



UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO  
COLEGIADO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

## LABORATÓRIO DE CONTROLE I

Experimento 2:

### ESTUDO DE CONTROLADORES ELETRÔNICOS BÁSICOS VIA AMPLIFICADORES OPERACIONAIS

COLEGIADO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

DISCENTES: Lucas Pires Barbosa

Quelle Gomes dos Santos

Rafael Pereira Lima

Vital Pereira Batista Júnior

PROFESSOR: Eduard Montgomery

JUAZEIRO-BA

2010

## OBJETIVO

Entender como se utilizam os amplificadores operacionais na fundamentação de ações de controle básicas, de forma a gerar controladores que podem ser utilizados para determinar melhorias nas saídas dos sistemas de 1ª e 2ª Ordem excitados por uma entrada definida: pulso unitário, impulso unitário e rampa unitária.

## INTRODUÇÃO

A busca da qualidade, eficiência e precisão nos processos industriais, exige sistemas de controle em malha fechada sem a presença do operador humano, os quais são chamados de Controladores Automáticos.

Quando se tem a comparação do valor atual da variável de saída de um sistema com um valor de referência desejado, gera-se um sinal de erro. Para tanto, este sinal de erro produz um sinal de controle que deverá agir no sentido de minimizar o erro ou até mesmo anulá-lo. A partir dessa premissa, tem-se a chamada *Ação de Controle*.

Os controladores industriais analógicos são classificados de acordo com a ação de controle que executam. Esta classificação é mostrada a seguir.

- Controladores ON-OFF;
- Controladores Proporcionais;
- Controladores Integrais;
- Controladores Proporcionais-Integrais;
- Controladores Proporcionais-Derivativos;
- Controladores Proporcionais-Integrais-Derivativos.

Estes controladores podem ser implementados de três formas: Controladores Eletrônicos, Controladores Pneumáticos ou Controladores Hidráulicos. Como fontes de energia utilizam a eletricidade, pressão ar e pressão de óleo respectivamente.

Seja o sistema de controle mostrado da fig.1:

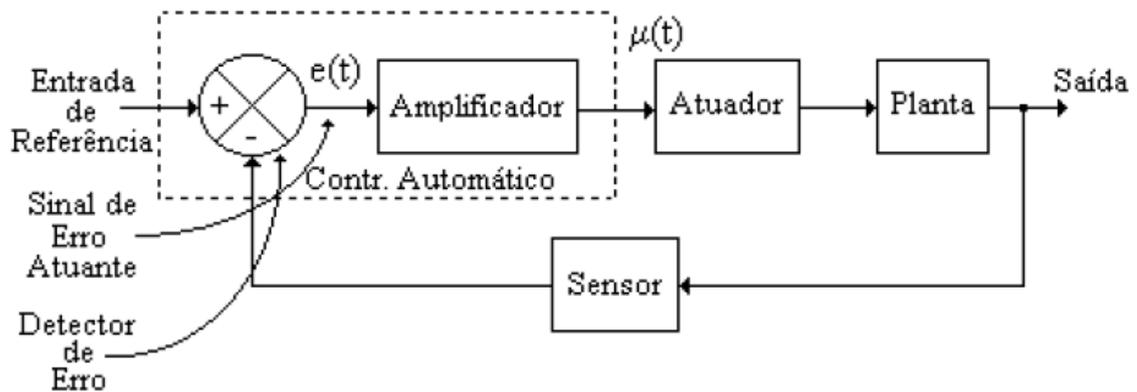


Fig. 1: Diagrama de blocos de um controlador automático

O controlador automático é formado pelo detector de erro e um amplificador, cuja função é transformar o sinal de erro, que é de baixa potência em um sinal de potência um pouco mais elevada.

O atuador transforma o sinal de erro amplificado no valor de entrada da planta, com o objetivo de que a saída da planta se aproxime do valor de referência.

Em um sistema de controle tipo Liga-Desliga (ON-OFF), o elemento de atuação possui apenas duas posições, ou seja, o dispositivo fornece apenas dois valores na saída. A grande utilização deste tipo de controlador pode ser justificada pela simplicidade da sua construção e pelo seu baixo custo.

O controlador Liga-Desliga pode ser equacionado da seguinte forma. Seja  $u(t)$  o sinal de saída do controlador e  $e(t)$  o sinal de entrada. O sinal de saída  $u(t)$  permanece no valor máximo ou mínimo, dependendo se o valor do erro é positivo ou negativo, de tal forma que:

$$u(t) = \begin{cases} U_1 & \text{se } e(t) > 0 \\ U_2 & \text{se } e(t) < 0 \end{cases} \quad (1)$$

Este tipo de função pode ser implementada como um simples comparador ou mesmo um relé físico. Note que neste caso teríamos uma inconsistência em zero e, na presença de ruídos, teríamos chaveamentos espúrios quando o sinal  $e(t)$  for próximo de zero.

Para evitar este tipo de problema, utiliza-se na prática o que chamamos de *controlador liga-desliga com histerese* mostrado na fig.2.

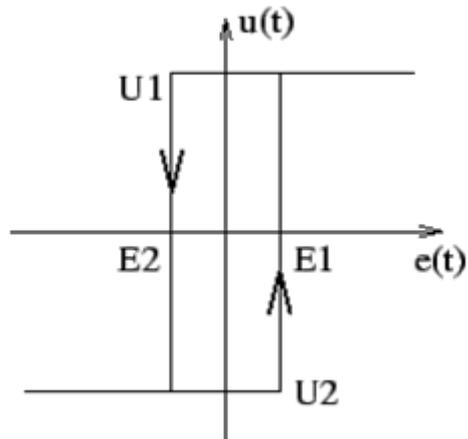
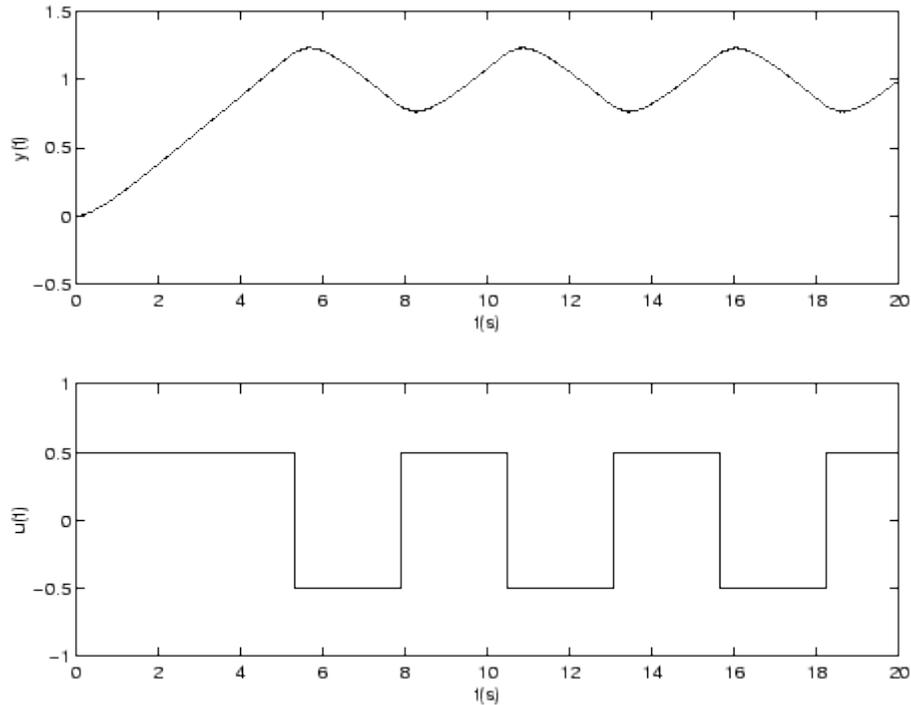


Fig. 2: Sinal On-Off com histerese

Com este tipo de controlador temos o seguinte comportamento:

- Se  $u(t) = U_1$ , é necessário que o valor de  $e(t)$  desça abaixo de para que haja um chaveamento para  $U_2$ .
- Se  $u(t) = U_2$ , é necessário que o valor de  $e(t)$  ultrapasse o valor de para que haja um chaveamento para  $U_1$ .

O gráfico da fig.3 mostra a curva de resposta em malha fechada e o respectivo sinal de controle para um sistema com controlador liga-desliga com histerese. Note que, em regime permanente, a saída do sistema apresenta uma oscilação em torno do valor de referência. Este fato denota a baixa precisão obtida com este tipo de controlador. A amplitude e a frequência da oscilação são funções do intervalo. A determinação do intervalo deve ser feita levando-se em consideração a precisão desejada, os níveis de ruído e a vida útil dos componentes.



**Fig. 3: Controle On-Off**

A ação de controle liga-desliga possui limitações no que diz respeito ao comportamento dinâmico e em regime permanente do sistema em malha fechada. Suas aplicações restringem-se a sistemas onde não é necessária precisão nem um bom desempenho dinâmico. Como exemplos corriqueiros de aplicação deste tipo de controle têm: termostato da geladeira, controle de nível d'água a partir de "bóias".

Em um controlador com ação de controle proporcional a relação entre a ação de controle  $u(t)$  e o erro de atuação  $e(t)$  é dado por:

$$u(t) = K_p e(t) \quad (2)$$

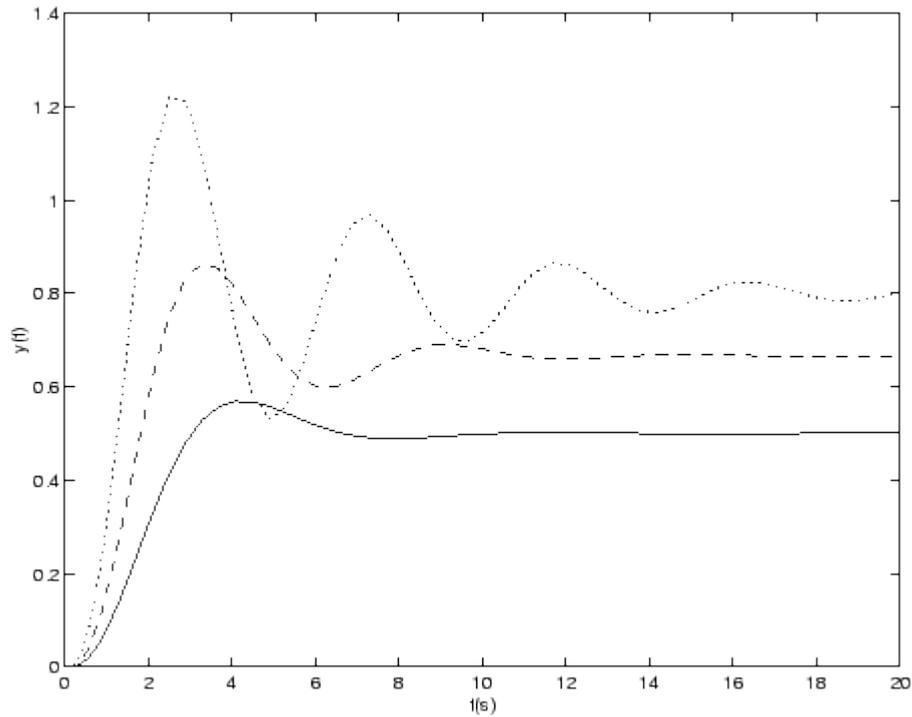
ou expresso na variável de Laplace como:

$$U(s) = K_p E(s) \quad (3)$$

onde  $K_p$  é denominado constante proporcional.

A fig.4 mostra a resposta de um sistema considerando-se a aplicação de uma ação proporcional. Note que, quanto maior o ganho  $K_p$  menor o erro em regime permanente, isto é, melhor a precisão do sistema em malha fechada. Este erro pode ser diminuído com o aumento do ganho, entretanto nunca conseguiremos anular completamente o erro. Por outro lado, quanto maior o ganho, mais oscilatório tende a ficar o comportamento transitório do

sistema em malha fechada. Na maioria dos processos físicos, o aumento excessivo do ganho proporcional pode levar o sistema à instabilidade.



**Fig. 4:** Ação proporcional:  $K_p=1$  (contínuo),  $2$  (tracejado),  $4$  (pontilhado)

Para um controlador, cuja ação de controle é integral a saída do controlador “ $u(t)$ ”, varia com um taxa proporcional ao sinal de erro atuante, isto é:

$$\frac{du(t)}{dt} = K_i e(t) \quad (4)$$

Ou,

$$u(t) = K_i \int_0^t e(t) \quad (5)$$

A função transferência pode ser representada por:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{S} \quad (6)$$

Onde  $K_i$  é o ganho integral.

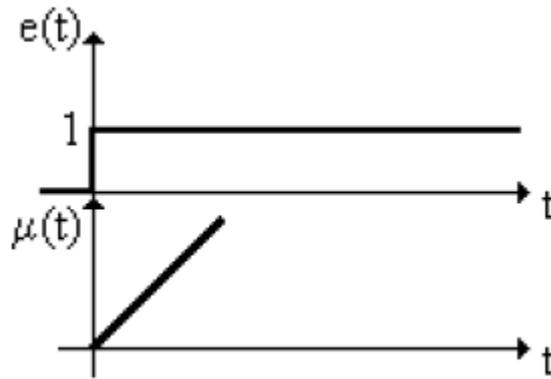


Fig. 5: Controle Integral

Se o sinal de erro atuante é nulo, significa que a taxa de variação do sinal de saída do controlador é nula, portanto “ $u(t)$ ” é Constante. Por outro lado, como a saída não pode variar instantaneamente, a ação integral afeta a dinâmica do sistema.

Vale salientar que o erro de regime estacionário pode ser melhorado posicionando-se um pólo em malha aberta na origem, uma vez que este posicionamento aumenta o tipo de sistema em uma unidade. Os circuitos ativos podem ser utilizados para posicionar pólos na origem.

Com um sistema operado com uma resposta transiente desejável gerada pelos pólos em uma malha fechada. Para se melhorar o erro de regime estacionário sem afetar a resposta transiente, primeiro se adiciona um pólo na origem visando aumentar o tipo do sistema.

Para resolver o problema, adiciona-se também um zero próximo do pólo na origem. Assim as contribuições angulares do zero do compensador e do pólo do compensador se cancelam.

Com isso o ganho requerido no pólo dominante é aproximadamente o mesmo de antes da compensação, uma vez que a relação entre os comprimentos do pólo do compensador e do zero do compensador é aproximadamente unitária.

Dessa forma melhora-se o erro de regime estacionário sem afetar apreciavelmente a resposta transiente. Um compensador com um pólo na origem e um zero próximo do pólo é chamado de *compensador integral ideal*.

E a função de transferência dessa estrutura de compensação é

$$G_c(s) = K_1 + \frac{K_2}{s} = \frac{\left(s + \frac{K_2}{K_1}\right)}{s} \quad (7)$$

A resposta transiente de um sistema pode ser selecionada escolhendo-se uma localização apropriada no plano  $s$  para o pólo em malha fechada. Se este ponto estiver

sobre o lugar geométrico das raízes, então um simples ajuste de ganho é suficiente para atender às especificações da resposta transiente. Se a localização do pólo em malha fechada não estiver sobre o lugar geométrico das raízes, então este lugar deverá ter sua forma modificada de modo que o novo lugar geométrico das raízes (compensado) passe pela localização escolhida do pólo em malha fechada. Para realizar essa tarefa pólos e zeros devem ser adicionados ao percurso direto para produzir uma nova função de malha aberta, cujo lugar geométrico das raízes passe pelo ponto de projeto no plano  $s$ . Uma forma de aumentar a velocidade do sistema original que geralmente funciona consiste em adicionar um zero simples ao percurso direto.

Este zero pode ser representado por um compensador cuja função de transferência é:

$$G_c(s) = s + z_c \quad (8)$$

Esta função, a soma de uma derivação e de um ganho puro, é chamada de *controlador derivativo ideal* ou *controlador PD*. Uma escolha criteriosa da posição do zero compensador pode tornar mais rápida a resposta em relação à do sistema não compensado. Para uma compensação derivativa ideal a função de transferência é:

$$G_c(s) = K_1 + K_2s = K_2 \left( s + \frac{K_1}{K_2} \right) \quad (9)$$

Portanto a razão  $K_1/K_2$  é escolhida igual ao negativo do zero do compensador, e  $K_2$  é escolhido para contribuir com o valor de ganho de malha necessário.

Embora o compensador derivativo ideal possa melhorar a resposta transiente do sistema, ele apresenta duas desvantagens. Primeiramente, requer um circuito ativo para efetuar a derivação. Segundo, é que a derivação é um procedimento ruidoso. O nível do ruído é baixo, porém a frequência do ruído é alta em comparação com a do sinal. A derivação de altas frequências pode conduzir a sinais indesejáveis de grande amplitude ou à saturação de amplificadores e de outros componentes.

Os controladores PD e PI são agora combinadas de modo a se obter uma melhoria no erro de regime estacionário e na resposta transiente independente. Basicamente melhora-se, de início, a resposta transiente utilizando o controlador PD. Em seguida melhora-se o erro de regime estacionário desse sistema compensado aplicando o controlador PI. Uma desvantagem desse procedimento é uma pequena queda na velocidade da resposta ao se melhorar o erro de regime estacionário.

Como alternativa, pode-se melhorar o erro de regime estacionário primeiro e, então, seguir com o projeto para melhorar a resposta transiente. Uma desvantagem dessa

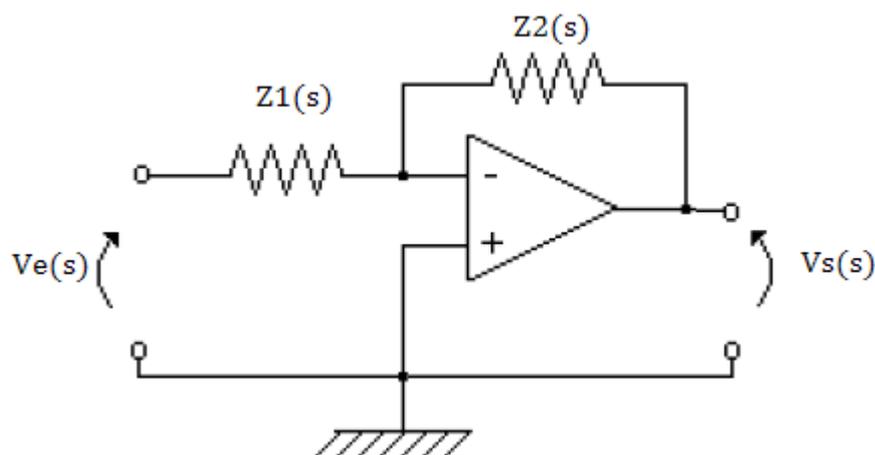
abordagem é que a melhoria da resposta transiente em alguns casos produz deterioração da melhoria do erro de regime estacionário, o qual foi projetado primeiro. Em outros casos, a melhoria da resposta transiente produz melhora adicional nos erros de regime estacionário. Assim um sistema pode ser projetado em excesso relativamente aos erros de regime estacionário. Usualmente, o projeto em excesso não é um problema, a não ser que cause impacto sobre o custo ou gere outros problemas de projeto. Projeta-se primeiro a resposta transiente e, em seguida, realiza-se o projeto visando ao erro de regime estacionário.

O projeto pode utilizar tanto compensadores ativos quanto compensadores passivos. Ao se projetar um controlador ativo PD seguido de um controlador ativo PI o compensador resultante será chamado de *controlador proporcional integral derivativo* (PIV). Esse controlador possui uma função de transferência:

$$G_c(s) = K_1 + \frac{K_2}{s} + K_3s = \frac{K_3 \left( s^2 + \frac{K_1}{K_3}s + \frac{K_2}{K_3} \right)}{s} \quad (10)$$

A qual possui dois zeros mais um pólo na origem. Um dos zeros e o pólo na origem podem ser projetados como o compensador integral ideal; o outro zero pode ser projetado como o compensador derivativo ideal.

Com a compensação pode-se melhorar a resposta transiente e o erro de regime estacionário nos sistemas de controle. As funções de transferência dos compensadores que eram tanto controladores PI, PD ou PID ativos quanto compensadores passivos por atraso, por avanço ou por atraso e avanço de fase.



**Fig. 6: Amplificador operacional configurado para a realização da função de transferência**

Com a função de transferência de um amplificador operacional inversor que é:

$$\frac{V_s(s)}{V_e(s)} = -\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} \quad (11)$$

Cuja configuração está na fig.6. Por uma escolha criteriosa de  $Z_2(s)$  e de  $Z_1(s)$ , este circuito pode ser usado como um bloco de construção para implementar compensadores e controladores, como os controladores PID.

Para os controladores citados temos as seguintes configurações para o amplificador operacional.

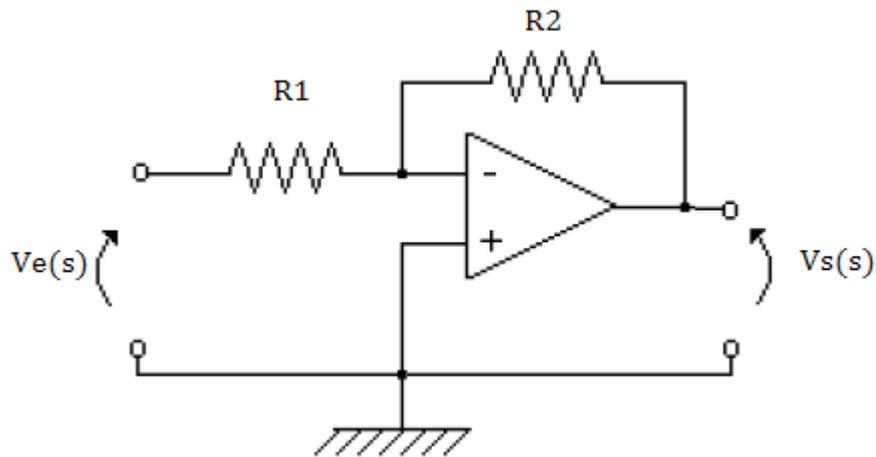


Fig. 7: Controlador proporcional com amplificador operacional

A função de transferência é:

$$G_c(s) = -\frac{R_2}{R_1} \quad (12)$$

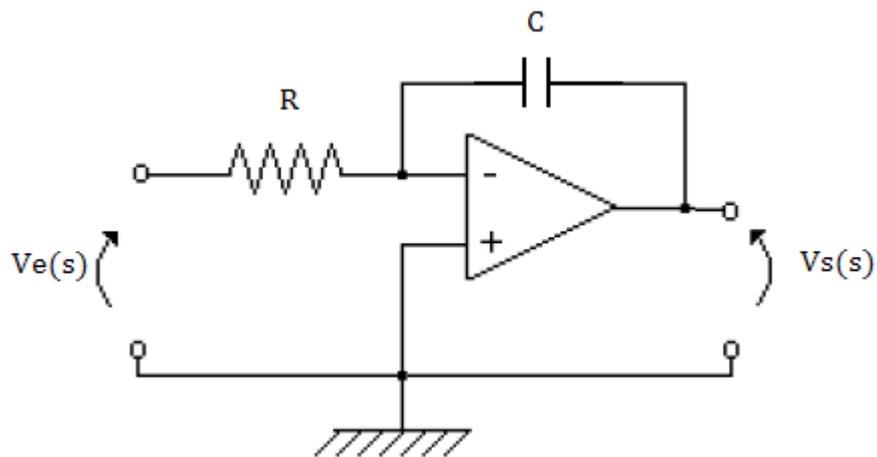


Fig. 8: Controlador integral com amplificador operacional

A função de transferência é:

$$G_c(s) = -\frac{1}{RCs} \quad (13)$$

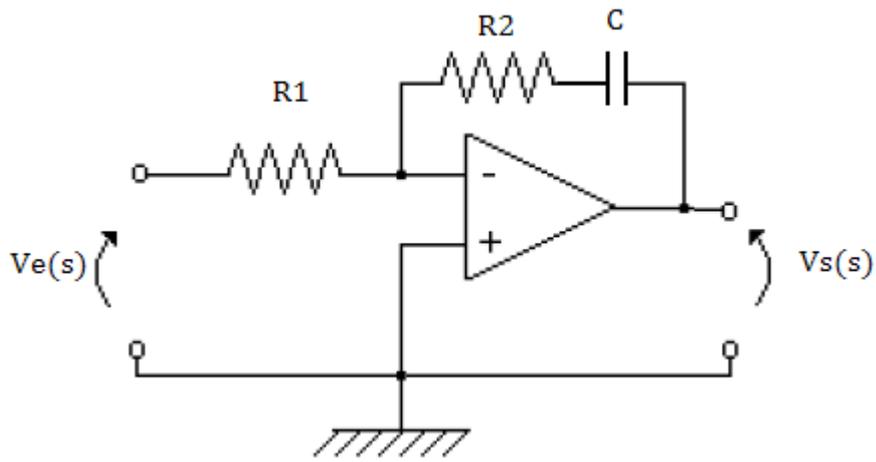


Fig. 9: Controlador Proporcional- Integral com amplificador operacional

A função de transferência é:

$$G_c(s) = -\frac{R_2}{R_1} \left( s + \frac{1}{R_2 C} \right) \quad (14)$$

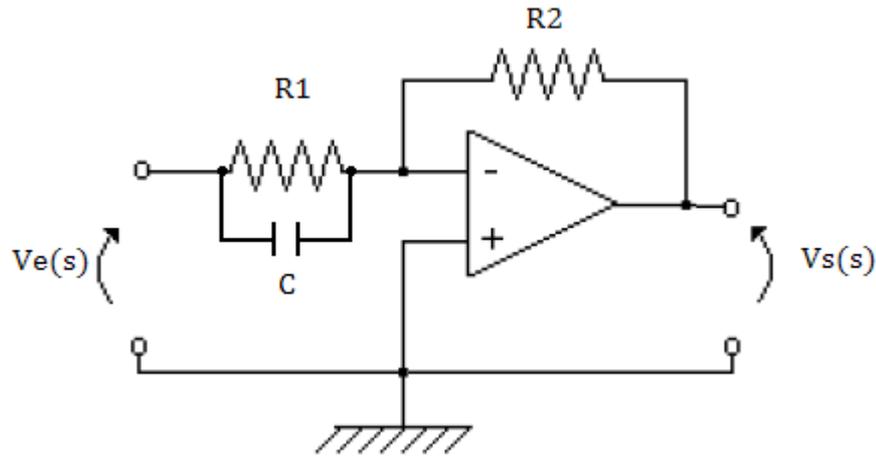


Fig. 10: Controlador Proporcional-Derivativo com amplificador operacional

A função de transferência é:

$$G_c(s) = -R_2 C \left( s + \frac{1}{R_1 C} \right) \quad (15)$$

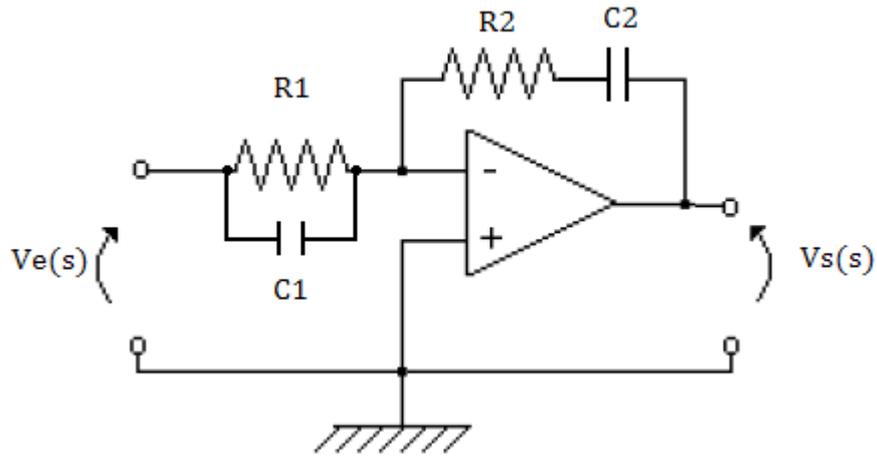


Fig. 11: Controlador Proporcional-Integral-Derivativo com amplificador operacional

A função de transferência é:

$$G_c(s) = - \left[ \left( \frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2} \right) + R_2 C_1 s + \frac{1}{s} \right] \quad (16)$$

## PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Para verificação da utilização de amplificadores operacionais na fundamentação de ações de controle básicas foram montados diversos circuitos, onde foi gerado um sinal de entrada a partir do gerador de sinais e observada a entrada e saída através dos canais do osciloscópio.

Primeiramente, foi montado um circuito amplificador inversor, com uma das resistências definidas por um potenciômetro, conforme mostrado na figura abaixo:

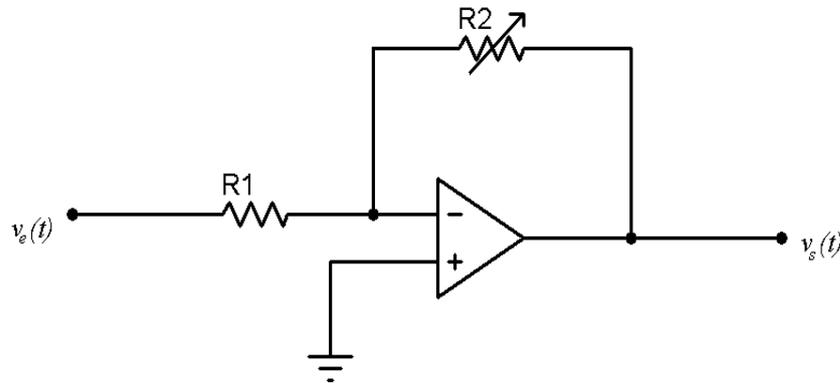


Fig. 12: Realimentação com potenciômetro

Em seguida foi montado um circuito amplificador inversor, com a realimentação sendo um circuito RC série, sendo  $R$  um potenciômetro, conforme figura abaixo:

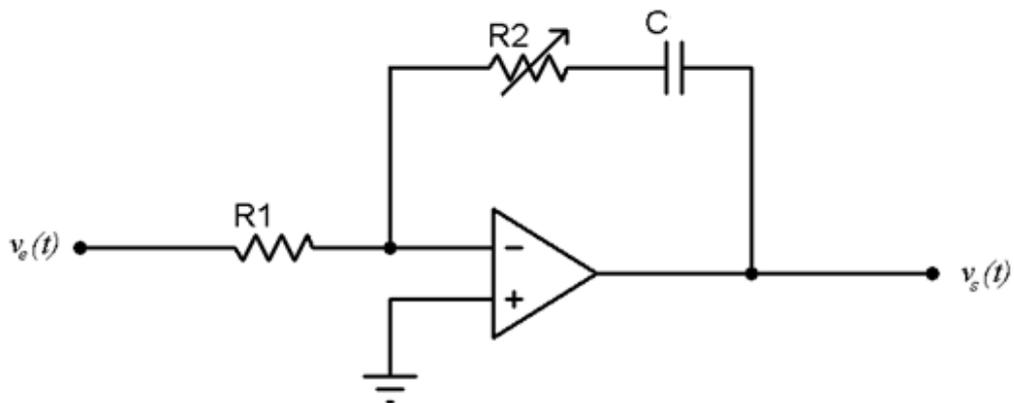


Fig. 13: Realimentação contendo RC série

O circuito RC série foi substituído por um circuito RC em paralelo:

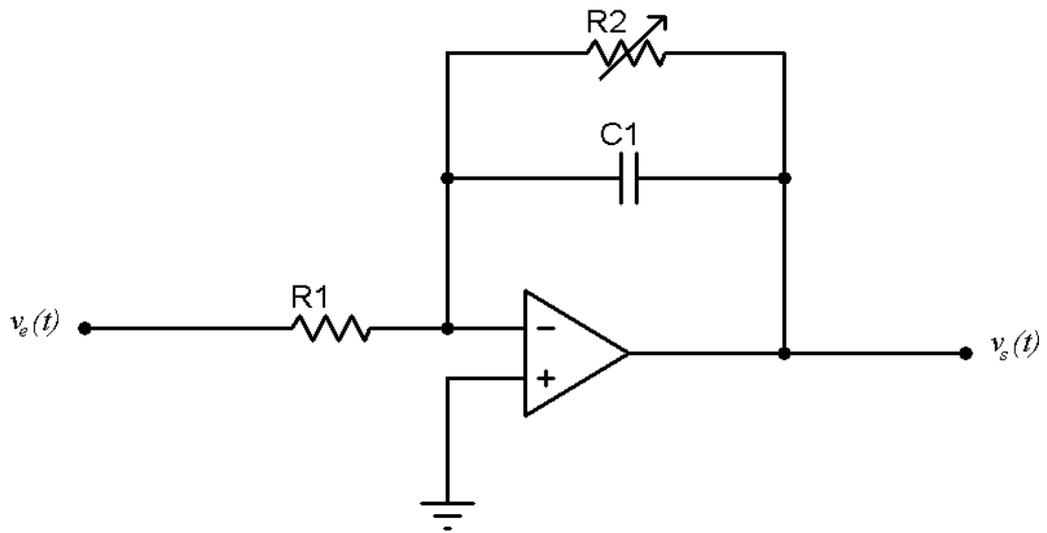


Fig. 14: Realimentação contendo RC paralelo

Posteriormente, foi montado um circuito onde a entrada foi um circuito RC série, sendo R um potenciômetro e a realimentação um resistor, conforme mostrado na fig.15.

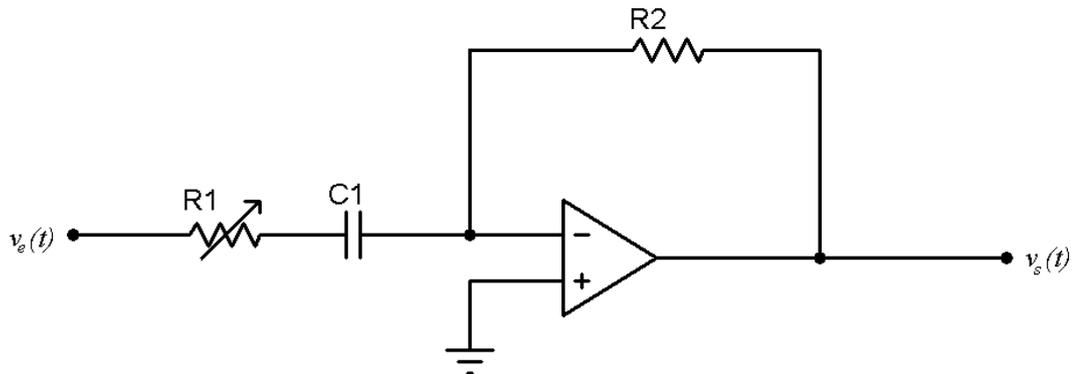
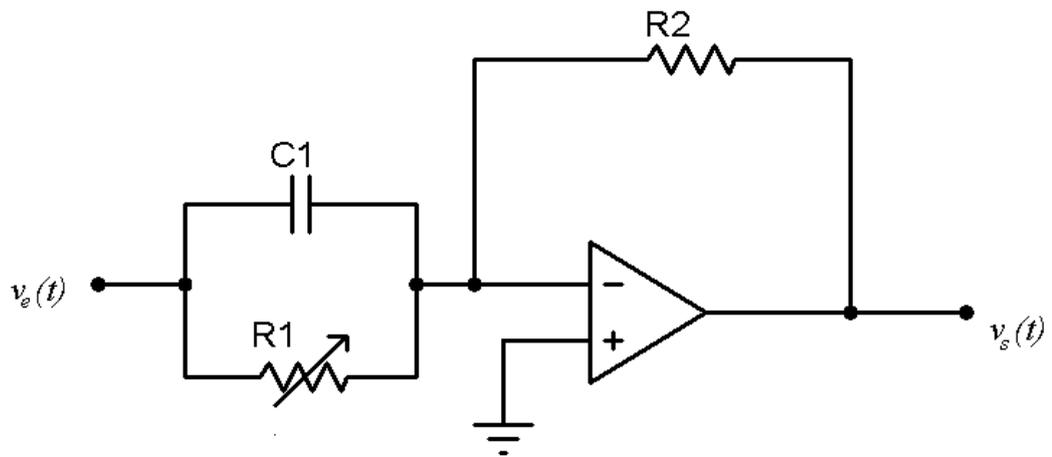


Fig. 15: Impedância de entrada contendo RC série e realimentação com resistor

Em seguida o circuito RC série de entrada foi substituído por um circuito RC paralelo, conforme mostrado na figura seguinte:



**Fig. 16: Impedância de entrada contendo RC paralelo e realimentação com resistor**

Utilizando as mesmas configurações, estes circuitos foram simulados no MATLAB, onde também foram plotadas suas respectivas curvas de saída.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

O estudo dos controladores eletrônicos baseados em amplificadores operacionais foi iniciado com a implementação de um controlador proporcional, usando um amplificador operacional TL084. A montagem está representada na fig.17.

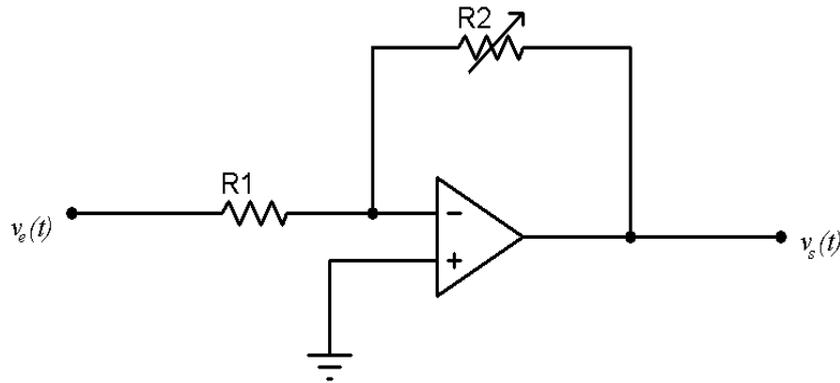


Fig. 17: Implementação de um controlador proporcional usando amplificador operacional

A função de transferência para esse controlador é dada por:

$$T(s) = - \left( \frac{R_2}{R_1} \right)$$

Para uma entrada em degrau a resposta desse sistema será a seguinte.

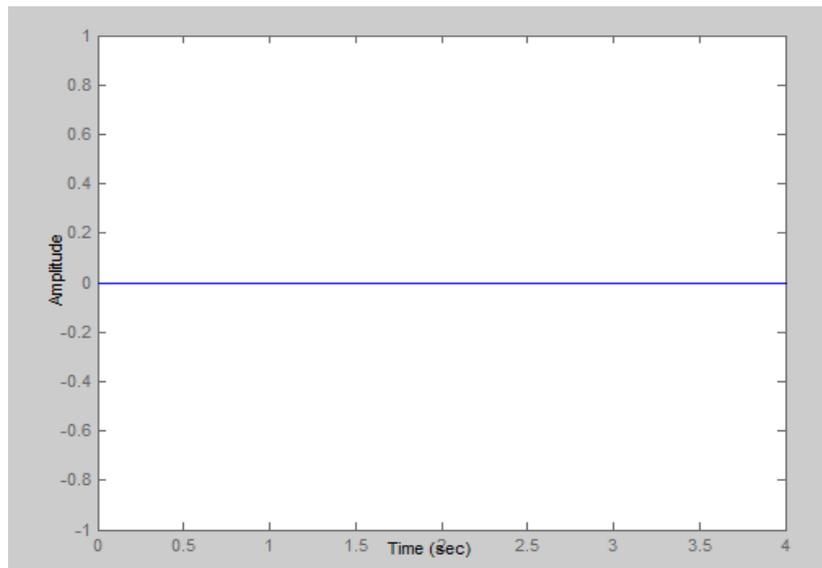
$$c(t) = - \left( \frac{R_2}{R_1} \right) u(t)$$

Portanto, esse tipo de controlador proporciona um ganho  $K$  negativo da saída em relação à entrada. A entrada utilizada para analisar os diferentes tipos de controladores foi uma onda quadrada de 5 V de pico a pico, frequência de 1 kHz e 50% de duty cycle, além disso o resistor  $R_2$  é variável (potenciômetro) para que se consiga observar muitos valores para o ganho do controlador. Os primeiros valores utilizados para  $R_1$  e  $R_2$  estão a seguir:

**Tabela 1: Valores dos componentes utilizados na prática**

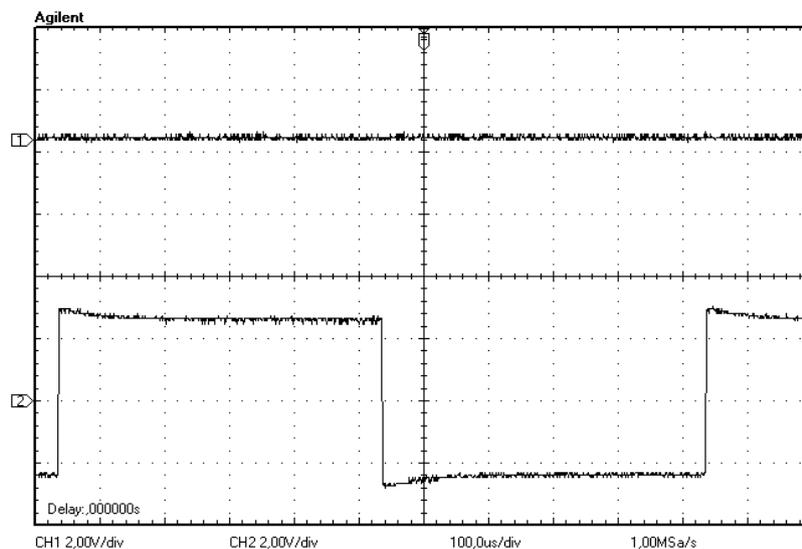
$R_1$	$R_2$
10k $\Omega$	0 $\Omega$

A resposta esperada foi calculada utilizando um código no MATLAB e a resposta obtida para uma entrada em degrau unitário está representada a seguir:



**Fig. 18: Resposta mostrada pelo MATLAB**

Como o valor da resistência da realimentação é nulo o ganho dado pelo controlador é zero. A fig.19 mostra a resposta conseguida com a implementação no laboratório.



**Fig. 19: Formas de onda da entrada (CH2) e saída (CH1)**

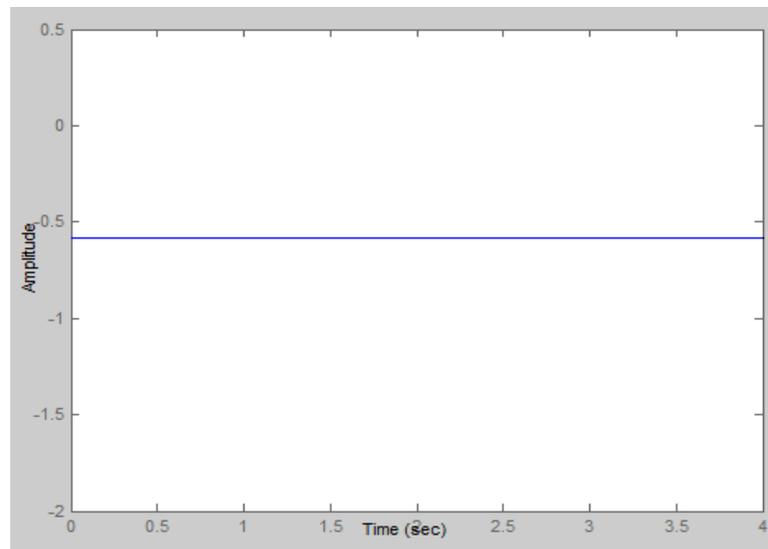
Pode-se perceber que a resposta real para um valor de  $R_2$  nulo acarreta num ganho de zero, como esperado da equação da função de transferência.

O valor da resistência  $R_2$  foi mudado a fim de obter um ganho não nulo na saída. Os valores são os seguintes:

**Tabela 2: Valores dos componentes utilizados na prática**

$R_1$	$R_2$
10k $\Omega$	5,85k $\Omega$

Para um controlador com esses valores o MATLAB mostrou a seguinte resposta:



**Fig. 20: Resposta mostrada pelo MATLAB**

O ganho proporcionado pelo controlador para uma entrada em degrau unitário é negativo e tem módulo menor que 1 pois  $R_1$  é maior que  $R_2$ . O resultado obtido em laboratório é mostrado na fig.21.

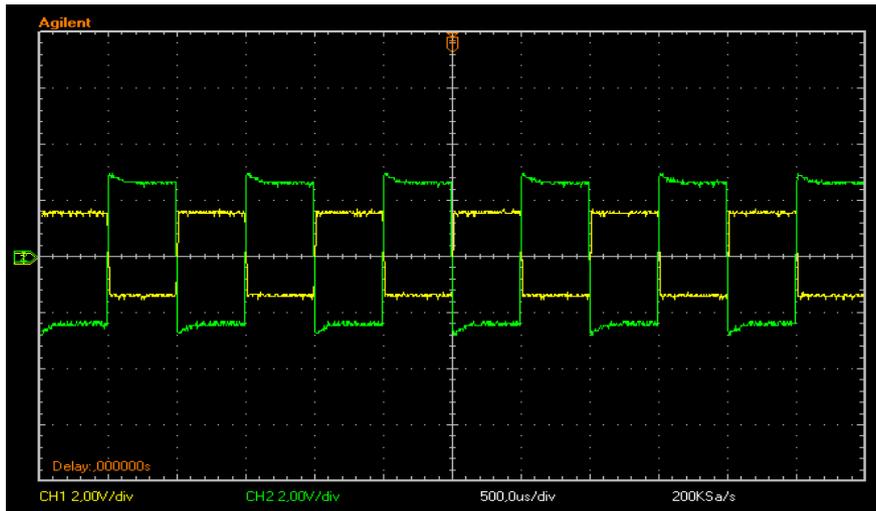


Fig. 21: Formas de onda da entrada (verde) e saída (amarelo) obtidas experimentalmente

Para os valores de resistência utilizados nota-se que o resultado é semelhante ao mostrado pelo MATLAB, ou seja, existe um ganho negativo e menor que a unidade. Os valores dos resistores foram então substituídos pelos seguintes:

Tabela 3: Valores dos componentes utilizados na prática

$R_1$	$R_2$
10k $\Omega$	10k $\Omega$

Com o uso desses valores têm-se um ganho igual a menos um. O software MATLAB calcula a seguinte resposta ao degrau para os valores em questão:

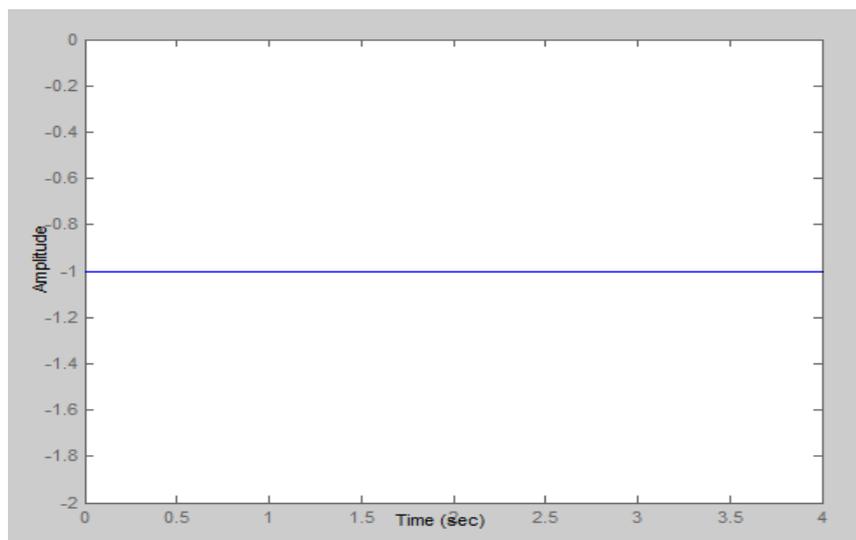


Fig. 22: Resposta mostrada pelo MATLAB

O experimento feito em laboratório forneceu as seguintes formas de onda:

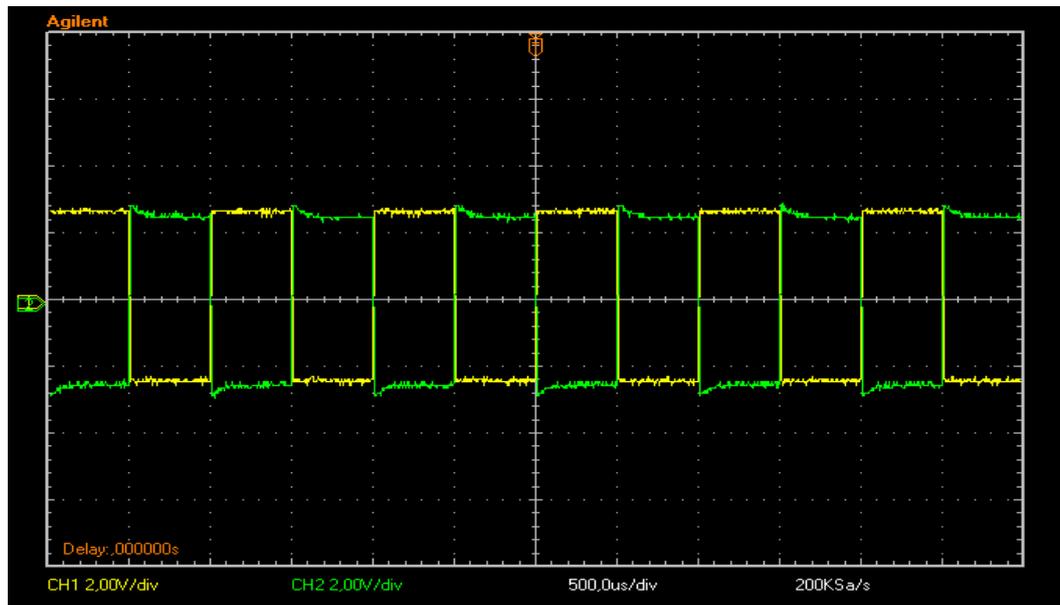


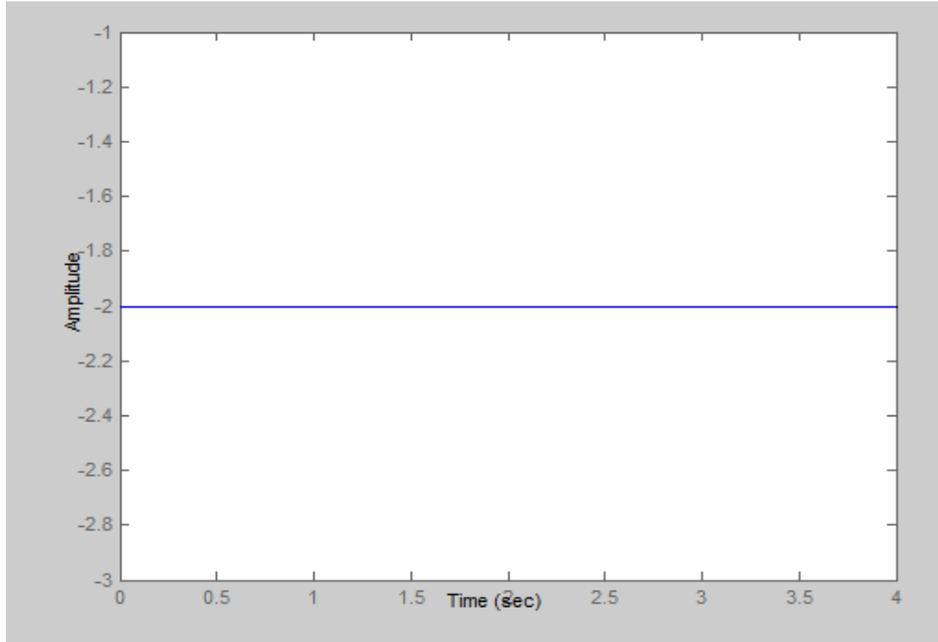
Fig. 23: Formas de onda da entrada (verde) e saída (amarelo) obtidas experimentalmente

Vê-se que nos caso mostrado na figura anterior o sinal de entrada e saída são idênticos a não ser por um deslocamento de fase de  $180^\circ$ . Logo, o ganho conseguido foi de  $K=-1$ . Finalmente deseja-se conseguir um ganho de módulo maior que um. As seguintes resistências foram usadas com esse intuito:

Tabela 4: Valores dos componentes utilizados na prática

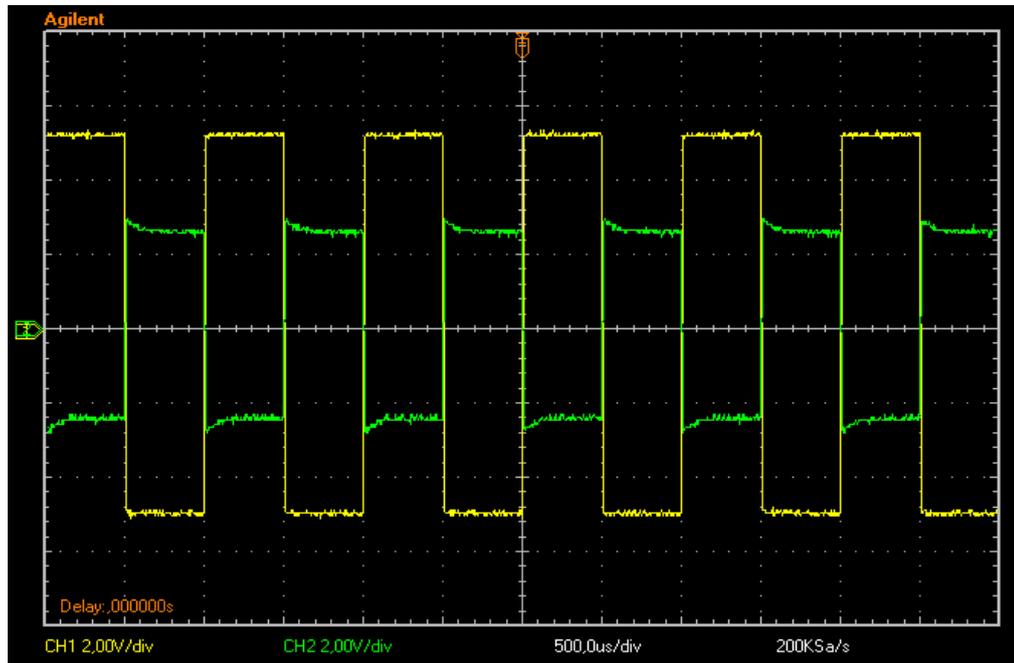
$R_1$	$R_2$
10k $\Omega$	20k $\Omega$

Novamente, atenta-se para a resposta calculada pelo software relativa a uma entrada de degrau unitário num sistema como o que se está tratando. A Figura 8 mostra a resposta do MATLAB:



**Fig. 24: Resposta mostrada pelo MATLAB**

Na prática os sinais observados no osciloscópio são mostrados a seguir:



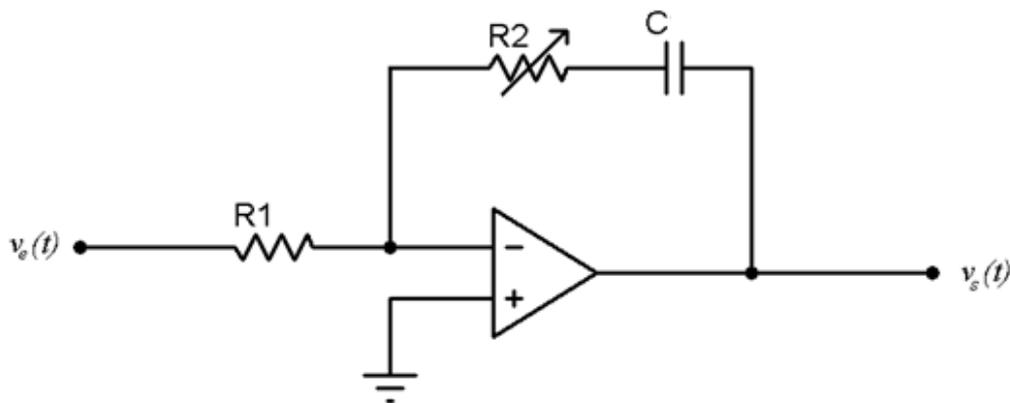
**Fig. 25: Formas de onda da entrada (verde) e saída (amarelo) obtidas experimentalmente**

A fig.25 permite observar claramente que se consegue obter um sinal de saída com uma amplitude maior e deslocado de  $180^\circ$  em relação a entrada.

Pode-se agora fazer algumas inferências sobre o controlador proporcional estudado: esse controlador multiplica o sinal de entrada por uma constante  $K$  (ganho), que pode ser

variada de acordo com a combinação de resistores usados na implementação, essa montagem tem a característica de inverter o sinal, ou seja, quando a entrada é positiva a saída é menos K vezes a entrada, se o desejo for obter um sinal com mesma fase na saída basta concatenar outro controlador do tipo estudado com ganho unitário para que os sinais tenham fases idênticas. Pode-se imaginar erroneamente que colocando resistores  $R_2$  cada vez maiores se conseguirá chegar a ganhos cada vez maiores, no entanto, essa configuração pode fornecer um sinal com amplitude máxima igual ao valor que alimenta o amplificador operacional, quando a saída alcança esse valor diz-se que a saída está saturada.

Após o estudo do controlador parte-se agora para o estudo do efeito causado por um controlador proporcional integral (PI), implementado da forma mostrada na fig.26.



**Fig. 26: Implementação de controlador proporcional integral utilizando amplificador operacional**

A função de transferência desse controlador é dada por:

$$T(s) = - \frac{R_2}{R_1} \frac{\left(s + \frac{1}{R_2 C}\right)}{s}$$

Para uma entrada em degrau a resposta desse sistema será a seguinte.

$$c(t) = - \frac{R_2}{R_1} u(t) - \frac{1}{R_1 C} t u(t)$$

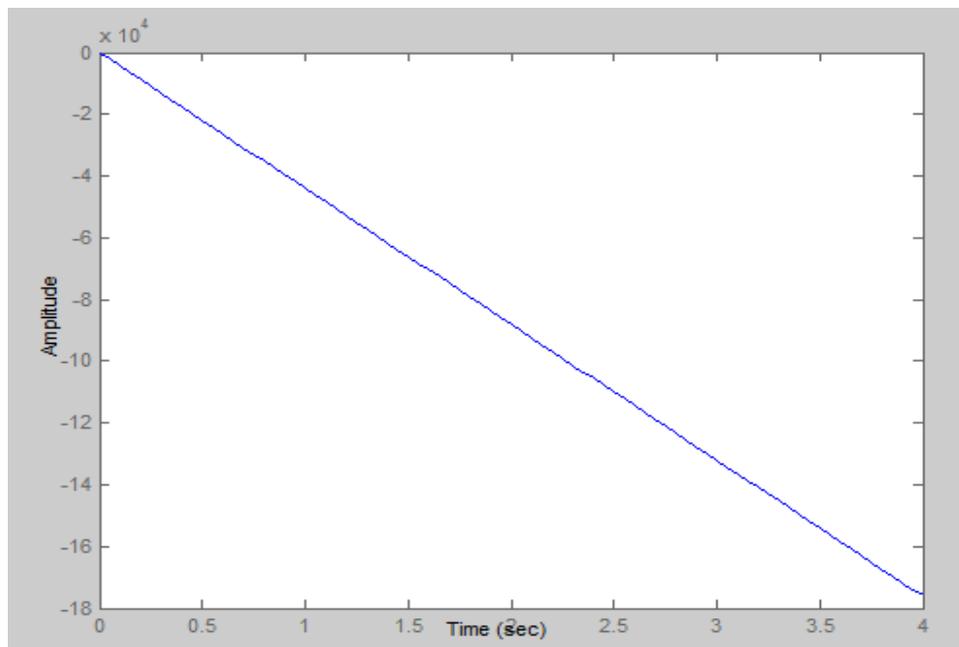
Esse controlador além de proporcionar um ganho da saída em relação à entrada integra o sinal, ou seja, um sinal constante se torna uma reta, uma reta se torna uma parábola e assim sucessivamente. O elemento integrador é o capacitor presente na

realimentação. O capacitor utilizado na implementação foi de 2,2 nF. O resistor  $R_1$  usado foi de 10 k $\Omega$  e o resistor  $R_2$  usado tinha resistência variável (potenciômetro). Assim, os primeiros valores para os componentes foram:

**Tabela 5: Valores dos componentes utilizados na prática**

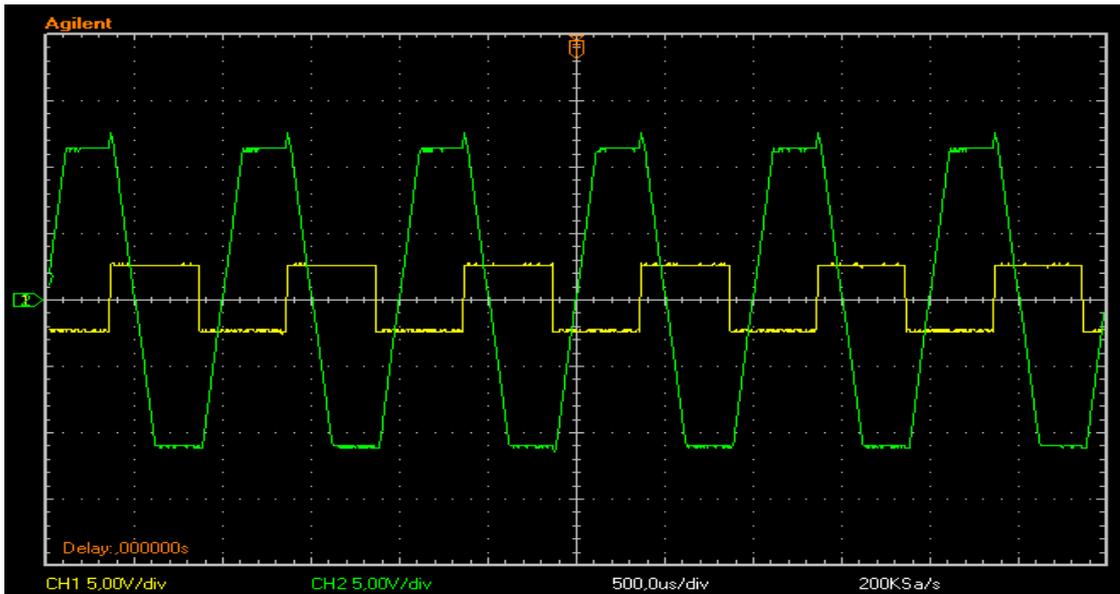
$R_1$	$R_2$	Capacitância
10k $\Omega$	2k $\Omega$	2,2nF

A resposta ao degrau unitário para a implementação com os valores acima da montagem descrita na fig.26 calculada pelo MATLAB é a seguinte:



**Fig. 27: Resposta mostrada pelo MATLAB**

Como esperado a saída tem a forma de uma reta já que o sinal aplicado foi uma constante. As formas de onda conseguidas no laboratório estão na fig.28.



**Fig. 28: Formas de onda da entrada (amarelo) e saída (verde) obtidas experimentalmente**

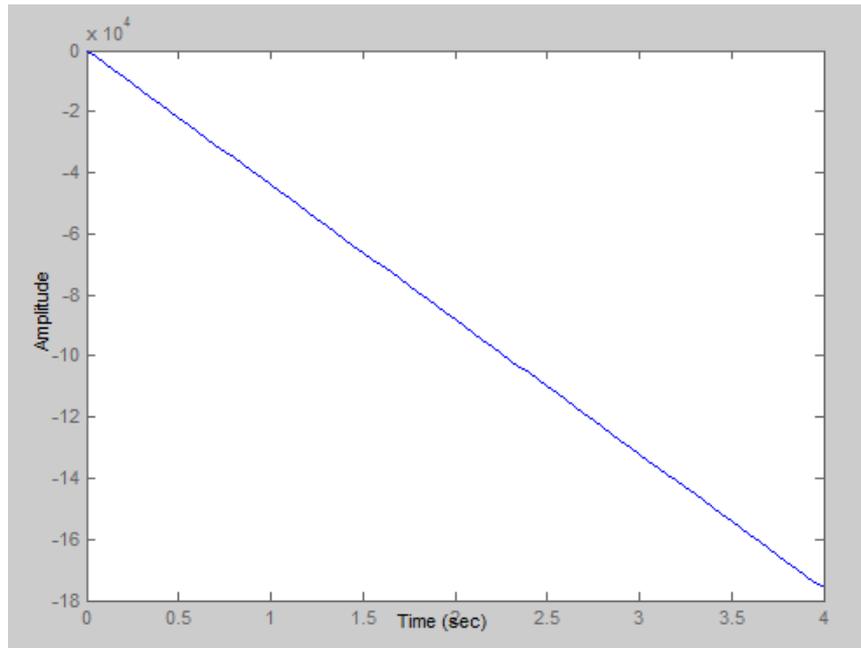
Nota-se que enquanto o sinal de entrada tem um valor positivo à saída se comporta com decrescimento linear e o contrário ocorre quando o sinal de entrada é negativo, ou seja, a saída cresce linearmente. No caso em questão é possível observar o efeito de saturação na saída nos pontos onde a reta tem uma descontinuidade, o amplificador não consegue fornecer uma saída maior que o valor de saturação que no caso desse amplificador é de 24 V de amplitude de pico a pico.

A resistência  $R_2$  foi substituída para observar o comportamento do circuito para os seguintes valores:

**Tabela 6: Valores dos componentes utilizados na prática**

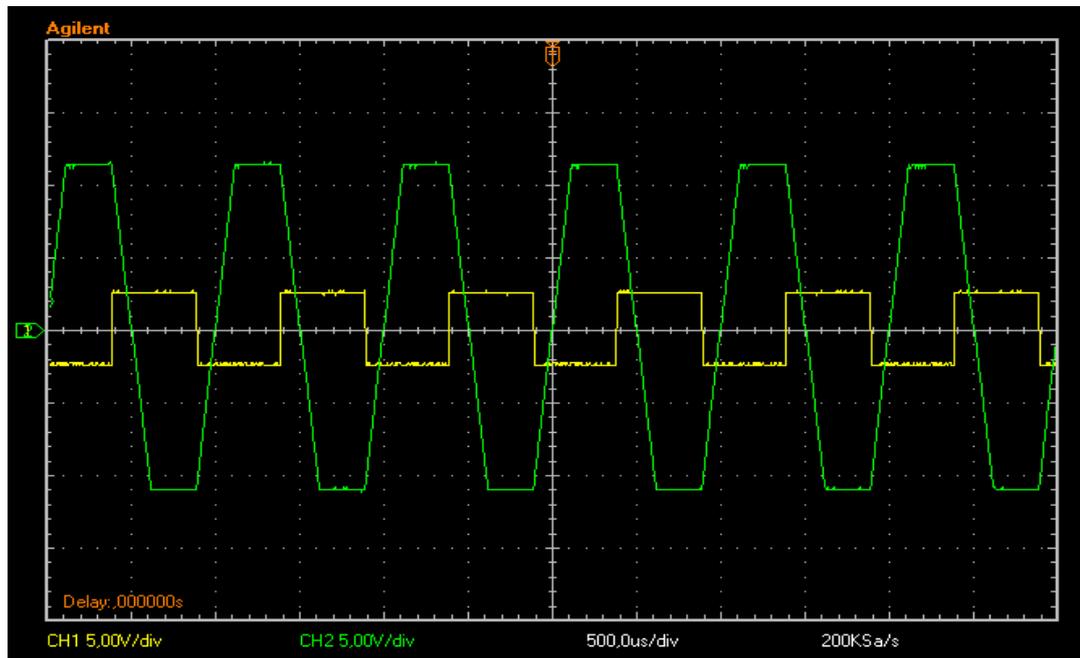
$R_1$	$R_2$	Capacitância
10k $\Omega$	10,7k $\Omega$	2,2nF

A resposta calculada pelo MATLAB para a montagem com esses valores é mostrada na fig.29.



**Fig. 29: Resposta mostrada pelo MATLAB**

A resposta conseguida no laboratório foi a seguinte:



**Fig. 30: Formas de onda da entrada (amarelo) e saída (verde) obtidas experimentalmente**

O sinal é semelhante ao conseguido anteriormente para outro valor de  $R_2$ . Deve-se analisar agora o que acontece quando o valor de dessa resistência tem um grande crescimento. Sejam os valores utilizados:

Tabela 7: Valores dos componentes utilizados na prática

$R_1$	$R_2$	Capacitância
10k $\Omega$	170k $\Omega$	2,2nF

A resposta ao degrau unitário vista no MATLAB é apresentada na fig.31.

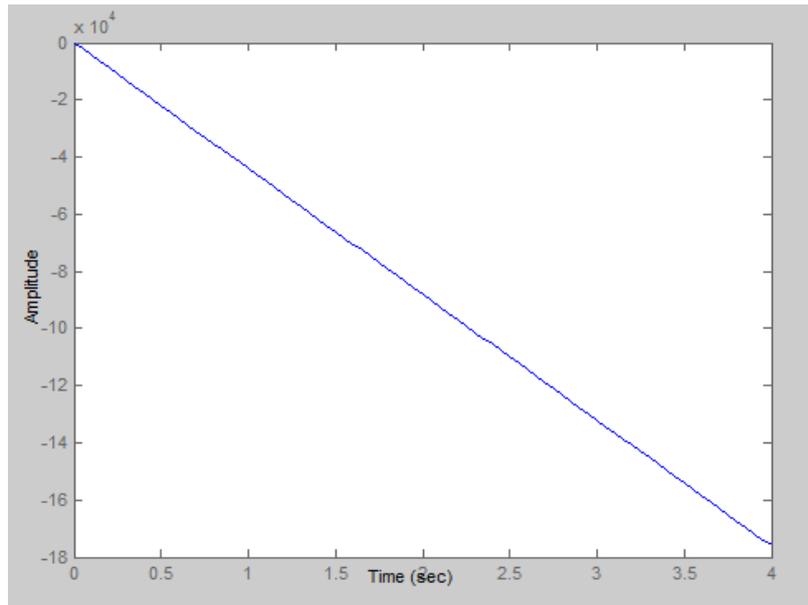


Fig. 31: Resposta mostrada pelo MATLAB

A resposta real conseguida com o osciloscópio é a mostrada na fig.32.

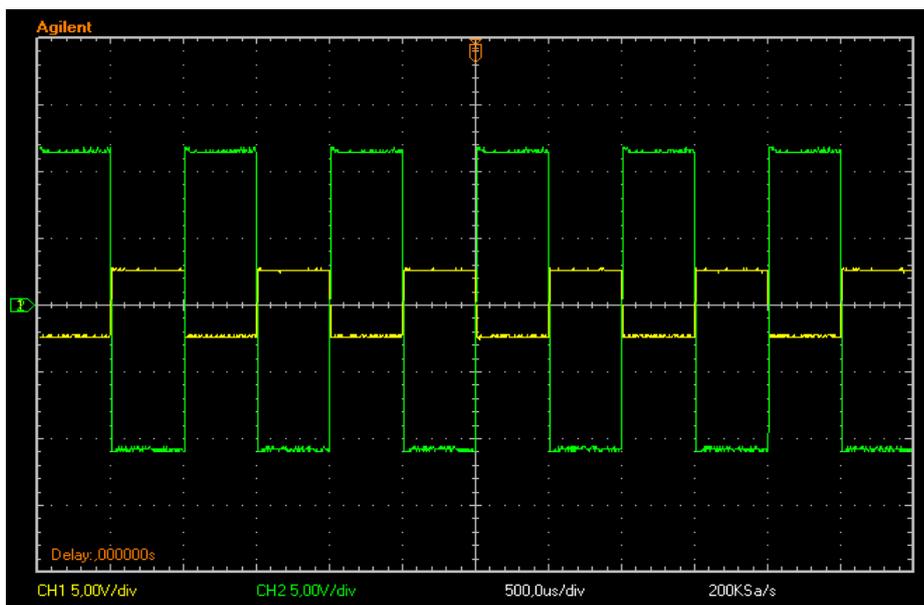


Fig. 32: Formas de onda da entrada (amarelo) e saída (verde) obtidas experimentalmente

Pode-se notar uma diferença entre a resposta mostrada no MATLAB e a conseguida em laboratório. Analisando a função de transferência desse controlador percebe-se que para uma entrada em degrau a saída terá uma componente contínua com ganho de  $\frac{-R_2}{R_1}$  em relação a entrada somada a uma componente que decresce linearmente com inclinação  $\frac{-1}{R_1 C}$ . Isso implica que a inclinação da componente linear não depende de  $R_2$ , no entanto o ganho tem dependência direta. Logo, para o caso ilustrado acima como o ganho é de  $K = -17$  o fenômeno de saturação ocorre e o comportamento linear não é visto.

Pode-se agora fazer algumas inferências sobre a ação do controlador PI. Esse controlador faz com que o sistema tenha um pólo em malha aberta na origem o que melhora o erro em regime estacionário já que o tipo do sistema é aumentado em 1 por cada integração.

Após a análise do controlador anterior partiu-se para o estudo da montagem mostrada na fig.33.

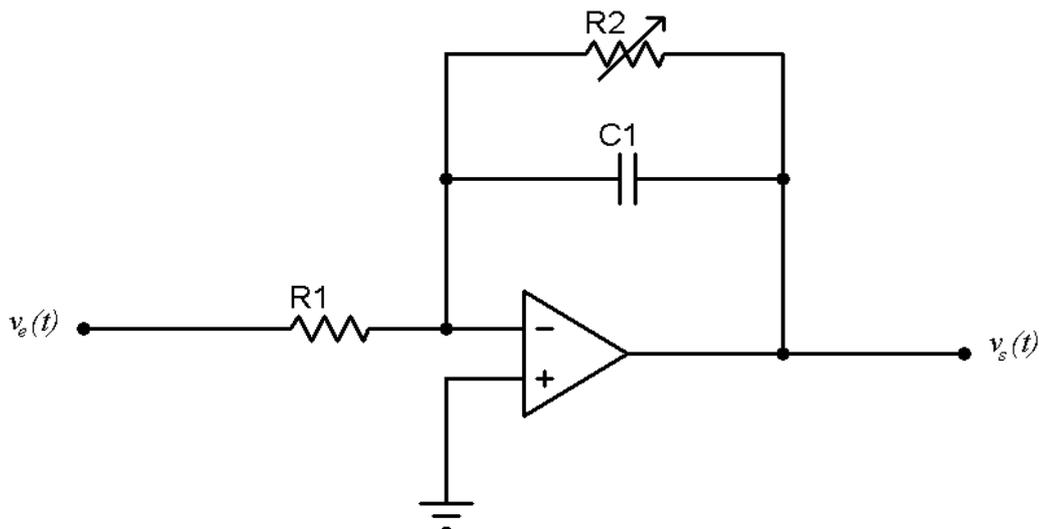


Fig. 33: Circuito montado experimentalmente

O controlador acima tem a seguinte função de transferência:

$$T(s) = -\frac{R_2}{R_1} \left( \frac{1}{1+sC_1R_2} \right)$$

Para uma entrada em degrau a resposta desse sistema será a seguinte:

$$c(t) = -\frac{R_2}{R_1} (u(t) + e^{-\frac{1}{C_1R_2}t})$$

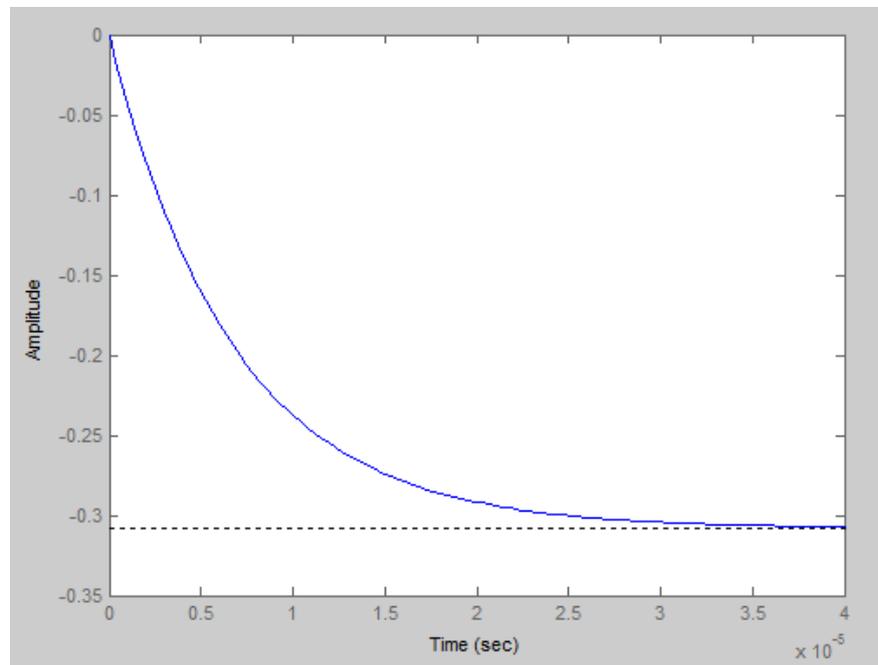
Esse controlador comporta-se como um circuito do tipo RC, ou seja, ele associa uma constante de tempo entre a entrada e a saída. Esse controlador também fornece um ganho à saída de  $-\frac{R_2}{R_1}$ .

Os primeiros valores utilizados na análise do controlador tanto no MATLAB como no laboratório foram os seguintes:

**Tabela 8: Valores dos componentes utilizados na prática**

$R_1$	$R_2$	Capacitância
10k $\Omega$	3,08k $\Omega$	2,2nF

A resposta mostrada pelo MATLAB é mostrada na Figura abaixo.



**Fig. 34: Resposta mostrada pelo MATLAB**

Como esperado para uma entrada em degrau unitário obtêm-se na saída uma resposta com um ganho negativo e menor que 1 que cresce exponencialmente até atingir o valor final. As formas de onda encontradas no laboratório foram as seguintes:

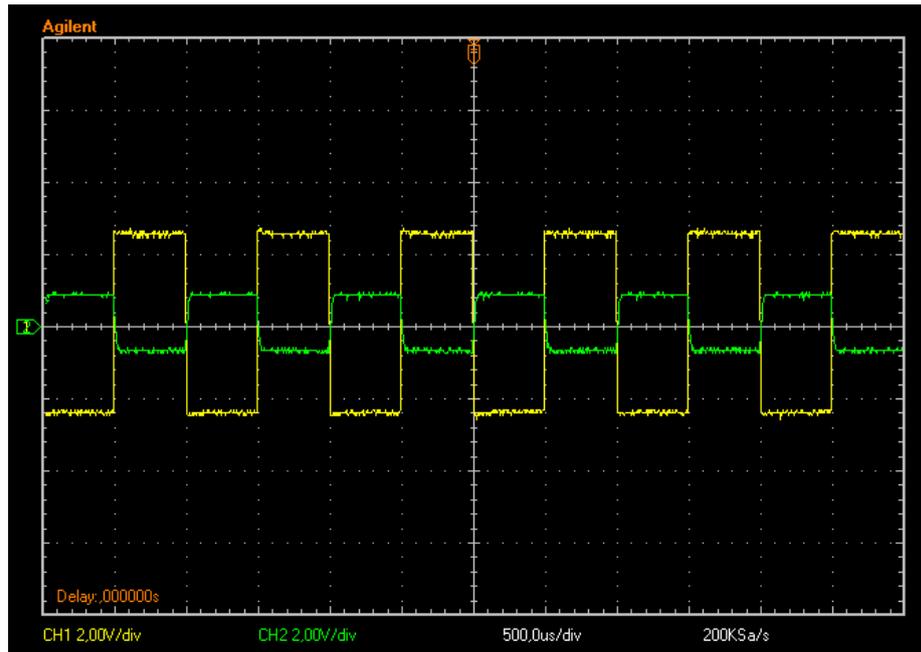


Fig. 35: Formas de onda da entrada (amarelo) e saída (verde) obtidas experimentalmente

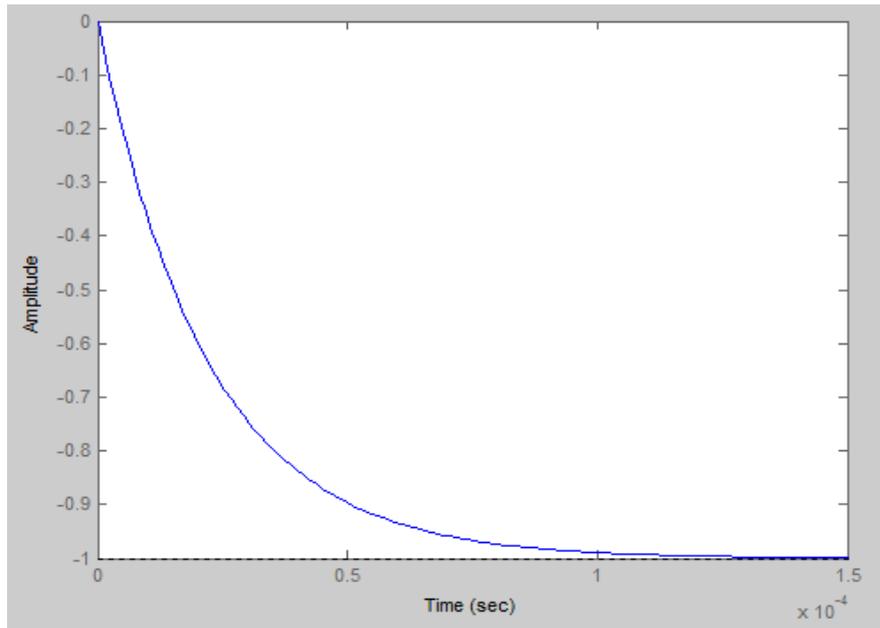
Pode-se ver que a resposta é igual à mostrada pelo MATLAB. No caso acima se têm um ganho negativo e menor que 1 e um tempo de assentamento da resposta pequeno (já que este depende diretamente do valor de  $R_2$ ), com a saída seguindo quase que instantaneamente a entrada.

O valor da resistência de realimentação foi mudado para analisar o efeito sobre a resposta do controlador. Os valores usados foram os seguintes:

Tabela 9: Valores dos componentes utilizados na prática

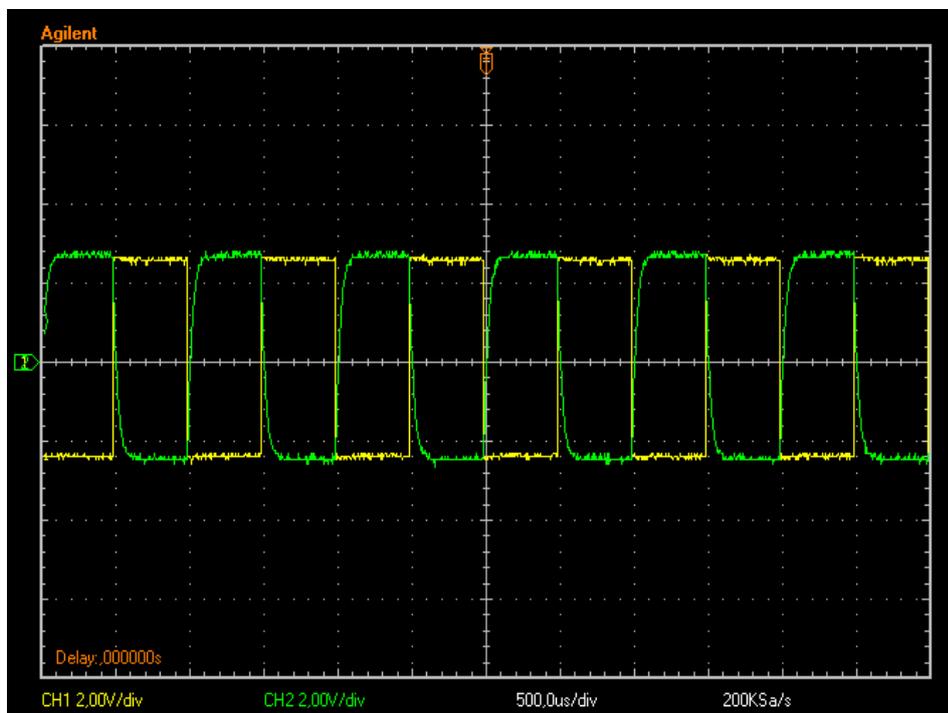
$R_1$	$R_2$	Capacitância
10k $\Omega$	10,1k $\Omega$	2,2nF

Para os valores acima a resposta calculada pelo MATLAB é mostrada na Figura seguinte.



**Fig. 36: Resposta mostrada pelo MATLAB**

Pode-se observar um ganho  $K = -1$ , e a resposta demora mais tempo para chegar ao seu valor final. As formas de onda conseguidas com o osciloscópio foram as seguintes.



**Fig. 37: Formas de onda da entrada (amarelo) e saída (verde) obtidas experimentalmente**

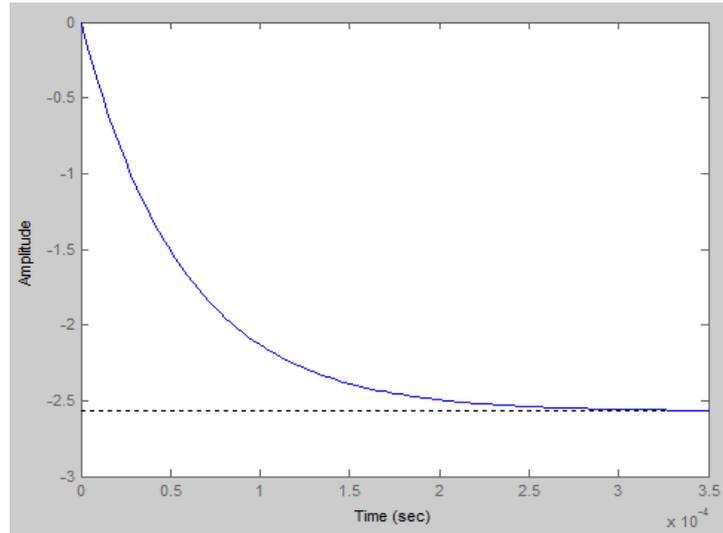
A resposta experimental também apresenta um ganho de  $K=-1$  e percebe-se mais o comportamento exponencial antes da estabilização do sinal.

Agora usando um terceiro valor para a resistência de realimentação têm-se os seguintes valores:

**Tabela 10: Valores dos componentes utilizados na prática**

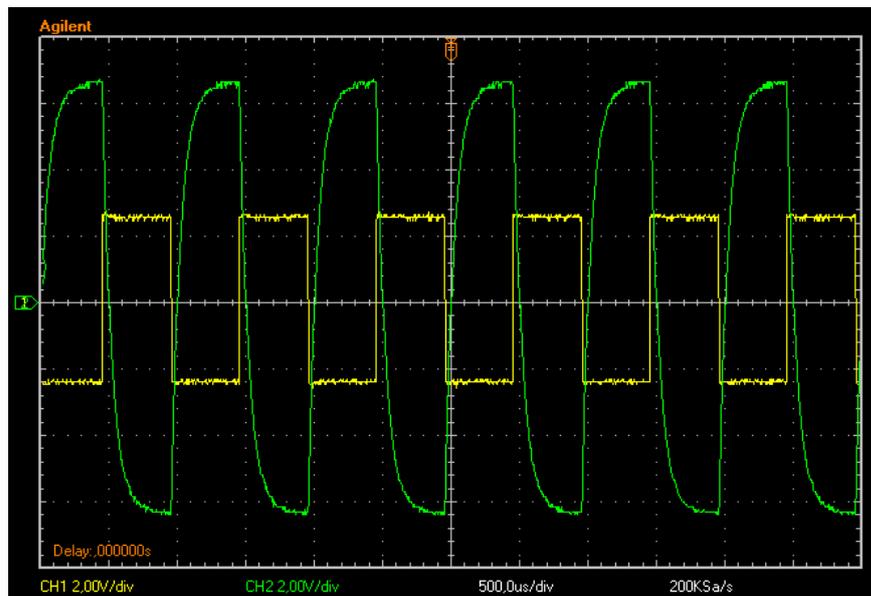
$R_1$	$R_2$	Capacitância
10k $\Omega$	25,7k $\Omega$	2,2nF

Para esses valores a resposta calculada pelo MATLAB é mostrada na fig.38.



**Fig. 38: Resposta mostrada pelo MATLAB**

Agora se conseguiu obter um ganho de módulo maior que 1 e um tempo de assentamento do sinal maior que os anteriores. No laboratório as formas de onda obtidas foram as seguintes:

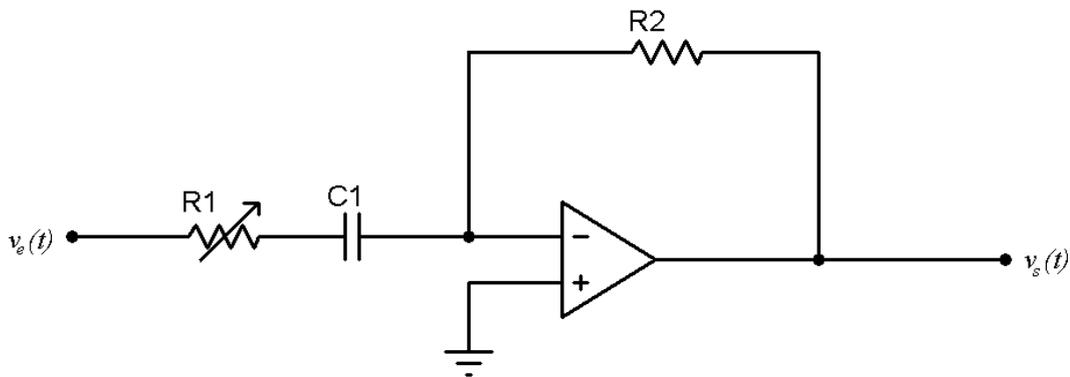


**Fig. 39: Formas de onda da entrada (amarelo) e saída (verde) obtidas experimentalmente**

As formas de onda vistas acima são condizentes com a resposta mostrada no software MATLAB, ou seja, vê-se um sinal com um ganho maior que um em módulo e que inverte o sinal de entrada além de demorar certo tempo para atingir seu valor final.

Por fim o estudo do controlador da fig.33 permite inferir que ele implementa um sistema de 1ª ordem onde a saída recebe um ganho de acordo com os valores de resistores escolhidos e possui uma componente exponencial que associa um certo tempo de assentamento para o sinal de saída.

Agora parte-se para mais uma montagem de controlador utilizando amplificadores operacionais. A implementação realizada é mostrada na fig.40.



**Fig. 40: Circuito implementado experimentalmente**

A função de transferência desse controlador é a seguinte:

$$T(s) = - \frac{R_2 C_1 s}{R_1 C_1 s + 1}$$

Para uma entrada em degrau unitário a resposta tem a seguinte forma:

$$c(t) = - \frac{R_2}{R_1} e^{-\frac{1}{R_1 C_1} t}$$

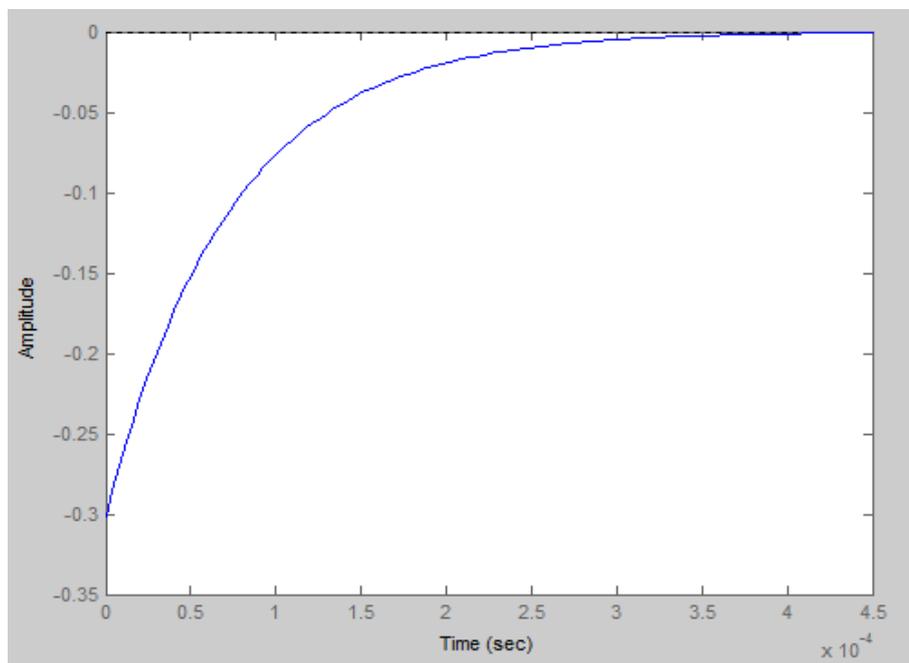
Portanto, espera-se ver na saída uma exponencial negativa com um ganho de  $K = -R_2/R_1$  em relação à entrada que tende a zero rapidamente. O capacitor colocado na entrada do controlador faz com que apenas as componentes de alta frequência do sinal de entrada passem para a saída, ou seja, só veremos reposta quando houver mudança brusca no sinal de entrada.

A montagem foi feita utilizando um resistor  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$  fixo e um resistor  $R_1$  variável (potenciômetro), além de um capacitor  $C_1 = 2,2 \text{ nF}$ . Logo, para a primeira implementação os valores foram os seguintes:

**Tabela 11: Valores dos componentes utilizados na prática**

$R_1$	$R_2$	Capacitância
33,2k $\Omega$	10k $\Omega$	2,2nF

Para esses valores a resposta calculada pelo MATLAB é mostrada a seguir:



**Fig. 41: Resposta mostrada pelo MATLAB**

A resposta mostrada é semelhante a descrita anteriormente através da análise da expressão analítica. As formas de onda vistas no laboratório são mostradas na fig.42.

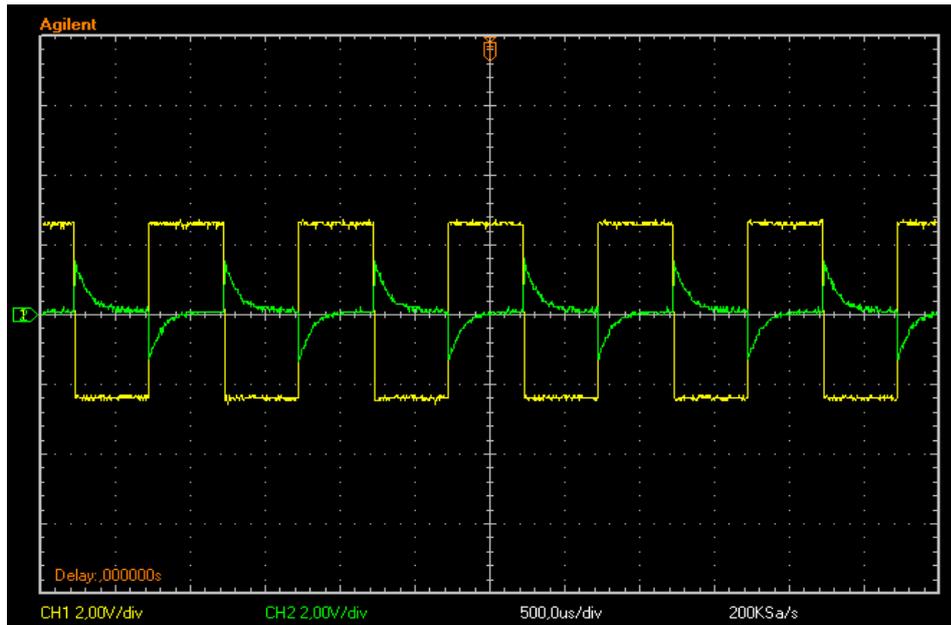


Fig. 42: Formas de onda da entrada (amarelo) e saída (verde) obtidas experimentalmente

O comportamento da saída obtida experimentalmente é condizente com a esperada através da análise das expressões analíticas e da resposta do MATLAB. Os valores para os componentes usados depois foram os seguintes.

Tabela 12: Valores dos componentes utilizados na prática

$R_1$	$R_2$	Capacitância
17,3k $\Omega$	10k $\Omega$	2,2nF

Para tais valores o software MATLAB apresenta a seguinte resposta:

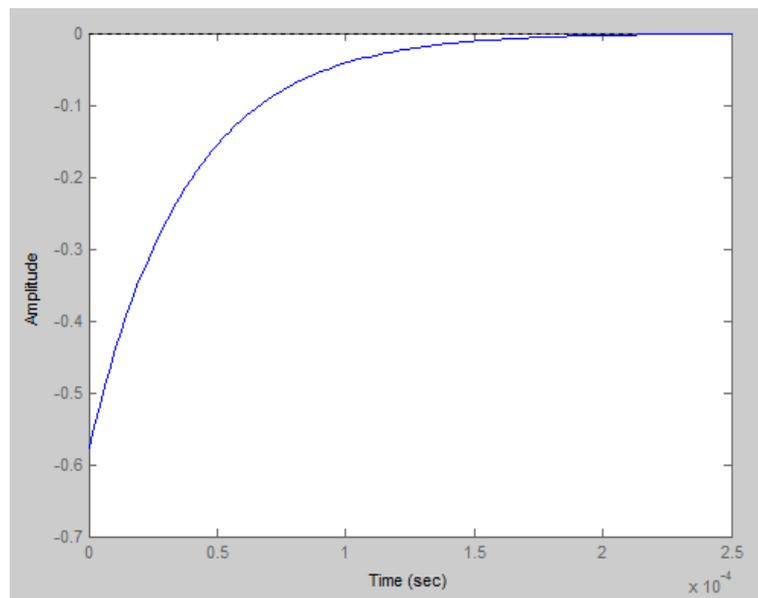
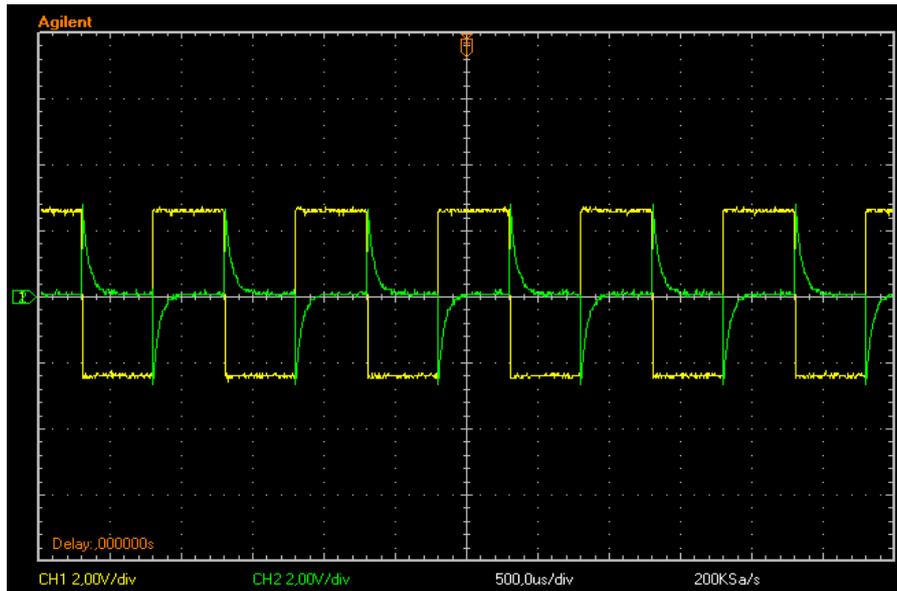


Fig. 43: Resposta mostrada pelo MATLAB

Para a montagem realizada no laboratório têm-se as seguintes formas de onda.



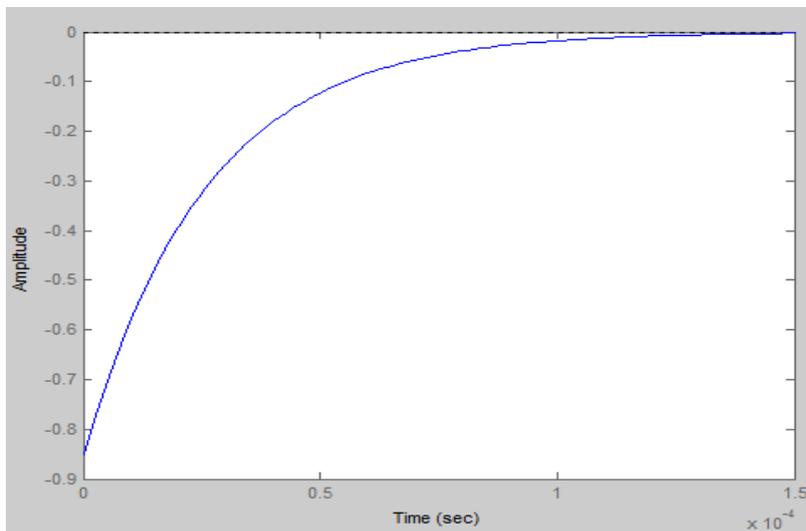
**Fig. 44: Formas de onda da entrada (amarelo) e saída (verde) obtidas experimentalmente**

Mais uma vez a resposta observada na montagem prática é semelhante à calculada pelo software. Por fim os valores dos componentes foram novamente variados ficando como segue:

**Tabela 13: Valores dos componentes utilizados na prática**

$R_1$	$R_2$	Capacitância
11,75k $\Omega$	10k $\Omega$	2,2nF

O MATLAB calculou a seguinte saída para uma entrada em degrau unitário:



**Fig. 45: Resposta mostrada pelo MATLAB**

Experimentalmente as formas de onda conseguidas são mostradas na figura seguinte.

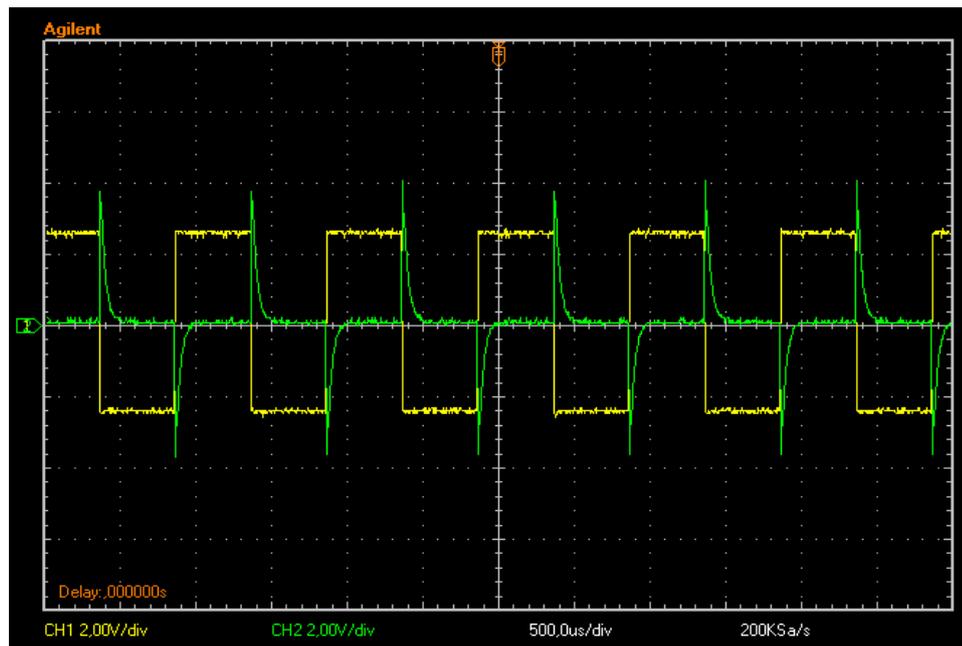


Fig. 46: Formas de onda da entrada (amarelo) e saída (verde) obtidas experimentalmente

As formas de onda da fig.46 são semelhantes à calculada pelo MATLAB. Sobre o controlador estudado pode-se dizer que ele fornece um ganho ao sinal e só deixa passar as componentes de alta freqüência da entrada, esse tipo de controlador pode ser usado para atuar como detector de mudanças bruscas indesejadas em um sistema, no entanto o fato de só deixar passar componentes de alta freqüência nem sempre é desejável. O último controlador estudado no experimento está ilustrado na fig.47.

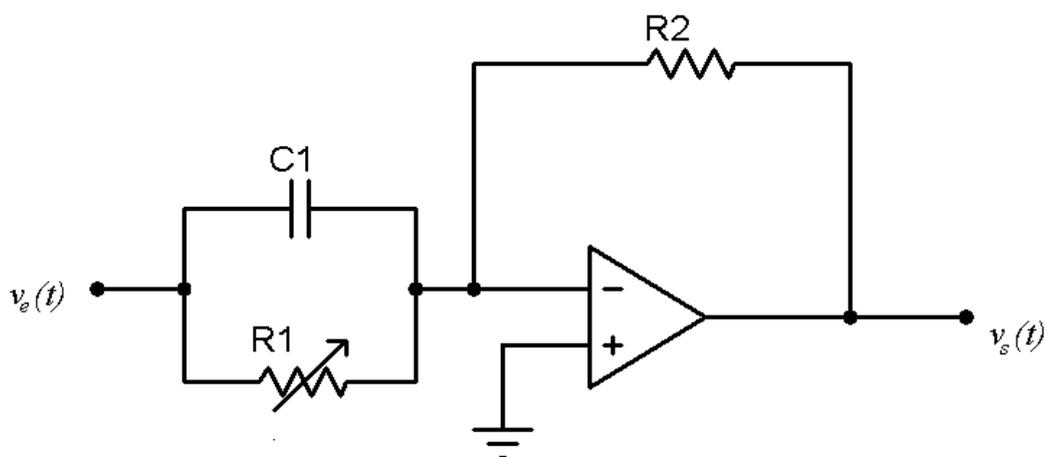


Fig. 47: Circuito montado experimentalmente

A função de transferência para esse controlador é a seguinte:

$$T(s) = -R_2 C_1 \left( s + \frac{1}{R_1 C_1} \right)$$

A resposta para uma entrada em degrau unitário é a seguinte:

$$c(t) = -R_2 C_1 \delta(t) - \frac{R_2}{R_1} u(t)$$

Vê-se que a resposta tem uma componente de impulso somada a uma componente em degrau onde ambas tem um fator de ganho diferente. Os primeiros valores usados para os componentes foram os seguintes:

Tabela 14: Valores dos componentes utilizados na prática

$R_1$	$R_2$	Capacitância
4,44k $\Omega$	10k $\Omega$	2,2nF

O resultado conseguido em laboratório é mostrado na Figura a seguir.

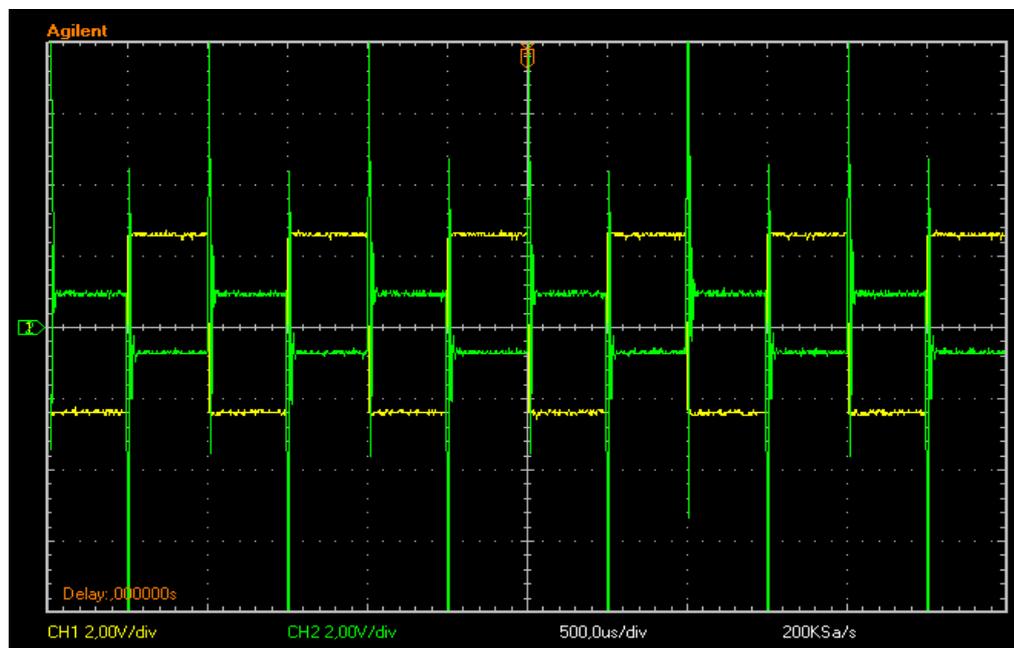


Fig. 48: Formas de onda da entrada (amarelo) e saída (verde) obtidas experimentalmente

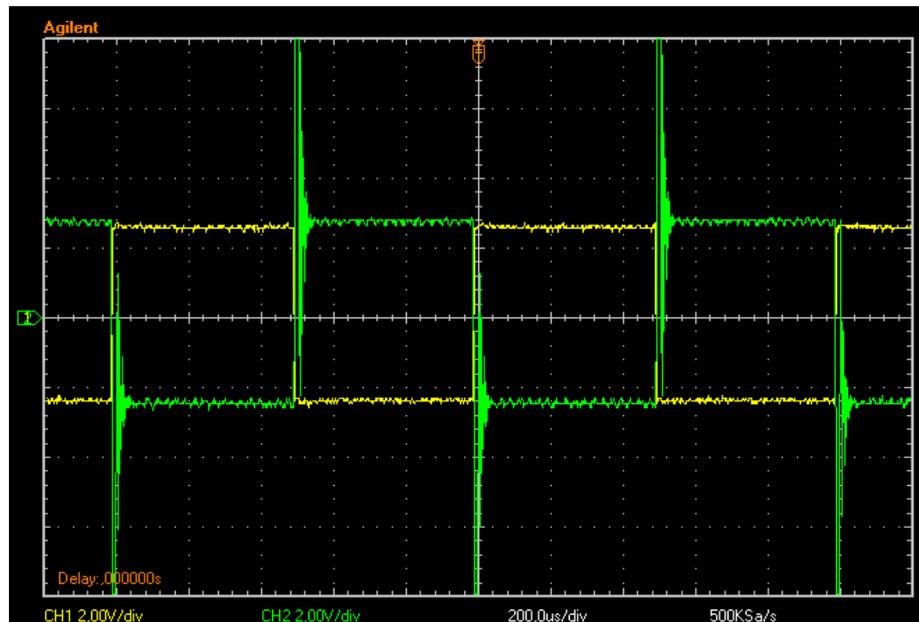
Pode-se perceber claramente a presença das duas componentes descritas anteriormente analisando a figura anterior, vê-se um impulso no instante da mudança da entrada e uma componente constante (degrau) com certo ganho após isso.

Os valores para os componentes foram então trocados mais uma vez para o que segue:

**Tabela 15: Valores dos componentes utilizados na prática**

$R_1$	$R_2$	Capacitância
9,49k $\Omega$	10k $\Omega$	2,2nF

No osciloscópio as formas de onda observadas são mostradas na figura seguinte.



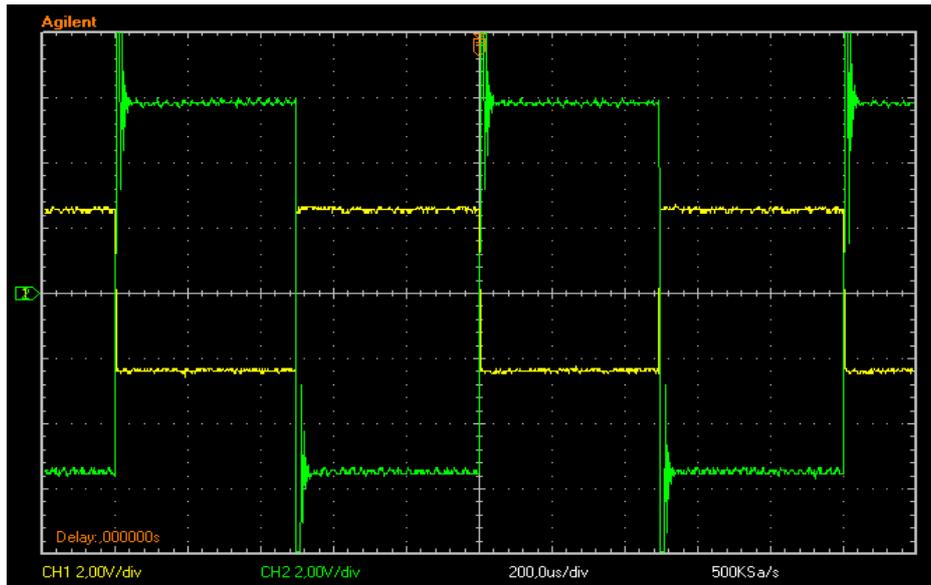
**Fig. 49: Formas de onda da entrada (amarelo) e saída (verde) obtidas experimentalmente**

A figura anterior mostra novamente a componente impulsiva junto com um sinal constante agora com um ganho de aproximadamente -1. Finalmente, utilizam-se agora os seguintes valores para avaliar o comportamento do controlador.

**Tabela 16: Valores dos componentes utilizados na prática**

$R_1$	$R_2$	Capacitância
29,6k $\Omega$	10k $\Omega$	2,2nF

No laboratório os sinais visualizados são mostrados na figura seguinte:



**Fig. 50:** Formas de onda da entrada (amarelo) e saída (verde) obtidas experimentalmente

Agora o ganho entregue a saída é maior que a unidade e invertido relativamente ao sinal de entrada. A componente impulsiva continua presente e com a mesma amplitude das outras configurações já que ela depende diretamente da capacitância e do valor do resistor na realimentação ( $R_2$ ).

O controlador estudado diferentemente do anterior, responde tanto as componentes de alta frequência da entrada como as de baixa frequência devido à configuração do capacitor e do resistor ser em paralelo e não mais em série o que fazia que as componentes de baixa fossem suprimidas.

## CÓDIGO MATLAB

```
>> 'G = Vs/Ve= -Z2/Z1';

>> 'Vs= -(Ve*Z2)/Z1'           % sendo Z2=R2=0 inicialmente;
ans =
Vs= -(Ve*Z2)/Z1
>> num=[0 0 0 ];
>> den=[0 0 10000];
>> t=0:0.05:4;
>> step(num,den,t);
>> num1=[0 0 -10000 ];
>> den1=[0 0 10000];
>> t=0:0.05:4;
>> step(num1,den1,t)
>> num2=[0 0 -5850 ];
>> den2=[0 0 10000];
>> t=0:0.05:4;
>> step(num2,den2,t)
>> num3=[0 0 -20000 ];
>> den3=[0 0 10000];
>> t=0:0.05:4;
>> step(num3,den3,t)
>> 'Vs= -(Ve*Z2)/Z1'           % agora tem um capacitor em serie com um resistor que resulta na
impedância Z2;

ans =

Vs= -(Ve*Z2)/Z1

>> A=[0 -2000 -440.1408e6];
>> B=[0 10000 0];
>> t=0:0.05:4;
>> step(A,B,t)

>> C=[0 -10700 -440.1408e6];
>> D=[0 10000 0];
>> t=0:0.05:4;
>> step(C,D,t)
>> E=[0 -170000 -440.1408e6];
>> F=[0 10000 0];
>> t=0:0.05:4;
>> step(E,F,t)

>> 'G = Vs/Ve= -Z2/Z1'; % Paralelo resistor e capacitor

>> 'Vs= -(Ve*Z2)/Z1' % agora tem um capacitor em paralelo com um resistor na impedância
Z2;

ans =
```

```

Vs= -(Ve*Z2)/Z1
>> A=[0 0 -30800];
>> B=[0 0.699776 10000];
>> t=0:0.05:4;
>> step(A,B,t)
>> A=[0 0 -10100]; % para o resistor R2=10,1k em paralelo com o mesmo capacitor de
2,272nF
>> B=[0 0.229472 10000];
>> t=0:0.5:4;
>> step(A,B,t);
>> A=[0 0 -25700]; % para o resistor de 25,7k
>> B=[0 0.583904 10000];
>> t=0:0.5:4;
>> step(A,B,t)

>> A=[0 -2,272e-5 0]; % Para o caso do potenciômetro em série com o capacitor na
impedância Z1, nesse caso o valor no potenciômetro é de 33,2k
>> B=[0 7.54304e-5 1];
>> t=0:0.1e-3:4;
>> step(A,B,t)

>> A=[0 -2.272e-5 0]; % para o valor do potenciômetro igual a 17,3k
>> B=[0 3.93056e-5 1];
>> t=0:0.1e-2:4;
>> step(A,B,t)
>> A=[0 -2.272e-5 0]; % para o valor do potenciômetro igual a 11,75k
>> B=[0 2.6696e-5 1];
>> t=0:1:10;
>> step(A,B,t)
% nesse caso o potenciômetro está em paralelo com o capacitor na impedância Z1. O valor do
potenciômetro é de 29,6k
>> A=[0 -0.672512 -10000];
>> B=[0 0 29600];
>> t=0:0.1:4;
>> step(A,B,t)

>> A=[0 -0.2156128 -10000]; % para o valor do potenciômetro igual a 9,49,3k

>> B=[0 0 9490];
>> t=0:1:20
>> step(A,B,t)

>> A=[0 -0.1008768 -10000]; % para o valor do potenciômetro igual a 4,44k
>> B=[0 0 4440];
>> t=0:0.01:10;
>> step(A,B,t)

```

## CONCLUSÃO

Analisadas as ações de controle em sistemas de 1ª ordem, algumas conclusões podem ser extraídas.

Quando montado o controlador proporcional percebeu-se que a resposta real para um valor de resistência nula na realimentação acarreta num ganho de zero, como esperado da equação da função de transferência, quando as resistências são iguais há um ganho unitário e quando a realimentação tem maior valor de resistência ocorre um ganho maior que um.

Com a ação de proporcional, tem-se que o controlador multiplica o sinal de entrada por uma constante K (ganho), que pode ser variada de acordo com a combinação de resistores usados na implementação, essa montagem tem a característica de inverter o sinal, ou seja, quando a entrada é positiva a saída é menos K vezes a entrada, se o desejo for obter um sinal com mesma fase na saída basta concatenar outro controlador do tipo estudado com ganho unitário para que os sinais tenham fases idênticas.

Relacionando a ação do controlador PI, tem-se que esse controlador faz com que o sistema tenha um pólo em malha aberta na origem o que melhora o erro em regime estacionário já que o tipo do sistema é aumentado em 1 por cada integração.

O controlador puramente derivativo não pode ser utilizado sozinho, pois não atua diretamente no erro, ele age na variação do erro atuante. Observou-se que a saída encontra-se invertida com relação a entrada, isto por causa do amplificador operacional inversor, para que este sinal de saída seja positivo basta inserir um outro amplificador operacional inversor com ganho -1, ou seja, este amplificador não afetará os valores de saída apenas o tornará positivo.

## REFERÊNCIAS

- [1] **Ações básicas de controle e controladores automáticos industriais**. Projeto Reenge - Eng. Elétrica. Apostila de Sistemas de Controle I. Disponível em: <<http://www.ufsm.br/gepoc/renes/Templates/arquivos/.../elc418-cap5.pdf>> Acesso em 12 abr. 2010.
- [2] LATHI, B. P. **Sinais e Sistemas Lineares**. 2.ed. Porto Alegre: Bookman, 2007.
- [3] NISE, Norman S. **Engenharia de Sistemas de Controle**. 5.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
- [4] MARUYAMA, Newton. **Ações de controle básicas**: uma análise do desempenho em regime estático. Cap.3. Disponível em: <[http://www.joinville.udesc.br/portal/.../Acoes\\_Basicas\\_de\\_Controlo.pdf](http://www.joinville.udesc.br/portal/.../Acoes_Basicas_de_Controlo.pdf)> acesso em 12 abr. 2010.
- [5] OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de Controle Moderno**. 4.ed. São Paulo: Prentice Hall, 2004.
- [6] SILVA, João Manoel Gomes da. **Ações básicas de controle**. Abr. 2000. Disponível em: <<http://www.ece.ufrgs.br/~jmgomes/pid/Apostila/.../node18.html>>. Acesso em 12 abr. 2010.