

Análise de Sinais e Sistemas
Segunda Avaliação de Aprendizagem - Semestre 2010.1 - (20/05/2010)
Prof.: Edmar José do Nascimento
Aluno(a):

1. (2,5 Pontos) Considere um sistema LIT cuja função de transferência é

$$H(s) = \frac{s+1}{s^2+5s+6}.$$

- (a) Admitindo que o sistema é controlável e observável (*pólos não são cancelados por zeros*), escreva a equação diferencial que relaciona a entrada $x(t)$ com a saída $y(t)$.
- (b) Determine a resposta total do sistema para a entrada $x(t) = e^{-(t-4)}u(t-4)$, tendo como condições iniciais $y(0^-) = -1$ e $y^{(1)}(0^-) = 0$

2. (2,5 Pontos) Considere o sinal $x(t)$ definido por

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \text{ret}\left(\frac{t}{T}\right).$$

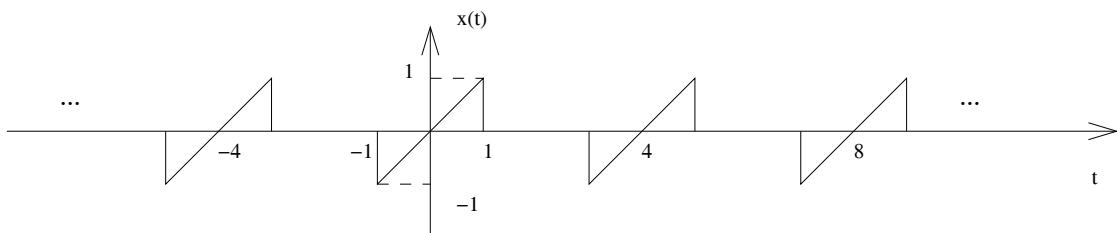
- (a) Realizando a operação de convolução, calcule o sinal $z(t) = x(t) * x(t)$ e esboce o seu gráfico.
- (b) Usando o resultado do item (a), mostre que

$$\mathcal{F}\left\{\Delta\left(\frac{t}{\tau}\right)\right\} = \frac{\tau}{2} \text{sinc}^2\left(\frac{\omega\tau}{4}\right).$$

3. (2,5 Pontos) Considere um sistema linear, invariante no tempo e *causal* cuja função de transferência é dada por

$$H(s) = \frac{s+1}{s^2+2s+2}.$$

- (a) Analise a estabilidade externa desse sistema (*critério BIBO*).
- (b) Determine e esboce a saída $y(t)$ se for aplicado a esse sistema uma entrada $x(t) = e^{-|t|}$, $-\infty < t < \infty$.
4. (2,5 Pontos) Seja $x(t)$ o sinal periódico esboçado na figura abaixo. Determine a série trigonométrica compacta de Fourier de $x(t)$ e esboce o seu espectro.



Transformadas de Fourier

$$\begin{aligned} g(t) &\leftrightarrow G(\omega) \\ \text{ret}\left(\frac{t}{\tau}\right) &\leftrightarrow \tau \text{sinc}\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) \\ e^{j\omega_0 t} &\leftrightarrow 2\pi\delta(\omega - \omega_0) \end{aligned}$$

Propriedades da Transformada de Fourier

$$\begin{aligned}
 g(t) &\leftrightarrow G(\omega) \\
 G(t) &\leftrightarrow 2\pi g(-\omega) \\
 g(t - t_0) &\leftrightarrow G(\omega)e^{-j\omega t_0} \\
 g(t)e^{j\omega t_0} &\leftrightarrow G(\omega - \omega_0) \\
 g_1(t) * g_2(t) &\leftrightarrow G_1(\omega)G_2(\omega) \\
 g_1(t)g_2(t) &\leftrightarrow \frac{1}{2\pi}G_1(\omega) * G_2(\omega)
 \end{aligned}$$

Séries de Fourier

$$\begin{aligned}
 g(t) &= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n e^{jn\omega_0 t} \\
 a_0 &= \frac{1}{T_0} \int_{T_0} g(t) dt; \quad a_n = \frac{2}{T_0} \int_{T_0} g(t) \cos n\omega_0 t dt; \quad b_n = \frac{2}{T_0} \int_{T_0} g(t) \sin n\omega_0 t dt \\
 C_n &= \sqrt{a_n^2 + b_n^2}; \quad \theta_n = \arctan\left(\frac{-b_n}{a_n}\right); \quad D_n = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} g(t) e^{-jn\omega_0 t} dt
 \end{aligned}$$

Transformadas de Laplace Unilaterais

$$\begin{aligned}
 x(t) &\leftrightarrow X(s) \\
 t^n u(t) &\leftrightarrow \frac{n!}{s^{n+1}} \\
 e^{\lambda t} u(t) &\leftrightarrow \frac{1}{s - \lambda} \\
 t^n e^{\lambda t} u(t) &\leftrightarrow \frac{n!}{(s - \lambda)^{n+1}} \\
 re^{-at} \cos(bt + \theta) u(t) &\leftrightarrow \frac{0,5re^{j\theta}}{s + a - jb} + \frac{0,5re^{-j\theta}}{s + a + jb} \\
 re^{-at} \cos(bt + \theta) u(t) &\leftrightarrow \frac{As + B}{s^2 + 2as + c}, \quad b = \sqrt{c - a^2}, \\
 r &= \sqrt{\frac{A^2 c + B^2 - 2ABa}{c - a^2}}, \quad \theta = \arctan\left(\frac{Aa - B}{A\sqrt{c - a^2}}\right)
 \end{aligned}$$

Propriedades da transformada de Laplace

$$\begin{aligned}
 x(t) &\leftrightarrow X(s) \\
 \frac{d^n x}{dt^n} &\leftrightarrow s^n X(s) - \sum_{k=1}^n s^{n-k} x^{(k-1)}(0^-) \\
 x(t - t_0) u(t - t_0) &\leftrightarrow X(s)e^{-st_0}, \quad t_0 \geq 0 \\
 x(t)e^{s_0 t} &\leftrightarrow X(s - s_0) \\
 x_1(t) * x_2(t) &\leftrightarrow X_1(s)X_2(s)
 \end{aligned}$$

Integrais Indefinidas

$$\begin{aligned}
 \int x \sin ax dx &= \frac{1}{a^2} (\sin ax - ax \cos ax) \\
 \int x \cos ax dx &= \frac{1}{a^2} (\cos ax + ax \sin ax)
 \end{aligned}$$