

Análise de Sinais e Sistemas  
Segunda Avaliação de Aprendizagem - Semestre 2009.2 - (27/10/2009)  
Prof.: Edmar José do Nascimento  
Aluno(a):

1. (2,0 Pontos) Um sinal  $x(t)$  de amplitude limitada possui transformada de Laplace bilateral dada por

$$X(s) = \frac{s3^s}{(s-2)(s+2)}.$$

- (a) Determine a região de convergência correspondente.  
(b) Determine o sinal  $x(t)$  no domínio do tempo.
2. (2,0 Pontos) Utilizando o teorema de Parseval, mostre que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \text{sinc}^2(kt) dt = \frac{\pi}{k}$$

3. (4,0 Pontos) Um trem de impulsos com período  $T_0$  é um sinal periódico dado pela expressão:

$$\delta_{T_0}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_0)$$

- (a) Determine a série exponencial de Fourier de  $\delta_{T_0}(t)$ .  
(b) Determine a série trigonométrica compacta de Fourier de  $\delta_{T_0}(t)$ .  
(c) Determine a transformada de Fourier de  $\delta_{T_0}(t)$  (*Sugestão: Use a expressão obtida no item (a) e aplique as propriedades da transformada de Fourier*)  
(d) Esboce os espectros de Fourier para a série exponencial, a série compacta e para a transformada considerando  $T_0 = \pi$ .
4. (2,0 Pontos) Responda as questões indicadas a seguir:
- (a) Explique em que consiste o fenômeno de Gibbs.  
(b) Como se dá a convergência de uma série de Fourier quando o sinal  $x(t)$  apresenta pontos de descontinuidade.  
(c) Sob que condições a transformada de Fourier pode ser obtida a partir da transformada de Laplace fazendo-se  $s = j\omega$ .

## Transformadas de Laplace

$$\begin{aligned}x(t) &\leftrightarrow X(s) \\t^n u(t) &\leftrightarrow \frac{n!}{s^{n+1}} \\e^{\lambda t} u(t) &\leftrightarrow \frac{1}{s - \lambda} \\t^n e^{\lambda t} u(t) &\leftrightarrow \frac{n!}{(s - \lambda)^{n+1}}\end{aligned}$$

## Propriedades da transformada de Laplace

$$\begin{aligned}x(t) &\leftrightarrow X(s) \\ \frac{d^n x}{dt^n} &\leftrightarrow s^n X(s) - \sum_{k=1}^n s^{n-k} x^{(k-1)}(0^-) \\ \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau &\leftrightarrow \frac{1}{s} X(s) + \frac{1}{s} \int_{-\infty}^{0^-} x(t) dt \\ x(t - t_0) u(t - t_0) &\leftrightarrow X(s) e^{-st_0}, \quad t_0 \geq 0 \\ x(t) e^{s_0 t} &\leftrightarrow X(s - s_0) \\ x_1(t) * x_2(t) &\leftrightarrow X_1(s) X_2(s) \\ x_1(t) x_2(t) &\leftrightarrow \frac{1}{2\pi j} X_1(s) * X_2(s) \\ x(at), \quad a \geq 0 &\leftrightarrow \frac{1}{a} X\left(\frac{s}{a}\right)\end{aligned}$$

## Propriedades da Transformada de Fourier

$$\begin{aligned}g(t) &\leftrightarrow G(\omega) \\ G(t) &\leftrightarrow 2\pi g(-\omega) \\ g(t - t_0) &\leftrightarrow G(\omega) e^{-j\omega t_0} \\ g(t) e^{j\omega t_0} &\leftrightarrow G(\omega - \omega_0) \\ g_1(t) * g_2(t) &\leftrightarrow G_1(\omega) G_2(\omega) \\ g_1(t) g_2(t) &\leftrightarrow \frac{1}{2\pi} G_1(\omega) * G_2(\omega) \\ \frac{d^n g}{dt^n} &\leftrightarrow (j\omega)^n G(\omega)\end{aligned}$$

## Transformadas de Fourier

$$\begin{aligned}g(t) &\leftrightarrow G(\omega) \\ \text{ret}\left(\frac{t}{\tau}\right) &\leftrightarrow \tau \text{sinc}\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) \\ e^{j\omega_0 t} &\leftrightarrow 2\pi\delta(\omega - \omega_0)\end{aligned}$$

## Séries de Fourier

$$\begin{aligned}g(t) &= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n e^{jn\omega_0 t} \\ a_0 &= \frac{1}{T_0} \int_{T_0} g(t) dt; \quad a_n = \frac{2}{T_0} \int_{T_0} g(t) \cos n\omega_0 t dt; \quad b_n = \frac{2}{T_0} \int_{T_0} g(t) \sin n\omega_0 t dt \\ C_n &= \sqrt{a_n^2 + b_n^2}; \quad \theta_n = \arctan\left(\frac{-b_n}{a_n}\right); \quad D_n = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} g(t) e^{-jn\omega_0 t} dt\end{aligned}$$