuste de parâmetros do controlador. Vale ressaltar que os efeitos descritos também levam em consideração a realimentação negativa feita no sistema, portanto, as características descritas anteriormente dizem respeito ao efeito combinado do compensador e da realimentação negativa.

CÓDIGO MATLAB

Atraso de Fase

```
R=1.2K
> num=[0 3.168e-4 1.2e3];
>> den=[2.88e-7 1.2006336 2400];
>> F=tf(num,den)
```

```
Transfer function:
      0.0003168 s + 1200
-----
```

```
2.88e-007 s^2 + 1.201 s + 2400
```

```
>> A=[0 0 6280];
>> B=[1 0 39.4384e6];
>> S=tf(A,B)
```

```
Transfer function:
      6280
-----
```

```
s^2 + 3.944e007
```

```
>> V=S*F
```

```
Transfer function:
      1.99 s + 7.536e006
-----
```

```
2.88e-007 s^4 + 1.201 s^3 + 2411 s^2 + 4.735e007 s + 9.465e010
```

```
>> impulse(V)
```

```
R=4,59K
```

```
>> A=[0 0 6280];
>> B=[1 0 39.4384e6];
>> S=tf(A,B)
```

```
Transfer function:
      6280
-----
```

```
s^2 + 3.944e007
```

```
>> num=[0 4.634982e-3 4.59e3];
>> den=[4.634982e-6 4.599269964 9180];
>> F=tf(num,den)
```

```
Transfer function:
      0.004635 s + 4590
-----
```

```
4.635e-006 s^2 + 4.599 s + 9180
```

```
>> V=S*F
```

```
Transfer function:
      29.11 s + 2.883e007
-----
```

```
4.635e-006 s^4 + 4.599 s^3 + 9363 s^2 + 1.814e008 s + 3.62e011
```

```
>> impulse(V)
```

```
R=10k
>> A=[0 0 6280];
>> B=[1 0 39.4384e6];
>> S=tf(A,B)
```

Transfer function:
6280

s² + 3.944e007

```
>> num=[0 0.022 10000];
>> den=[2.2e-5 10.000044 20000];
>> F=tf(num,den)
```

Transfer function:
0.022 s + 10000

2.2e-005 s² + 10 s + 20000

```
>> V=S*F
```

Transfer function:
138.2 s + 6.28e007

2.2e-005 s⁴ + 10 s³ + 2.087e004 s² + 3.944e008 s + 7.888e011

```
>> impulse(V)
```

Avanço de Fase

```
R=0.5k
>> num=[0 1.1e-4 0.5e3];
>> den=[1.1e-7 1.00022 1500];
>> F=tf(num,den)
```

Transfer function:
0.00011 s + 500

1.1e-007 s² + s + 1500

```
>> A=[0 0 6280];
>> B=[1 0 39.4384e6];
>> S=tf(A,B)
```

Transfer function:
6280

s² + 3.944e007

```
>> V=S*F
```

Transfer function:
0.6908 s + 3.14e006

1.1e-007 s⁴ + s³ + 1504 s² + 3.945e007 s + 5.916e010

```
>> impulse(V)
R=0.98K
>> num=[0 2.156e-4 0.98e3];
>> den=[2.156e-7 1.0004312 1980];
>> F=tf(num,den)
```

```
Transfer function:
  0.0002156 s + 980
-----
2.156e-007 s^2 + s + 1980
```

```
>> A=[0 0 6280];
>> B=[1 0 39.4384e6];
>> S=tf(A,B)
```

```
Transfer function:
  6280
-----
s^2 + 3.944e007
```

```
>> V=S*F
```

```
Transfer function:
  1.354 s + 6.154e006
-----
2.156e-007 s^4 + s^3 + 1989 s^2 + 3.946e007 s + 7.809e010
```

```
>> impulse(V)
R=0.139k
>> A=[0 0 6280];
>> B=[1 0 39.4384e6];
>> S=tf(A,B)
```

```
Transfer function:
  6280
-----
s^2 + 3.944e007
```

```
>> num=[0 3.058e-5 0.139e3];
>> den=[3.058e-8 1.00006116 1139];
>> F=tf(num,den)
```

```
Transfer function:
  3.058e-005 s + 139
-----
3.058e-008 s^2 + s + 1139
```

```
>> V=S*F
```

```
Transfer function:
  0.192 s + 872920
-----
3.058e-008 s^4 + s^3 + 1140 s^2 + 3.944e007 s + 4.492e010
```

```
>> impulse(V)
```

Avanço-Atraso

```
R=0.4k
```

```
>> A=[0 0 6280];
```

```
>> B=[1 0 39.4384e6];
```

```
>> S=tf(A,B)
```

```
Transfer function:
```

```
6280
```

```
-----  
s^2 + 3.944e007
```

```
>> num=[3.872e-14 5.28e-7 1];
```

```
>> den=[6.776e-17 5.2810648e-10 1.001056e-3 2];
```

```
>> F=tf(num,den)
```

```
Transfer function:
```

```
3.872e-014 s^2 + 5.28e-007 s + 1
```

```
-----  
6.776e-017 s^3 + 5.281e-010 s^2 + 0.001001 s + 2
```

```
>> V=S*F
```

```
Transfer function:
```

```
2.432e-010 s^2 + 0.003316 s + 6280
```

```
-----  
6.776e-017 s^5 + 5.281e-010 s^4 + 0.001001 s^3 + 2.021 s^2 + 3.948e004 s + 7.888e007
```

```
>> impulse(V)
```

```
R=5.03K
```

```
>> A=[0 0 6280];
```

```
>> B=[1 0 39.4384e6];
```

```
>> S=tf(A,B)
```

```
Transfer function:
```

```
6280
```

```
-----  
s^2 + 3.944e007
```

```
>> num=[4.86904e-13 1.5466e-6 1];
```

```
>> den=[2.91852e-16 1.547378756e-9 1.0030932e-3 2];
```

```
>> F=tf(num,den)
```

```
Transfer function:
```

```
4.869e-013 s^2 + 1.547e-006 s + 1
```

```
-----  
2.919e-016 s^3 + 1.547e-009 s^2 + 0.001003 s + 2
```

```
>> V=S*F
```

```
Transfer function:
```

```
3.058e-009 s^2 + 0.009713 s + 6280
```

```
-----  
2.919e-016 s^5 + 1.547e-009 s^4 + 0.001003 s^3 + 2.061 s^2 + 3.956e004 s + 7.888e007
```

```
>> impulse(V)
R=10,17K
>> A=[0 0 6280];
>> B=[1 0 39.4384e6];
>> S=tf(A,B)
```

Transfer function:

$$\frac{6280}{s^2 + 3.944e007}$$

```
>> num=[9.84456e-13 2.6774e-6 1];
>> den=[5.40628e-16 2.678925136e-9 1.0033374e-3 2];
>> F=tf(num,den)
```

Transfer function:

$$\frac{9.845e-013 s^2 + 2.677e-006 s + 1}{5.406e-016 s^3 + 2.679e-009 s^2 + 0.001003 s + 2}$$

```
>> V=S*F
```

Transfer function:

$$\frac{6.182e-009 s^2 + 0.01681 s + 6280}{5.406e-016 s^5 + 2.679e-009 s^4 + 0.001003 s^3 + 2.106 s^2 + 3.957e004 s + 7.888e007}$$

```
>> impulse(V)
```

CONCLUSÃO

Com relação à utilização dos compensadores em atraso ou avanço pode-se perceber que as previsões teóricas são condizentes com o valor estimado através dos dados coletados em laboratório. Pode-se observar também o valor usado para o resistor R_p na configuração adotada tinha diversas implicações tais como: definir o tipo de compensação (atraso ou avanço), variar o ganho e também varia a defasagem entre os sinais na entrada e na saída.

Sobre o compensador por atraso-avanço de fase, percebeu-se que para as diferentes implementações realizadas, esse compensador faz com que a fase dos sinais de entrada seja praticamente a mesma para uma grande faixa de frequência, portanto, um ajuste fino dos parâmetros do compensador permitiria que para uma determinada faixa de frequências de trabalho a defasagem entre os sinais fosse nula. Perceberam-se também variações na amplitude do sinal de saída através do ajuste de parâmetros do controlador.

Vale ressaltar que os efeitos descritos também levam em consideração a realimentação negativa feita no sistema, portanto, as características descritas anteriormente dizem respeito ao efeito combinado do compensador e da realimentação negativa.

Os prováveis erros comparando o real com a simulação devem ter origem em alguma medida ou algum fator não previsto durante a realização do experimento.

REFERÊNCIAS

- [1] LATHI, B. P. **Sinais e Sistemas Lineares**. 2.ed. Porto Alegre: Bookman, 2007.
- [2] NISE, Norman S. **Engenharia de Sistemas de Controle**. 5.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
- [3] OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de Controle Moderno**. 4.ed. São Paulo: Prentice Hall, 2004.