



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AGRÍCOLA**

JOSÉ DE ALENCAR DE SOUSA JÚNIOR

**MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA À PRODUÇÃO DE
TILÁPIAS DO NILO CRIADAS EM TANQUES-REDE NO
SUBMÉDIO DO SÃO FRANCISCO**

**JUAZEIRO – BA
2013**

<p style="text-align: center;">José de Alencar de Sousa Júnior</p> <p style="text-align: center;">Modelagem matemática aplicada à produção de tilápias do Nilo criadas em tanques-rede no Submédio do São Francisco</p>	
---	--

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AGRÍCOLA**

JOSÉ DE ALENCAR DE SOUSA JÚNIOR

**MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA À PRODUÇÃO DE
TILÁPIAS DO NILO CRIADAS EM TANQUES-REDE NO
SUBMÉDIO DO SÃO FRANCISCO**

Dissertação apresentada a
Universidade do Vale do São
Francisco - UNIVASF, Campus
Juazeiro, como requisito para a
obtenção do título de Mestre em
Engenharia Agrícola.

Prof. Orientador: Marlon da Silva
Garrido

Prof. Coorientador: Paulo Gustavo
S. de Carvalho

**JUAZEIRO – BA
2013**

S725m Sousa Júnior, José de Alencar de.
Modelagem matemática aplicada à produção de
tilápias do nilo criadas em tanques-rede no Submédio do
São Francisco /José de Alencar de Sousa Júnior. --
Juazeiro, 2013.
63 f. : il. ; 29 cm.

Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado em
Engenharia Agrícola) – Universidade Federal do Vale do
São Francisco, Campus Juazeiro-BA, 2013.

Orientador: prof. DSc. Marlon da Silva Garrido.

Inclui referências.

1. Tilápia do Nilo - modelagem matemática. 2. Curvas
de Crescimento Animal. I. Título. II. Garrido, Marlon da
Silva. III. Universidade Federal do Vale do São Francisco.

CDD 639.3758

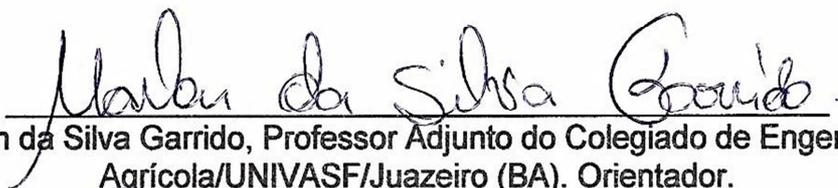
**UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AGRÍCOLA**

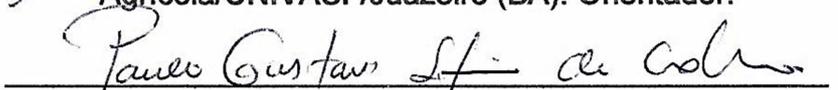
FOLHA DE APROVAÇÃO

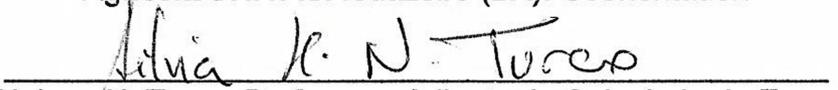
JOSÉ DE ALENCAR DE SOUSA JÚNIOR

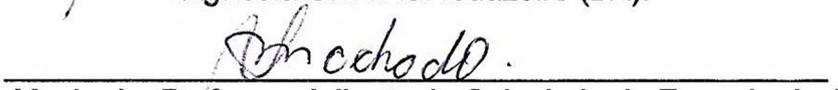
MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA À PRODUÇÃO DE TILÁPIAS DO NILO
CRIADAS EM TANQUES-REDE NO SUBMÉDIO DO SÃO FRANCISCO

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre
em Engenharia Agrícola, pela Universidade Federal do Vale do São Francisco.


Marlon da Silva Garrido, Professor Adjunto do Colegiado de Engenharia
Agrícola/UNIVASF/Juazeiro (BA). Orientador.


Paulo Gustavo S. de Carvalho, Professor Adjunto do Colegiado de Engenharia
Agrícola/UNIVASF/Juazeiro (BA). Coorientador.


Silvia Helena N. Turco, Professora Adjunta do Colegiado de Engenharia
Agrícola/UNIVASF/Juazeiro (BA).


Neiton Silva Machado, Professor Adjunto do Colegiado de Engenharia Agrônômica
da UNIVASF/Petrolina (PE). Examinador externo.

Juazeiro, 12 de Junho de 2013.

Aos meus pais, **José de Alencar de Sousa** e **Geisa Alves de Sousa**, por me apoiarem, incondicionalmente, na minha vida acadêmica.

E ao meu amigo, **Muriel Honório Cipriano**, pelos bons conselhos e palavras positivas que sempre me erguiam nos momentos mais críticos dos últimos 2 anos.

Dedico

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais (José de Alencar de Sousa e Geisa Alves de Sousa) por todo carinho, confiança, e amor a mim dedicados. Mesmo longe, nunca me senti só ou desamparado, pois contei com os senhores em tudo. Muitas vezes fraquejei, mas sua palavra de carinho, mãe, me confortava, e meu coração se enchia de esperança novamente.

A todos os demais familiares (tios, tias, primos e primas, e minhas avós) que deram apoio a este caminho árduo, mas com muitas alegrias.

A meus amigos de Mossoró: Mário, Leandro, Sousa, Aoem e todos os demais pela grande amizade, pelo apoio, motivação e carinho.

Aos amigos da UNIVASF: Francisco (Chiquinho), Douglas, Ana e Fátima.

Aos meus inesquecíveis amigos da UFPB: Assis, Leandro, Pedro Patoense, Cácio (Gordin) e todos os demais amigos que fiz em Areia.

Ao meu amigo Muriel Honório Cipriano, pela lealdade e amizade incontestavelmente verdadeira.

Aos meus mestres Prof. DSc. Marlon da Silva Garrido e Prof. DSc. Paulo Gustavo Serafim de Carvalho pela orientação, pelo apoio, pelos ensinamentos, pela amizade e pelo voto de confiança que me deram. Obrigado pela calma e facilidade em transmitir segurança que os senhores têm. São exemplos a serem sempre seguidos.

A CAPES pela ajuda financeira e o pela confiança do ingresso na pesquisa.

A UNIVASF, todos os professores e funcionários que contribuíram para minha formação acadêmica.

SOUSA JUNIOR, J.A. Universidade Federal do Vale São Francisco, 2013. **Modelagem matemática aplicada à produção de tilápias do Nilo criadas em tanques-rede no Submédio do São Francisco.** Orientador: DSc. Marlon da Silva Garrido. Co-orientador: DSc. Paulo Gustavo Serafim de Carvalho.

RESUMO

Dois trabalhos foram realizados, utilizando modelagem matemática no crescimento de tilápias do Nilo, criadas em tanques-rede, no submédio do São Francisco. O Estudo I teve como objetivo aplicar modelos matemáticos à produção de tilápias do Nilo (*Oreochromis niloticus*) criadas em tanques-rede no Submédio do São Francisco e escolher o modelo que melhor representa as condições de criação para a região. Foram testados os modelos não-lineares de Brody, Bertalanffy, Logístico, Gompertz e Richards. Os modelos foram ajustados às séries de peso por idade de acordo com os métodos de Gauss-Newton. Foi utilizado o procedimento "NLIN" do Sistema SAS (2003) para obtenção das estimativas dos parâmetros a partir da média dos dados disponíveis. O melhor ajuste dos dados foram observados com os modelos de Bertalanffy, Gompertz e Logístico, que são equivalentes para explicar o crescimento dos animais até 270 dias de criação. Sob o ponto de vista comercial, recomenda-se a comercialização das tilápias com pelo menos dos 600 g, que é previsto nos modelos de Bertalanffy, Gompertz e Logístico para criações superiores a 183, 181 e 184 dias, e para massa de até 1 Kg, sugere-se a suspensão da criação em até 244, 244 e 243 dias, respectivamente. O Estudo II, teve como objetivo analisar a taxa de crescimento instantânea (TCI), ponto de inflexão (PI), taxa de crescimento instantânea relativa (TCI_r) e taxa de maturidade absoluta (TMA) de três modelos matemáticos já ajustados ao crescimento tilápias do Nilo (*Oreochromis niloticus*) criadas em tanques-rede no Submédio do São Francisco. Foram utilizados os modelos não-lineares de Bertalanffy, Logístico e Gompertz, ajustados com dados fornecidos pela CODEVASF/Embrapa Semiárido – CPATSA. No modelo de Bertalanffy a TCI iniciou com ganhos médios de 9×10^{-4} kg.dia⁻¹ e foi crescente até atingir o máximo em torno de $7,05 \times 10^{-3}$ kg.dia⁻¹, aproximadamente aos 265 dias de idade. Os modelos de Gompertz e Logístico apresentaram taxa de maturidade absoluta iguais a $3,6 \times 10^{-5}$ e $4,06 \times 10^{-4}$ kg.dia⁻¹, ao nascimento, respectivamente. O

modelo de Bertalanffy apresentou TCIr superior aos demais modelos, durante toda fase de criação. Ao nascimento, foram estimadas TCIr, para os modelos de Bertalanffy, Gompertz e Logístico, em torno de 0,0843, 0,0172 e 0,0178 kg.dia⁻¹. Recomenda-se evitar o uso do modelo Logístico para obtenção de taxas de crescimento de tilápias cultivadas em gaiolas. Há obtenção de bons ajustes das taxas de crescimento (TCI, TCIr e TMA) dos modelos de Bertalanffy e Gompertz até 270 dias de criação.

Palavras-chave: crescimento. economia. *Oreochromis niloticus*. modelagem

SOUSA JUNIOR, J.A. Universidade Federal do Vale São Francisco, 2013. **Mathematical modeling applied to the production of tilapia created in cages in the Lower of the São Francisco Basin.** Orientador: DSc. Marlon da Silva Garrido. Co-orientador: DSc. Paulo Gustavo Serafim de Carvalho.

ABSTRACT

Two studies were conducted, using mathematical modeling on the growth of tilapia, raised in cages in the Lower of São Francisco Basin. Study I aimed to apply mathematical models to the production of Nile tilapia (*Oreochromis niloticus*) reared in cages in Lower of São Francisco Basin and choose the model that best represents the conditions of creation for the region. Were tested nonlinear models of Brody, Bertalanffy, Logistic, Gompertz, and Richards. The models were fitted to the series of weight for age according to the method Gauss-Newton. It was used the procedure "NLIN" of the System SAS (2003) to obtain estimates of the parameters from the average of the available data. The best fit of the data were observed with models Bertalanffy, Gompertz and Logistic which are equivalent to explain the growth of the animals up to 270 days of creation. From the commercial point of view, it is recommended that commercialization of tilapia from at least 600 g, which is expected in models of Bertalanffy, Gompertz and Logistic for creating over 183, 181 and 184 days, and up to 1 Kg mass, suggest the suspension up to the establishment 244, 244 and 243 days, respectively. The Study II aimed to analyze the instantaneous growth rate (TCI), inflection point (PI), instantaneous relative growth rate (TCIr) and the rate of absolute maturity (TMA) of three mathematical models have adjusted to

the growth of Nile tilapia (*Oreochromis niloticus*) in cages in the Lower of São Francisco Basin. We used the nonlinear models of Bertalanffy, Logistic and Gompertz, adjusted to data provided by Codevasf / Embrapa Semi-Arid - CPATSA. In the model of Bertalanffy TCI began with average earnings of 9×10^{-4} kg.day⁻¹ and was increased until reaching a maximum at around 7.05×10^{-3} kg.day⁻¹ to about 265 days of age. The Logistic and Gompertz model showed absolute maturity rate equal to 3.6×10^{-5} and 4.06×10^{-4} kg.day⁻¹, at birth, respectively. The model Bertalanffy presented TCIr superior to other models, throughout creation phase. At birth, were estimated TCIr, for models of Bertalanffy, Gompertz and Logistic around 0.0843, 0.0172 and 0.0178 kg.day⁻¹. It is recommended to avoid using the Logistic model for achieving growth rates of tilapia reared in cages. There are obtaining good fits of growth rates (TCI, TCIr and TMA) models Bertalanffy and Gompertz up to 270 days of creation.

Keywords: growth. economy. *Oreochromis niloticus*. modeling

LISTA DE TABELAS

ARTIGO 1 - Modelagem matemática aplicada ao crescimento de tilápias em tanques-rede no submédio do São Francisco.

Tabela 1 - Valores estimados para os parâmetros A, B e k para todos os modelos analisados.....Pág.29

Tabela 2 - Coeficiente de determinação, Convergência e Soma dos desvios de acordo com os modelos estudados.....Pág.34

ARTIGO 2 - Taxas de crescimento de três modelos não-lineares ajustados ao cultivo de tilápias no São Francisco

Tabela 1. Valores estimados para os parâmetros A, B e k, em kg, e R^2 para todos os modelos analisados.....Pág.45

LISTA DE FIGURAS

ARTIGO 1 - Modelagem matemática aplicada ao crescimento de tilápias em tanques-rede no submédio do São Francisco

Figura 1 - Curvas de crescimento observada e estimada de acordo com os modelos, para 270 dias de criação: a) Bertalanffy, b) Brody, c) Logístico, d) Gompertz e, e) Richards.....Pág.31

Figura 2 - Curvas de crescimento estimada de acordo com os modelos de Bertalanffy (f), logístico (g) e Gompertz (h), para 1000 dias de criação.....Pág.37

ARTIGO 2 - Taxas de crescimento de três modelos não-lineares ajustados ao cultivo de tilápias no São Francisco

Figura 1 - TCI e TMA estimados para 270 dias de criação, segundo o modelo de Bertalanffy.....Pág.47

Figura 2 - TCI e TMA estimados para teóricos 1000 dias de criação, segundo o modelo de Bertalanffy.....Pág.49

Figura 3 - TCI e TMA estimados para 270 dias de criação, segundo o modelo de Gompertz.....Pág.50

Figura 4 - TCI e TMA estimados para 1000 dias de criação, segundo o modelo de Gompertz.....Pág.50

Figura 5 - TCI e TMA estimados para 270 dias de criação, segundo o modelo Logístico.....Pág.51

Figura 6 - TCI e TMA estimados para 1000 dias de criação, segundo o modelo Logístico.....Pág.52

Figura 7 - TCIr estimados para 270 dias de criação, segundo os modelos de: A) Bertalanffy, B) Gompertz e C) Logístico.....Pág.53

Figura 8 - Regressão entre TCI e TMA estimados pelo modelo de Bertalanffy relativos aos 270 dias de criação.....Pág.54

Figura 9 - Regressão entre TCI e TMA estimados pelo modelo de Gompertz relativos aos 270 dias de criação.....Pág.54

Figura 10 - Regressão entre TCI e TMA estimados pelo modelo Logístico relativos aos 270 dias de criação.....Pág.55

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO GERAL	14
2. REVISÃO DE LITERATURA	15
2.1 PISCICULTURA BRASILEIRA	15
2.2 TILÁPIA DO NILO E O VALE DO SÃO FRANCISCO	17
2.3 CULTIVO EM TANQUES-REDE	18
2.4 MODELOS MATEMÁTICOS MAIS UTILIZADOS	20
ARTIGO I.....	23
ARTIGO II.....	42
3. CONCLUSÃO GERAL.....	59
4. BIBLIOGRAFIA	60

1. INTRODUÇÃO GERAL

A piscicultura pode ser definida como qualquer criação animal, dentro de corpos d'água, em qualquer fase de desenvolvimento da criação do peixe, visando sua comercialização. Entre as diversas espécies cultiváveis em água doce, a tilápia do Niilo (*Oreochromis niloticus*) está entre aquelas espécies que possuem características indispensáveis, tais como: boa aceitação, alto valor comercial e excelente conversão alimentar, que gera custos de produção relativamente baixos, especialmente nos países em desenvolvimento.

O Brasil é um país que apresenta condições excepcionais e extremamente favoráveis à tilapicultura (cultivo intensivo de tilápias). Possui grande potencial de mercado, clima favorável à criação, disponibilidade de áreas aptas ao cultivo, grandes safras de grãos que geram matérias primas para rações animal e especialmente, grande potencial hídrico.

Existem estruturas responsáveis pela contenção e facilitação do manejo em pisciculturas, tais como: tanques escavados, tanques de alvenaria e tanques-rede. Os tanques-rede são estruturas fechadas de tela ou rede, que detêm os peixes e possibilita a troca completa de água na forma de fluxo contínuo, facilita a visualização dos peixes e ainda agiliza o manejo dos animais. O desenvolvimento do cultivo em tanques-rede deve ser gerido com planejamento, conhecimento técnico-legal, visando à sustentabilidade do negócio.

Nessa concepção de planejamento, estão inseridos os modelos matemáticos de crescimento animal. São utilizados no acompanhamento do desenvolvimento de diversas espécies animais, pois permitem de uma maneira relativamente simples, sintetizar taxas e informações em um conjunto de dados biologicamente interpretáveis. Assim, permitem ao criador intervir no manejo da criação, fazer previsões de produtividade ou ainda, ajudar na escolha de prolongar (ou não) a estadia dos peixes no criatório, por exemplo.

Especificamente no Nordeste brasileiro, o vale do São Francisco é uma região que se destaca como promissor produtor piscícola: é farto em água de qualidade e quantidade aliado ao clima quente com pequena variação de temperatura ao longo do ano, que permitem o desenvolvimento dos peixes em tanques-rede.

Na avaliação desta espécie, a tilápia, os estudos de curvas de crescimento por meio do ajuste de equações de predição do peso em função da idade do animal tem sido importante. Contudo, estudos sobre o crescimento de tilápias do Nilo em tanques-rede no vale do São Francisco, através de modelos matemáticos são escassos na literatura.

Nesse contexto, objetivou-se com esta pesquisa aplicar modelos matemáticos no crescimento de tilápias do Nilo, criadas em tanques-rede, no submédio do São Francisco, através de dois estudos: (I) objetivou-se aplicar modelos matemáticos à produção de tilápias do Nilo (*Oreochromis niloticus*) criadas em tanques-rede no Submédio do São Francisco e escolher o modelo que melhor representa as condições de criação para a região; (II) teve como objetivo estudar a taxa de crescimento instantânea (TCI), ponto de inflexão (PI), taxa de crescimento instantânea relativa (TCI_r) e taxa de maturidade absoluta (TMA) de três modelos matemáticos já ajustados ao crescimento tilápias do Nilo (*Oreochromis niloticus*) criadas em tanques-rede no Submédio do São Francisco.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1 PISCICULTURA BRASILEIRA

A piscicultura é uma modalidade da aquicultura, que consiste na criação de peixes em ambientes artificiais e naturais. Segundo Ono e Kubtiza (2003), a criação de peixes é uma excelente atividade de lazer e valor econômico agregado, sendo utilizado também como medida eficiente de preservação da natureza, desde que o planejamento e as técnicas de manejo sejam adequados à realidade de cada região. Num sentido mais amplo, Campos (2001) descreve a piscicultura como sendo o cultivo de peixes em condições extensivas, semi-intensiva, e intensiva de açudes, reservatórios, viveiros (tanques de terra), tanques de concreto e/ou tanques-rede ou gaiolas em ambientes marinhos. A exploração de espécies piscícolas serve como ferramenta de desenvolvimento socioeconômico, possibilitando o aproveitamento

dos recursos hídricos locais, naturais ou não, e a criação de postos de trabalhos assalariados (SABBAG et al., 2007).

De rápida expansão na indústria, a piscicultura é um seguimento muito significativo (OLIVEIRA, 2011). Atualmente, é uma fonte importante no aporte de proteína animal, sendo o fornecimento mundial de 142 milhões de toneladas de pescado somente em 2008, dos quais 81% se destinaram ao consumo e proporcionou um fornecimento per capita aparente de aproximadamente 17 kg (equivalente de peso vivo), fato que representa um recorde (FAO, 2010a).

O grande potencial para o crescimento dessa atividade zootécnica se deve, notoriamente, às características naturais do Brasil relacionadas à abundância de recursos hídricos, além dos 5,5 milhões de hectares de grandes reservatórios naturais e artificiais, clima favorável a criação e disponibilidade de grãos para o processamento de rações balanceadas a preços competitivos (OSTRENSKY et al., 2008). Os mesmos autores relatam que os principais entraves para o desenvolvimento da aquicultura brasileira são: as questões ambientais e suas dificuldades para regularização dos empreendimentos; a falta de organização da cadeia produtiva, de linhas de crédito e a elevada carga tributária.

No caso da produção piscícola, entre os fatores responsáveis pelas variações aleatórias associadas ao crescimento dos peixes, encontram-se relacionadas com a qualidade da água: é o resultado de influências internas (densidade de peixes, interações físico-químicas e biológicas) e externas (por exemplo, a qualidade da fonte de água, características do solo, clima, introdução de alimentos – ração), enfatiza Bastos et al. (2003).

O viveiro de piscicultura é um ambiente aquático complexo e dinâmico. Portanto, é importante o uso de metodologias que possibilitem estimar com confiabilidade o crescimento da população piscícola no país, pois possibilitaria a organização política do consumo interno, de exportação e de marketing, entre outros.

O cultivo de espécies não nativas como a tilápia do Nilo vem se destacando: representa uma alternativa importante para a região Nordeste, pois detém um pacote tecnológico de cultivo avançado, dominado por técnicos/produtores e, ótima adaptação ao cultivo em cativeiro (MEURER et al., 2009).

2.2 TILÁPIA DO NILO E O VALE DO SÃO FRANCISCO

A tilápia do Nilo (*Oreochromis niloticus*) é uma das espécies mais indicadas para a criação intensiva, sendo esta, de grande importância para a aquicultura mundial (OLIVEIRA, 2011). Nesse contexto, o Brasil destaca-se como sendo o sexto maior produtor mundial de tilápias do Nilo: produz mais de 3,3% do total da produção mundial (FAO, 2008). No país, a tilápia do Nilo já é a espécie de peixe mais produzida (33,08%) (FAO, 2010b), e para obtenção de sucesso nessa criação, é importante acompanhar o crescimento da mesma, pois é um importante indicador das condições de vida desses organismos (SIANGAS et al., 2012).

As características que colocam a tilápia do Nilo no pódio das principais espécies piscícolas cultivadas comercialmente: é uma espécie precoce, de rápido crescimento; alimenta-se dos itens básicos da cadeia trófica e aceita grande variedade de alimentos; possui facilidade de adaptar-se em diferentes ambientes e sistemas de produção; responde com a mesma eficiência a ingestão de proteínas de origem vegetal e animal; é resistente a doenças e infestações parasitárias; resiste a altas densidades de estocagem e baixos teores de oxigênio dissolvido na água; apresenta carne de alta aceitabilidade com baixo teor de gordura ($0,9\text{g}\cdot 100\text{g}^{-1}$ de carne) e de calorias ($117\text{kcal}\cdot 100\text{g}^{-1}$ de carne); ausência de espinhos em forma de “Y” (mioceptos), o que facilita a industrialização; apresenta alto rendimento de filé (35 a 40%) e possui elevado valor comercial nos países desenvolvidos (CYRINO; CONTE, 2006).

É importante ressaltar a utilização da reversão sexual durante a fase larval para obtenção de população de machos de tilápia do Nilo, já que as fêmeas da espécie não externam o mesmo crescimento dos machos por direcionar parte dos nutrientes ingeridos para a reprodução. Assim, além de evita-se a reprodução em cativeiro, a reversão sexual tem por objetivo evitar a disseminação descontrolada de espécies exóticas em reservatórios, abertos ou não (SILVA, 2008).

O Vale do São Francisco possui área de aproximadamente 640 mil km^2 , sendo que: 0,7% localizam-se em Goiás e Distrito Federal, 36,8% em Minas Gerais, e 62,5% estão nos estados da Bahia, Pernambuco, Sergipe e Alagoas (PENSA, 2008).

A Bacia do rio São Francisco engloba 504 municípios, ou seja: cerca de 9% do total de municípios do Brasil. Do total, 48,2% dos municípios estão inseridos na

Bahia, 36,8% no estado de Minas Gerais, 10,9% em Pernambuco, 2,2% em Alagoas, 1,2% em Sergipe, 0,5% em Goiás e apenas, 0,2% no Distrito Federal (MIN, 2012).

O Submédio do rio São Francisco abrange áreas dos estados da Bahia e Pernambuco, estendendo-se de Remanso até a cidade de Paulo Afonso (BA), e incluindo as sub-bacias dos rios Pajeú, Tourão e Vargem, além da sub-bacia do rio Moxotó, último afluente da margem esquerda (CODEVASF, 2013).

Na Bahia, o município de Paulo Afonso merece maior destaque: localiza-se no Baixo São Francisco e constitui atualmente o principal polo piscícola da região (um dos mais importantes do país). A região possui condições excelentes de recursos hídricos, tanto em volume quanto em qualidade: não somente do fluxo natural do Rio São Francisco, mas principalmente em função dos vários lagos utilizados para represar as águas do rio, necessários na produção de energia (SEBRAE, 2006).

Na região do Vale do São Francisco, a tilapicultura, vem sendo explorada por empresas privadas devido principalmente às condições climáticas e regionais que favorecem a criação de peixes em escala comercial (ARAÚJO, 2010). Entretanto, ainda existe, também, na região do vale do São Francisco a forma mais artesanal para engorda da tilápia, realizada por associações de produtores e cooperativas. Alguns destes foram se transformando em produtores de peixes mais tecnificados, utilizando-se de tanques-rede, gerenciados pela própria comunidade de forma participativa e pelos grandes grupos empresariais que implantaram o projeto Tilápia São Francisco (SOARES et al., 2007).

2.3 CULTIVO EM TANQUES-REDE

O cultivo de peixes em tanques-rede tem crescido nos países como China, Indonésia e Brasil e tende a tornar-se o mais importante sistema de criação de peixes em países com práticas em aquicultura, devido às vantagens que apresenta sobre os sistemas convencionais de cultivo (ZANIBONI FILHO et al., 2005). Trata-se de um sistema intensivo de produção (COLT; MONTGOMERY, 1991), e que, apesar de bastante difundida em todo o mundo, a atividade de piscicultura em tanque-rede é pouco recente no Brasil, data da década de 1990, sendo praticada de

forma mais intensiva nas regiões sudeste e nordeste do país (ONO; KUBTIZA, 2003).

Gaiolas ou tanques-rede são estruturas construídas de material rígido, construídas com o objetivo de conter os peixes naquele ambiente. O tamanho da malha é determinado de acordo com o tamanho do peixe/espécie, respeitando-se, especialmente, o espaço para a renovação de água (COCHE, 1982).

O equipamento de cultivo mais utilizado na Bahia é o tanque-rede retangular de 4m³. A densidade utilizada é, com pequenas variações, a mesma que usa para cultivos em tanques rede nas outras regiões do vale do São Francisco: 250 peixes por m³ (SEBRAE, 2006).

Uma das características desse sistema de criação em gaiolas, é que os peixes dependem de alimento artificial: rações extrusadas flutuantes que facilitam a visualização do consumo durante o manejo alimentar. Outra dependência notável é a constante renovação da água que resulta na oxigenação da mesma (Silva, 2008). El-Sayed (2006), enfatiza que qualidade da água no ambiente natural é imprescindível para permitir alta produtividade, devida principalmente pela menor variação da temperatura e altas concentrações de oxigênio dissolvido, que são parâmetros fundamentais para a criação intensiva de peixes.

Apresenta as seguintes vantagens (em relação à criação em tanques escavados): permite maior controle na retirada dos peixes durante a despesca (venda), menor investimento inicial (60 – 70% menor que nos viveiros convencionais), intensificação da produção (aumento da produtividade por área), facilidade de observação dos peixes, e ainda, diminuição dos custos com tratamentos de doenças (BOZANO; FERRAZ DE LIMA, 1994; SCHMITTOU, 1997). Como desvantagem, pode-se citar: o risco de roubo; perdas devido aos danos na gaiola causados por predadores ou tempestades; de surtos de doenças e dificuldade de seu controle; dificuldade de controle de parâmetros limnológicos; e perda de dieta através das malhas das gaiolas (EL-SAYED, 2006).

A maior produtividade por área é uma consequência do cultivo em tanques-rede, pois permite produção de proteína animal em menor espaço disponível (MACIEL et al., 2013), desde que sejam adotadas técnicas de manejo adequadas. Assim, segundo PAZ et al., (2004), as curvas de crescimento na produção animal, destacam-se dentre as técnicas de acompanhamento de crescimento, pois permitem

relacionar massas e tempo, por meio de modelos matemáticos não-lineares, nas criações animais.

O custo de implantação deste sistema de criação, quando comparado ao do sistema de piscicultura em tanques escavados, é menor. Aliado a essa vantagem, e diante do grande potencial hídrico que o Brasil possui, a criação de peixes em gaiolas é uma atividade que tenderá a crescer e será implantada em diversas regiões do Brasil, principalmente na criação de tilápias (SILVA, 2008).

Apesar da atividade de piscicultura em tanques-rede ser considerada menos impactante do que outras formas de cultivo, a dependência dos peixes ao raçãoamento implica em um impacto ambiental, devido ao aumento de nutrientes no sedimento e água (AGRA et al., 2012). Assim como toda criação animal de interesse zootécnico, a piscicultura em tanques-rede requer intervenção no manejo de seus animais, visando a obtenção de ganho de peso e bem-estar dos mesmos.

2.4 MODELOS MATEMÁTICOS MAIS UTILIZADOS

Tedeschi (2006) os modelos são representações, de cunho matemático, dos mecanismos que regem os fenômenos de caráter natural, que podem não ser totalmente conhecido(s), controlados ou compreendidos.

Segundo Dumas et al.,(2010) os modelos matemáticos são soluções analíticas para as equações diferenciais que podem ser ajustadas aos dados de crescimento empregando a regressão não linear. Ainda segundo os autores, isso se deve à não ocorrência do crescimento de forma caótica, aleatória, geralmente podendo ser descrito e predito usando-se a matemática convencional.

Modelos matemáticos de crescimento podem ser utilizados para o planejamento e a administração de produção por descrever quantitativamente as relações entre os nutrientes ingeridos e o desenvolvimento de tecidos em função do tempo ou em função das condições ambientais (SILVA, 2008).

Diversos modelos não-lineares têm sido preconizados para descrever o crescimento em peixes, apresentando uma grande utilidade na análise de dados de crescimento, pois possibilitam que um grande número de medidas sejam sintetizadas em apenas alguns parâmetros biologicamente interpretáveis (GOMIERO, 2005), uma vez que utilizam mensurações subsequentes no tempo

sobre o mesmo indivíduo e são facilmente comparadas entre diferentes cenários de produção (LOAIZA, 2011).

São eles: Brody (BRODY, 1945), Bertalanffy (BERTALANFFY, 1957), Gompertz (LAIRD, 1965), Logístico (NELDER, 1961), Richards (RICHARDS, 1959), que tem sua representação matemática de acordo com as equações: (1), (2), (3), (4) e (5), respectivamente.

$$Y = A(1 - Be^{-kt}) + \varepsilon; \quad (1)$$

$$Y = A(1 - Be^{-kt})^3 + \varepsilon; \quad (2)$$

$$Y = Ae^{-Be^{-kt}} + \varepsilon; \quad (3)$$

$$Y = A(1 + Be^{-kt})^{-1} + \varepsilon; \quad (4)$$

$$Y = A(1 - Be^{-kt})^M + \varepsilon; \quad (5)$$

Em que, Y representa o peso do peixe a uma determinada idade (t); A é o valor assintótico de Yt (peso médio na maturidade); B é a constante de integração relacionada com os pesos iniciais (grau de maturidade do animal ao nascimento); K é a taxa de variação da função exponencial (velocidade com a que o animal aproxima do tamanho adulto); M é o parâmetro que dá forma a curva: no de Bertalanffy $m = 3$, no logístico $m = 1$ e no de Gompertz $m \rightarrow \infty$; ε representa o erro aleatório associado a cada pesagem.

O modelo de Bertalanffy foi um dos primeiros modelos desenvolvidos, no qual utilizou-se um enfoque mecanístico para expressar o crescimento. Com isso, o ganho de massa apresenta-se como resultado do processo anabólico e a perda de peso como produto do catabolismo. Von Bertalanffy define que o ganho de massa é proporcional à área de superfície do organismo (BROWN; ROTHERY, 1993).

O modelo Logístico foi proposto em 1838 por Verlhust e fundamenta-se em três suposições: o crescimento é proporcional à massa; que é proporcional ao substrato (referente a quantidade de alimento); e o crescimento é um processo irreversível (THORNLEY; FRANCE, 2007).

A função de Richards é descrita, principalmente, pela flexibilidade de adaptar-se à forma da curva de crescimento (RICHARDS, 1959). E a função de Brody considera que as curvas de crescimento podem ser divididas em dois principais segmentos: o aumento da inclinação pode ser definida como uma fase de auto aceleração do crescimento, e; a diminuição da inclinação é definida como uma fase de desaceleração do crescimento.

A função de Gompertz é derivada do modelo Logístico, tomando nota que que taxa de crescimento é autocalítica e é também modificável, especialmente pela disponibilidade de substratos (THORNLEY; FRANCE, 2007).

Os modelos citados anteriormente foram aplicados ao crescimento, em massa, de diversas espécies animais, entre eles: bovinos (ESPIGOLAN et al., 2013), equinos (MCMANUS et al., 2010) e ovinos (TEXEIRA et al., 2012), entre outras. O acompanhamento do desenvolvimento corporal dos peixes é objeto de estudo de vários trabalhos.

Segundo Vander et al. (2007), estudar o crescimento através do ajuste de uma função que descreva todo o período de vida do animal facilita a interpretação dos dados em estudo. Para Guedes et al.(2004), as curvas de crescimento são importantes para pesquisas, em recomendações diversas, tais como na eficiência de produção, contribuindo, conseqüentemente, para aumentar o lucro do produtor.

A escolha da equação que melhor descreve o crescimento dos peixes não chegou a um consenso, a variedade é resultado de fatores inerentes a cada espécie e a diversas condições ambientais às quais os peixes são submetidos (FROSSARD, 1998).

Segundo Texeira et al. (2012), a finalidade de ajustar dados de crescimento em massa-idade em funções deve-se por ser uma ferramenta essencial no bom planejamento da produção animal: permite-se a obtenção de informações precisas sobre o ganho de massa dos animais e obtém-se informações de prognósticos futuros para animais da mesma espécie sob a mesma situação ambiental.

O desconhecimento das curvas de crescimento de características produtivas de interesse tem limitado o uso de programas de melhoramento animal que permitam aumentar a produtividade, como é a velocidade de crescimento, a taxa de maturidade a diferentes idades, e a idade ao abate de animais (GOMEZ et al., 2008).

ARTIGO I

MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA AO CRESCIMENTO DE TILÁPIAS EM TANQUES-REDE NO SUBMÉDIO DO SÃO FRANCISCO*

*Artigo em avaliação. Revista Engenharia Agrícola.

www.engenhariaagricola.com.br

Submetido em jan/2013.

MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA AO CRESCIMENTO DE TILÁPIAS EM TANQUES-REDE NO SUBMÉDIO DO SÃO FRANCISCO

José de Alencar de Sousa Júnior, Marlon da Silva Garrido, Paulo Gustavo Serafim de Carvalho,
Luciano Gomes da Rocha, Daniela Ferraz Bacconi

Resumo: Este estudo teve como objetivo aplicar modelos matemáticos ao crescimento de tilápias do Nilo (*Oreochromis niloticus*) criadas em tanques-rede no Submédio do São Francisco e escolher o(s) modelo(s) que melhor representa(m) as condições de criação para a região. Foram utilizados os modelos não-lineares de Brody, Bertalanffy, Logístico, Gompertz e Richards. Os modelos foram ajustados às séries de peso por idade de acordo com o método iterativo de Gauss-Newton. Foi utilizado o procedimento "NLIN" do Sistema SAS® (2003) para obtenção das estimativas dos parâmetros a partir da média dos dados disponíveis. O melhor ajuste dos dados foram observados com os modelos de Bertalanffy, Gompertz e Logístico, que são equivalentes para explicar o crescimento dos animais até 270 dias de criação. Sob o ponto de vista comercial, recomenda-se a comercialização das tilápias com pelo menos 600 g, que é previsto nos modelos de Bertalanffy, Gompertz e Logístico para criações superiores a 183, 181 e 184 dias, e para massa de até 1 Kg, sugere-se a suspensão da criação em até 244, 244 e 243 dias, respectivamente.

Palavras-chave: crescimento, economia, *Oreochromis niloticus*

MATHEMATICAL MODELING APPLIED TO THE GROWTH OF TILAPIA IN CAGES
THE LOWER SÃO FRANCISCO BASIN

Abstract: This study aimed to apply mathematical models to the growth of Nile tilapia (*Oreochromis niloticus*) reared in cages the lower São Francisco basin and choose the model(s) that best represent(s) the conditions of creation for the region. Were tested nonlinear models of Brody, Bertalanffy, Logistic, Gompertz, and Richards. The models were fitted to the series of weight for age according to the methods Gauss-Newton. It was used the procedure "NLIN" of the System SAS® (2003) to obtain estimates of the parameters from the average of the available data. The best fit of the data were observed with models Bertalanffy, Gompertz and Logistic which are equivalent to explain the growth of the animals up to 270 days of creation. From the commercial point of view, it is recommended that commercialization of tilapia from at least 600 g, which is expected in models of Bertalanffy, Gompertz and Logistic for creating over 183, 181 and 184 days, and up to 1 Kg mass , suggest the suspension up to the establishment 244, 244 and 243 days, respectively.

Keywords: growth, economy, *Oreochromis niloticus*

INTRODUÇÃO

A criação de tilápias do Nilo, *Oreochromis niloticus*, para fins comerciais é desenvolvida, praticamente, em todos os estados do Brasil, em criações geralmente feitas em tanques escavados e em tanques-rede, sendo que os produtos se destinam a diversos nichos mercado (KUBITZA, 2007). A produção dessa espécie, segundo MPA (2010), representa 39% da produção da piscicultura continental brasileira, sendo o peixe cultivado de maior importância.

Para obtenção de sucesso na criação, é importante o acompanhamento do crescimento animal, pois, é um parâmetro ecológico importante que pode servir como indicador das condições de vida desses organismos: aqueles que vivem em melhores condições ambientais vão crescer mais rápido do que aqueles estão inseridos em ambientes não ideais ou degradados (SIANGAS et al., 2012).

Neste contexto, o vale do São Francisco caracteriza-se por reunir as condições ideais ao desenvolvimento da piscicultura: é rico em água, tanto em quantidade quanto qualidade e ainda, por apresentar clima quente com pequena variação de temperatura ao longo do ano (CODEVASF, 2010).

Os tanques-rede são estruturas fechadas de tela ou rede, que detêm os peixes e possibilitam a troca completa de água na forma de fluxo contínuo, facilita a visualização dos peixes e agiliza o manejo dos animais. O desenvolvimento do cultivo em tanques-rede deve ser gerido com planejamento, conhecimento técnico-legal, visando à sustentabilidade do negócio.

Ajustar dados de crescimento em peso-idade em funções é uma ferramenta importante no planejamento da produção animal, permitindo a obtenção de informações precisas sobre o ganho de peso dos animais, além de informações de prognósticos futuros para animais da mesma espécie sob a mesma situação ambiental (TEXEIRA et al., 2012). Assim, a interpolação de dados de crescimento pode ser útil para estimar o tempo necessário para o abate e comercialização dos peixes, por exemplo.

O acompanhamento do desenvolvimento corporal dos peixes é objeto de estudo de vários autores. Segundo VANDER et al. (2007), estudar o crescimento através do ajuste de uma função que descreva todo o período de vida do animal torna-se mais informativo: condensa as informações de uma série de dados em um pequeno conjunto de parâmetros biologicamente interpretáveis.

Nessa concepção, o objetivo deste trabalho foi aplicar modelos matemáticos ao crescimento de tilápias do Nilo (*Oreochromis niloticus*) criadas em tanques-rede no Submédio do São Francisco e escolher o(s) modelo(s) que melhor representa(m) as condições de criação para a região.

MATERIAL E MÉTODOS

A coleta dos dados utilizados nos modelos de Brody, Bertalanffy, Gompertz, Logístico, e de Richards foi realizada na CODEVASF/Embrapa Semiárido - CPATSA e abrange a produção de tilápias do Nilo em tanques-rede de uma propriedade comercial, em um ciclo completo de criação, no município de Juazeiro, BA.

No total, foram 270 dias, sendo 9 biometrias, com 83 peixes pesados em cada medição, resultando no total de 747 peixes. O período de criação se deu de 13 de setembro de 2010 a 9 de maio de 2011. As medições foram realizadas mensalmente. Os alevinos utilizados apresentavam peso médio inicial de $10,53 \pm 2,17$ g.

O clima da região Juazeiro-BA é do tipo BSw^h, segundo a classificação de Köeppen. Foram realizadas análises de água para acompanhamento dos parâmetros físico-químicos. Para a alimentação dos peixes, foi ofertada ração comercial extrusada, inicialmente a 44% de proteína bruta (PB), e de acordo com a evolução dos peixes, houve diminuição no teor de PB da ração para 36%, e posteriormente, para 32%. A quantidade de ração foi calculada, para cada viveiro, com base na biomassa: proporção de 4% e 3%.

Foram utilizados cinco modelos não-lineares para escolher o que melhor descreveu a curva de crescimento média dos peixes. São eles: Brody (BRODY, 1945), Bertalanffy (BERTALANFFY, 1957), Gompertz (LAIRD, 1965), Logístico (NELDER, 1961), Richards

(RICHARDS,1959), que tem sua representação matemática de acordo com as equações:

(1), (2), (3), (4) e (5), respectivamente.

$$Y = A(1 - Be^{-kt}) + \varepsilon; \quad (1)$$

$$Y = A(1 - Be^{-kt})^3 + \varepsilon; \quad (2)$$

$$Y = Ae^{-Be^{-kt}} + \varepsilon; \quad (3)$$

$$Y = A(1 + Be^{-kt})^{-1} + \varepsilon; \quad (4)$$

$$Y = A(1 - Be^{-kt})^M + \varepsilon; \quad (5)$$

Em que:

Y representa o peso do peixe a uma determinada idade (t);

A - é o valor assintótico de Y (peso médio na maturidade);

B - é a constante de integração relacionada com os pesos iniciais (grau de maturidade do animal ao nascimento);

k - é a taxa de variação da função exponencial (velocidade com a que o animal aproxima-se da massa corporal adulta);

M - é o parâmetro que dá forma a curva, que corresponde a 1 para o modelo de Brody, a 3 para Bertalanffy, -1 para o Logístico, tende ao ∞ para Gompertz e é variável para Richards.

Nos modelos não-lineares, não é executável a resolução do sistema de equações formado diretamente, visto que a resolução do sistema depende diretamente dos próprios parâmetros a serem estimados. Assim, deve-se utilizar o processo iterativo para aquisição das estimativas dos parâmetros. Os modelos foram ajustados às séries de peso por idade de acordo com o método iterativo de Gauss-Newton (assim como realizado por FREITAS (2007) em um estudo direcionado a diversas espécies animais, entre elas, bovino e suíno)

o qual produz estimativas a partir de quadrados mínimos ou de quadrados mínimos ponderados.

Foi utilizado o procedimento "NLIN" do Sistema SAS® (2003) para obtenção das estimativas individuais dos parâmetros a partir da média dos dados disponíveis. A seleção do melhor modelo foi realizada com base de indicadores simples, sendo considerados: a convergência dos dados, o coeficiente de determinação (R^2) e a soma dos quadrados dos resíduos (SQD). Nesse estudo, peso e massa são considerados sinônimos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

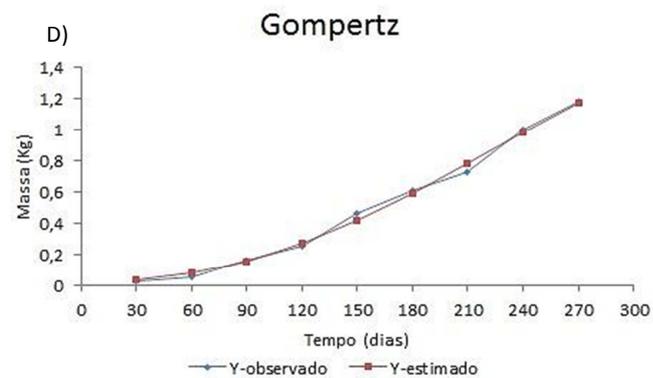
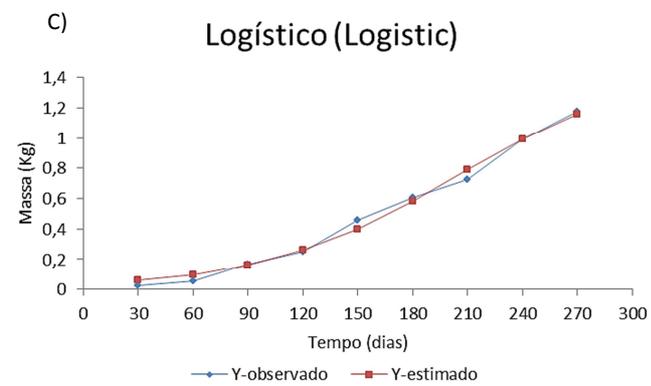
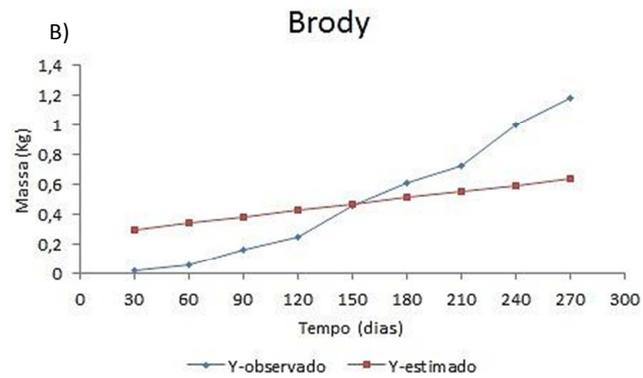
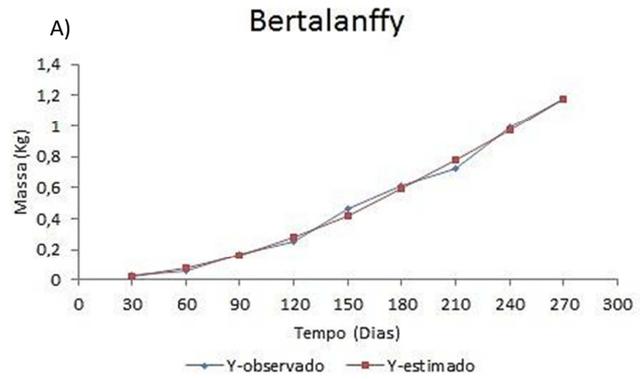
As estimativas dos parâmetros considerando-se a média dos dados, para cada modelo de crescimento animal usados na predição de crescimento, em massa (Kg), de tilápias do Nilo cultivados em tanques-rede são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1. Valores estimados para os parâmetros A, B, e k para todos os modelos analisados. **Table 1. Estimated values for the parameters A, B and k for all models analyzed.**

Modelo	Parâmetro*		
	A	B	k
Brody	13,4853	0,9812	0,00011
Bertalanffy	4,122	0,9257	0,00369
Logístico	1,521	43,7867	0,0183
Gompertz	2,383	5,3516	0,00747
Richards	0,9728	0,4483	0,00856

*O parâmetro M, que é variável para o modelo de Richards, foi estimado em 4,8917.

A Figura 1 apresenta o comportamento do acúmulo de massa das tilápias, para Y-observado (massa observada) e Y-estimado (massa estimada), para 270 dias de cultivo.



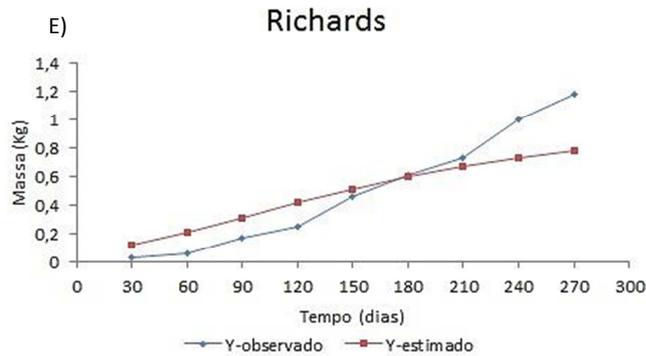


Figura 1 - Curvas de crescimento observada e estimada de acordo com os modelos, para 270 dias de criação: a) Bertalanffy, b) Brody, c) Logístico, d) Gompertz e, e) Richards. **Figure 1 - Growth curves observed and estimated according to the models, for 270 days of creation: a) Bertalanffy, b) Brody, c) Logistic, d) Gompertz and, e) Richards.**

Abaixo, encontram-se as equações ajustadas dos modelos de Brody, Bertalanffy, Gompertz, Logístico e Richards, de acordo com as equações: (6), (7), (8), (9) e (10), respectivamente:

$$Y = 13,4853(1 - 0,9812e^{-0,000108t}); \quad (6)$$

$$Y = 4,122(1 - 0,9257e^{-0,00369t})^3; \quad (7)$$

$$Y = 2,383e^{-5,3516e^{-0,00747t}}; \quad (8)$$

$$Y = 1,5210(1 + 43,7867e^{-0,0183t})^{-1}; \quad (9)$$

$$Y = 0,9728(1 - 0,4483e^{-0,00856t})^{4,8917}; \quad (10)$$

Na avaliação desta espécie, a tilápia, os estudos de curvas de crescimento por meio do ajuste de equações de predição do peso em função da idade do animal tem sido importantes. No presente estudo, os modelos de Brody e de Richards superestimaram os

valores de massa iniciais e subestimaram os valores finais, para os 270 dias de criação (Figura 1). FREITAS (2007) ao modelar o crescimento de caprinos através de modelos não lineares, concluiu que Brody, Logístico e Bertalanffy foram adequados para estimar o crescimento de caprinos, em todas as idades, sendo a única exceção o peso ao nascimento, pois os três modelos o superestimaram em magnitude de 10%.

Tomando os resultados do modelo logístico, em especial, observa-se que é um dos modelos testados que melhor se ajustaram aos pesos observados, como também obtiveram MCMANUS et al. (2003): o peso adulto estimado foi também inferior aos das outras curvas testadas (Brody, Richards) para ovinos Bergamácia, na região de Brasília.

O parâmetro A (Tabela 1) representa a estimativa do peso assintótico, que é interpretado como peso adulto. As estimativas do parâmetro A, em Kg, das tilápias foi maior para Brody (13,4853), Bertalanffy (4,1220), Gompertz (2,383), seguidos dos modelos Logístico (1,521) e de Richards (0,9728). Esse resultado difere do encontrado por MANRIQUE (2012), ao modelar o crescimento do aracá bandeira (*Ptherophyllum scalare*), onde o modelo Logístico apresentou o menor peso assintótico (A) 13,98 g e o maior valor obtido foi por Bertalanffy, com 66,62 g. Do mesmo modo, AGUILAR (2010) encontrou o menor peso assintótico com o modelo Logístico para tilápia do Nilo alimentadas com dietas peletizadas e extruzadas.

O peso médio do pescado (tilápias) procurado pelo mercado consumidor encontra-se em torno de 600g/850g até 1 Kg, ou seja, o ciclo total de engorda da tilápia ocorre, aproximadamente, em 180 dias em tanques-rede (NOGUEIRA, 2007). Nesse contexto, os peixes do presente estudo poderiam ser comercializados a partir de 183, 247, 181, 184, 183 dias para os modelos de Bertalanffy, Brody, Gompertz, Logístico e Richards, respectivamente, quando atingem o peso mínimo de comercialização: 600g. E para a massa limite de 1Kg, seriam necessários 244, 546, 244 e 243 dias para os modelos de Bertalanffy, Brody, Gompertz e Logístico.

Houve uma impossibilidade ao se prever o tempo necessário para a estimativa tempo (dias) necessária para as tilápias atingirem a massa corporal de 1Kg no modelo de Richards: o valor de A (Tabela 1) é menor que a estimativa pretendida (Y-estimado). Assim, até o momento, esse modelo não é recomendado para cálculos de Y-estimado para os cultivos de tilápia em tanques-rede no submédio do São Francisco, quando o peso pretendido for maior ou igual a 972g. Reitera-se aqui que, esse resultado é devido à falta de convergência dos dados, que será melhor explorado mais adiante.

O parâmetro k (Tabela 1) representa a taxa de maturidade do animal e indica a velocidade de crescimento para atingir o peso assintótico. Segundo MALHADO et al. (2009a), quanto menor o valor de k, mais lentamente o animal vai se aproximar do seu peso assintótico, ou seja, menor a velocidade de crescimento do animal no sentido de atingir o seu tamanho adulto.

O maior valor de k, nesse estudo, foi obtido pelo modelo Logístico (0,0183), seguido por Richards (0,00856), Gompertz (0,00747), Bertalanffy (0,00369) e Brody (0,00011). Resultado semelhante foi obtido por MANRIQUE (2012), ao modelar o crescimento do aracá bandeira (*Ptherophyllum scalare*) com os modelos de Bertalanffy, Logístico, Gompertz e Richards, onde verificou-se que o modelo Logístico apresentou a maior velocidade de crescimento (parâmetro k igual a 0,025), sendo seguido por Richards (0,02), Gompertz (0,0088) e Bertalanffy (0,0034).

No modelo de Bertalanffy, como k é igual a 0,00369 e seu valor assintótico é 4,1220 Kg, seriam necessários, teoricamente (visto que variáveis intrínsecas e extrínsecas estão influenciando o crescimento do peixe) pouco mais de 4 anos e 7 meses de criação para obter tilápias de pelo menos 4 Kg. Se, hipoteticamente, fossem mantidos os valores de A e alterado o valor de k para 0,0369, seriam necessários 169 dias para obter tilápias com 4 Kg. Para o modelo de Gompertz, k tem valor de 0,00924, valor assintótico de 1,8499 Kg, e levaria teoricamente 570 dias para as tilápias obterem 1,8 Kg de massa.

Servindo apenas para promover ajuste dos dados aos modelos, o parâmetro B não será analisado nesse trabalho. Na Tabela 2, encontram-se os critérios utilizados para comparação dos modelos matemáticos avaliados.

Tabela 2. Coeficiente de determinação, Convergência e Soma dos desvios de acordo com os modelos estudados. **Table 2.**

Coefficient of determination, Convergence and Sum of deviations according to the models studied.

Modelo	Convergência	R ²	SQD
Brody	Não	0,4688	0,722
Bertalanffy	Sim*	0,9983	0,00614
Logístico	Sim*	0,9967	0,0117
Gompertz	Sim*	0,998	0,00708
Richards	Não	0,9116	0,3147

*Convergiaram pelo método do Newton.

Com base na falta de convergência, dois modelos são descartados: Brody e Richards. Eles não convergiram no método de Gauss-Newton. A convergência de um modelo garante que seus parâmetros estimados apresentam melhor ajuste aos dados observados, ou seja, a soma dos quadrados dos resíduos (SQR) é a mínima possível.

A falta de convergência do modelo de Brody deste estudo assemelha-se com o ocorrido em ESPINGOLAN et al. (2009), quando tentaram ajustar esse modelo para analisar o peso de novilhos da raça Hereford. Quanto a Richards, a não convergência dos dados é condizente com os descritos por KARKACH (2006), que em sua revisão sobre a trajetória e crescimento (de massa) afirma que o ajuste modelo de Richards pode falhar na convergência, algumas ocasiões não específicas, o que não ocorre tão evidentemente para outros modelos.

COSTA et al. (2009) ao estudarem o crescimento de alevinos de tilápia, descartaram os modelos de Brody e Bertalanffy por não se ajustarem a nenhuma linhagem. Tais variações na escolha do melhor modelo são consequências de diversos fatores, além do

aspecto estatístico, mas também da necessidade de avaliá-lo sob o ponto de vista biológico das estimativas dos parâmetros produzidas por eles (MENDES et al., 2008).

Com base no coeficiente de determinação (Tabela 2), nota-se semelhança entre os modelos de Bertalanffy, Gompertz e Logístico, pois apresentam valores superiores de R^2 de 0,99. FREITAS & COSTA (1983) e RODRIGUES et al. (1992), estudando as diferentes funções (Bertalanffy, Logístico e Gompertz) para estimarem curvas de crescimento de suínos, do nascimento ao abate, concluíram que os modelos tiveram bom ajuste dos dados, com altos valores de R^2 .

Resultados semelhantes foram obtidos em diversos trabalhos que tinham por objetivo modelar o crescimento de peso em relação ao tempo de espécies animais para fins comerciais: bovinos e caprinos (FREITAS, 2007), ovinos (GUEDES et al., 2004), camarão (SILVA et al., 2007) e coelho (FREITAS, 2007), para o modelo de Bertalanffy, pois apresentavam R^2 superiores a 0,99.

Outros trabalhos defendem que o modelo de Gompertz melhor descreve o crescimento das espécies analisadas, sobrepondo-se aos demais modelos existentes, pelo alto valor do coeficiente de determinação: rãs (RODRIGUES, 2007), plantas (GERALDO et al., 2000), bovinos (MENDES et al., 2009), equinos (MCMANUS et al. 2010). Além do modelo de Gompertz obter alto valor de R^2 para Gompertz, os demais modelos descartados apresentavam valor de R^2 inferiores a 0,30.

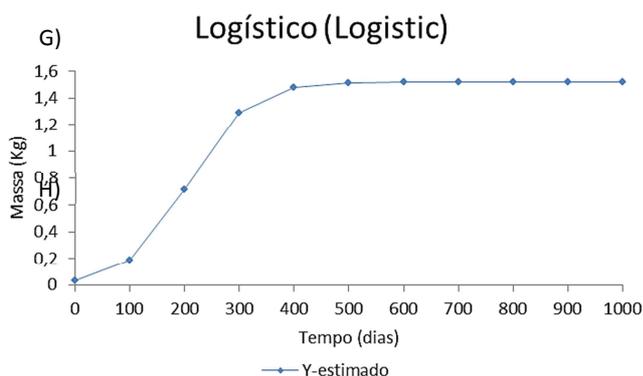
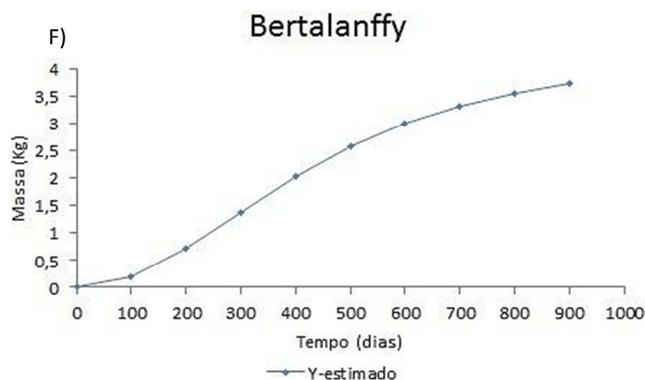
E para o modelo logístico, são exemplos de bons ajustes e alto R^2 (maior que 0,99) para os seguintes estudos: peixes (VANDER et al., 2012), plantas (LYRA et al., 2008), bovinos (MALHADO et al., 2009b), entre outros, sempre com o objetivo de modelar o crescimento das espécies analisadas em relação a t .

Na comparação entre os modelos Brody, Logístico, Richards, Bertalanffy e Gompertz, em um estudo do crescimento de bovinos de corte, apontou-se para o modelo de Gompertz como o mais adequado para estimar o crescimento de bovinos da raça

Nelore (PAZ et al., 2004). Entretanto, PEROTTO et al. (1992) sugere o modelo de Richards como o mais adequado para estimar o crescimento de fêmeas zebuínas.

O modelo Bertalanffy possibilitou uma curva adequada para a espécie ovina da raça Santa Inês, demonstrando inclusive o momento de estabilização do crescimento (FREITAS, 2005). Para outro estudo com ovinos Santa Inês oriundos de rebanho experimental na Paraíba, o modelo Gompertz apresentou ajuste médio superior e, portanto, é indicado para descrição da curva média de crescimento (Sarmiento et al., 2006). No mesmo estudo, observou-se que ovinos Santa Inês machos e fêmeas, nascidos de partos simples ou duplo, apresentaram padrão de crescimento divergente, indicando a necessidade de curvas diferentes para descrever seus crescimentos.

Quanto à soma dos quadrados dos desvios (Tabela 2), o modelo de Bertalanffy e de Gompertz são semelhantes, pois SQD é igual a 0,00614 e 0,00708, respectivamente. O modelo logístico tem valor de SQD maior que os demais modelos: 0,0117. A Figura 2 representa crescimento de massa das tilápias analisadas, para Y-estimado (massa estimada), dos modelos de Bertalanffy e Gompertz, para teóricos 1000 dias de cultivo.



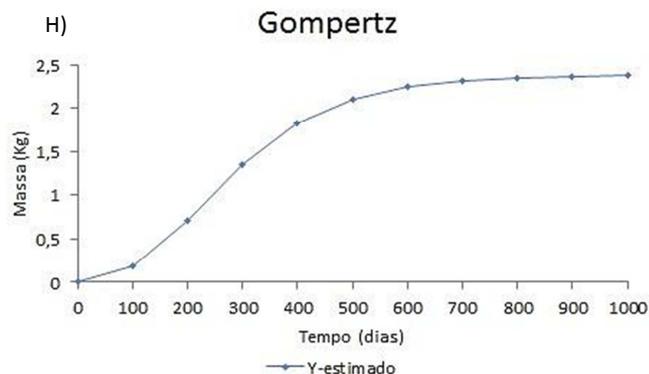


Figura 2. Curvas de crescimento estimada de acordo com os modelos de Bertalanffy (f), logístico (g) e Gompertz (h), para 1000 dias de criação. **Figure 2. Growth curves estimated according to the models: Bertalanffy (f), logistics (g) and Gompertz (h) to 1000 days of creation.**

Com base na Figura 2, observa-se que mesmo passando-se teóricos 1000 dias de criação, o modelo de Bertalanffy não estabilizou, diferentemente dos modelos de Gompertz e Logístico. Apesar de existir na literatura relatos de tilápia com até 5 Kg de massa (FAO, 2012), esse valor está longe da média nacional, que é de 600g a 1 Kg (NOGUEIRA, 2007).

Os modelos de Bertalanffy, Gompertz e Logístico só são indicados para criações de tilápia com cultivos de até 270 dias, para tanques-rede. Além disso, seriam necessários dados de cultivo superiores à 270 dias para validar o modelos para projeções fora do período desse estudo, o que não está disponível no presente estudo.

CONCLUSÃO

São obtidos bons ajustes com o modelo dos modelos de Bertalanffy, de Gompertz e Logístico até 270 dias de criação. Assim, esses modelos são recomendados para o acompanhamento do crescimento, em massa, de tilápias do Nilo cultivadas em tanques-rede no submédio do São Francisco.

AGRADECIMENTOS

À CODEVASF e a Embrapa Semiárido – CPATSA por terem cedido, gentilmente, os dados necessários para realização desse estudo.

REFERÊNCIAS

AGUILAR, F. *Modelos matemáticos no lineales como herramienta para evaluar el crecimiento de tilapia roja (Oreochromis spp.) y tilapia nilótica (Oreochromis niloticus var. Chitralada) alimentadas com dietas peletizadas o extruídas*. 2010. 135f. Dissertação (mestrado em produção animal) – Facultad de Medicina Veterinaria y de Zootecnia, Universidad Nacional de Colômbia, Bogotá, Colombia. 2010.

BERTALANFFY, L. von. Quantitative laws in metabolism and growth. *Quarterly Review of Biology*, Chicago, v.32, p.217-230, 1957.

BRODY, S. *Bioenergetics and growth*. New York: Reinhold, 1945. 1023p.

CODEVASF - COMPANHIA DE DESENVOLVIMENTO DOS VALES DO SÃO FRANCISCO E DO PARNAÍBA. *Manual de criação de peixes em tanques-rede*. Codevasf, Brasília, 2010. 69 p.

COSTA, A.C.; NETO, R.V.R.; FREITAS, R.V.F.; FREATO, T.A.; LAGO, A.A.; SANTOS, V.B. Avaliação do crescimento de tilápias de diferentes linhagens através de modelos não-lineares. *Arch. Zootec.* 58(Supl. 1): 561-564. 2009.

ESPINGOLAN, R.; ALBUQUERQUE, L.G.; BALDI, F.; BOLIGON, A.A. Comparação de modelos não-lineares utilizando pesos de novilhos da raça Hereford. In: XXI CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UNESP, São José do Rio Preto, 2009.

FAO - Organização das Nações Unidas para Alimentação e Agricultura. *Cultured Aquatic Species Information Programme Oreochromis niloticus*. Programa de información de especies acuáticas. Texto de Rakocy, J. E. In: Departamento de Pesca y Acuicultura de la FAO. Roma. 2012. Disponível em: <http://www.fao.org/fishery/culturedspecies/Oreochromis_niloticus/es> Acesso em 22 de novembro de 2012.

FREITAS, A. R. Estimativas de curvas de crescimento na produção animal. Embrapa Pecuária Sudeste. *Documentos*, 68. 2007.

FREITAS, A.R.; COSTA, C.N. Ajustamento de modelos não lineares a dados de crescimento de suínos. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, v.18, n.10, p.1147-54, out., 1983.

FREITAS, A. R. Curvas de crescimento na produção animal. *Revista Brasileira de Zootecnia*, v.34, n. 4, p.786-795, 2005.

GERALDO, J.; ROSSIELLO, R.O.; ARAÚJO, A.P.; PIMENTEL, C. Diferenças em crescimento e produção de grãos entre quatro cultivares de milho-pérola. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, Brasília, v. 35, n. 7, p. 1367-1376, jul. 2000.

GUEDES, M.H.P.; MUNIZ, J.A.; PEREZ, J.R.O.; SILVA, F.F.; AQUINO, L.H.; SANTOS, L.C. Estudo das curvas de crescimento de cordeiro das raças Santa Inês e Bergamácia considerando heterogeneidade de variâncias. *Ciência e Agrotecnologia*, Lavras, v. 28, nº 2, p. 381-388. 2004.

KARKACH, A.S. 2006. Trajectories and models of individual growth. *Demographic Research*. 15(Art.12):347-400

KUBITZA, F. Tilápias na bola de cristal. *Panorama da Aquicultura*. Vol.17, nº 99. Jan/fev, 2007.

LAIRD, A.K. *Dynamics of relative growth*. Growth, Bar Harbor, v.29, p.249-263,1965.

LYRA, G.B.; SOUZA, J.L.; LYRA, G.B.; TEODORO, I.; FILHO, G.M. Modelo de crescimento logístico e exponencial para o milho BR 106, em três épocas de plantio. *Revista Brasileira de Milho e Sorgo*, 2008. Vol. 7, Nº3, pg. 211-230. 2008.

MALHADO, C.H.M.; CARNEIRO, P.L.S.; MELLO, P.R.A.M. et al. Growth curves in Dorper sheep crossed with the local Brazilian breeds, Morada Nova, Rabo Largo, and Santa Inês. *Small Ruminant Research*, v.84, p.16-21, 2009a.

MALHADO C.H.M.; RAMOS, A.A.; CARNEIRO, P.L.S.; AZEVEDO, D.M.M.R.; MELO P.R.A.R.; PEREIRA, D.G.; SOUZA, J.L.; MARTINS, F.R. Modelos não lineares utilizados para descrever o crescimento de bovinos da raça Nelore no estado da Bahia: 1. Efeito ambiental. *Revista Brasileira de Saúde e Produção Animal*, 10, 821–829. 2009b.

MANRIQUE, C.H.E. Modelos não lineares, alometria e dinâmica das macromoléculas para analisar o crescimento do acará bandeira (*Ptherophyllum scalare*). Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Centro de Aquicultura, Jaboticabal/Sp. 93f. 2012.

MCMANUS, C.; LOUVANDINI, H.; CAMPOS, V. Curvas de crescimento não-lineares para peso e altura em quatro grupos genéticos de cavalos. *Rev. Ciênc. Anim. Bras.*, Goiânia, v.11, n.1, p.80-89, 2010.

MCMANUS, C; EVANGELISTA, C; FERNANDES, L. A. C.; MIRANDA, R. M.; et al. Curvas de Crescimento de Ovinos Bergamácia Criados no Distrito Federal, *Revista Brasileira de Zootecnia*, v.32, n.5, p.1207-1212, 2003.

MENDES, P. N.; MUNIZ, J.A.; SILVA, F.F.E.; MAZZINI, A.R.A ; SILVA, N.A.M. . Análise da curva de Crescimento Difásica de Fêmeas Hereford por Meio da Função Não Linear de Gompertz. *Rev. Ciência Animal Brasileira* (UFG), v. 10, p. 454-461, 2009.

MENDES, P.N.; MUNIZ, J.A ET AL.; FONSECA, F.; MAZZINI, A.R.A. Modelo logístico difásico no estudo do crescimento de fêmeas da raça Hereford. *Ciência Rural*, v.38, n.7, p.1984-1990, 2008.

MINISTÉRIO DA PESCA E AQUICULTURA. *Produção pesqueira e aquícola - Estatística 2008 e 2009*. p. 17, 2010.

NELDER, J.A. *The fitting of a generalization of the logistic curve*. Biometrics, Washington, v.17, p.89-110, 1961.

NOGUEIRA, A. *Criação de tilapias em tanques-rede*. SEBRAE. 2007. Disponível em: <[http://www.biblioteca.sebrae.com.br/bds/BDS.nsf/7227D4D9D30AB6CC832573A9006DF4BC/\\$File/NT0003737A.pdf](http://www.biblioteca.sebrae.com.br/bds/BDS.nsf/7227D4D9D30AB6CC832573A9006DF4BC/$File/NT0003737A.pdf)> . Acesso em: 20 out. 2012.

PAZ, C.C.P; PACKER I.U.; FREITAS A.R. et al. 2004. Ajuste de modelos não-lineares em estudos de associação entre polimorfismos genéticos e crescimento em bovino de corte. *Revista Brasileira de Zootecnia*, v.33, n.6, p.1416-1425.

PEROTTO, D.; CUE, R.I.; LEE, A.J. Comparison of nonlinear functions for describing the growth curve of three genotypes of dairy cattle. *Canadian Journal of Animal Science*, v.72, p.773-782, 1992.

RICHARDS, F.J. A flexible growth function for empirical use. *Journal of Experimental Botany*, Oxford, v.10, p.290-300, 1959.

RODRIGUES, M. L.; LIMA, S.L.; MOURA, O. M.; AGOSTINHO, C.A.; SILVA, J.H.V.; CRUZ, G.R.B.; CAMPOS, V.M.; CASALI, A.P.; MENDES, R.B.; ALBUQUERQUE, A. G. Curva de Crescimento em rã-touro na fase de recria. *Archivos de Zootecnia*. v. 56, n. 214, p. 125-136. 2007.

RODRIGUES, P.B.; MUNIZ, J.A.; PEREIRA, F.A. Estudo comparativo de curvas de crescimento em suínos. *Ciência e Prática*, v.16, n.1, p.151-157, 1992. SAS. SAS 9.1 for windows – Portable version (Free). Cary (NC): SAS Inc; 2003.

SARMENTO, J. L. R. et al. Estudo da curva de crescimento de ovinos Santa Inês. *Revista Brasileira de Zootecnia*, v.35, n.2, p. 435-442, 2006.

SIANGAS, L.E; POUILLY, M.; VALLEJOS, A.; PÉREZ, T.; REJAS, D. Effect of water quality on growth of four fish species in the Iténez basin (Upper Madera, Amazon). *Environmental Biology of Fishes* vol. 95 issue 3 November 2012. p. 371 – 381. 2012.

SILVA, M. C. N.; FRÉDOU, F. L.; ROSA FILHO, J. S. 2007. Estudo do crescimento do camarão *Macrobrachium Amazonicum* (Heller, 1862) da Ilha de Combú, Belém, Estado Do Pará. *Amazônia: Ciência & Desenvolvimento*, v. 2, n. 4, p. 85-104, 2007.

TEXEIRA, M.C.; VILLARROEL, A.B.; PEREIRA, E.S.; OLIVEIRA, S.M.P.; ALBUQUERQUE, I.A.; MIZUBUTI, I.Y.; Curva de crescimento de cordeiros oriundos de três sistemas de produção na Região Nordeste do Brasil. *Semina: Ciências Agrárias*, Londrina, v. 33, n. 5, p. 2011-2018, set./out. 2012.

VANDER, B.S; FREITAS, R.T.F; SILVA, F.F; FREATO, T.A. Avaliação de curvas de crescimento morfométrico de linhagens de tilápia do nilo (*Oreochromis niloticus*). *Ciênc. agrotec.*, Lavras, v. 31, n. 5, p. 1486-1492, set./out. 2007.

ARTIGO II

ESTIMATIVAS DE TAXAS DE CRESCIMENTO DE TRÊS MODELOS NÃO-LINEARES
AJUSTADOS AO CULTIVO DE TILÁPIAS EM TANQUES-REDE NO SUBMÉDIO DO
SÃO FRANCISCO*

*Artigo em avaliação. Revista Engenharia AGRIAMBI.

www.agriambi.com.br

Submetido em jun/2013.

Estimativas de taxas de crescimento de três modelos não-lineares ajustados ao cultivo de tilápias em tanques-rede no Submédio do São Francisco

José de Alencar de Sousa Júnior, Malon da Silva Garrido, Paulo Gustavo Serafim de
Carvalho

Resumo: Este estudo tem como objetivo analisar a taxa de crescimento instantânea (TCI), ponto de inflexão (PI), taxa de crescimento instantânea relativa (TCIr) e taxa de maturidade absoluta (TMA) de três modelos matemáticos já ajustados ao crescimento tilápias do Nilo (*Oreochromis niloticus*) criadas em tanques-rede no Submédio do São Francisco. Foram utilizados os modelos não-lineares de Bertalanffy, Logístico e Gompertz. No modelo de Bertalanffy a TCI iniciou com ganhos médios de 9×10^{-4} kg.dia⁻¹ e foi crescente até atingir o máximo em torno de $7,05 \times 10^{-3}$ kg.dia⁻¹, aproximadamente aos 265 dias de idade. Os modelos de Gompertz e Logístico apresentaram taxa de maturidade absoluta iguais a $3,6 \times 10^{-5}$ e $4,06 \times 10^{-4}$ kg.dia⁻¹, ao nascimento, respectivamente. Ao nascimento, foram estimadas TCIr, para os modelos de Bertalanffy, Gompertz e Logístico, em torno de 0,0843, 0,0172 e 0,0178 kg.dia⁻¹. Recomenda-se evitar o uso do modelo Logístico para obtenção de taxas de crescimento de tilápias cultivadas em gaiolas. Há obtenção de bons ajustes das taxas de crescimento (TCI, TCIr e TMA) dos modelos de Bertalanffy e Gompertz até 270 dias de criação.

Palavras-chave: criação, *Oreochromis niloticus*, modelagem

Estimates of growth rates of three non-linear models adjusted for growing tilapia in cages in the Lower São Francisco Basin

Abstract: This study aims to analyze the instantaneous growth rate (TCI), inflection point (PI), instantaneous relative growth rate (TCIr) and the rate of absolute maturity (TMA) of three mathematical models have adjusted to the growth of Nile tilapia (*Oreochromis niloticus*) in cages in the Lower Basin of San Francisco. We used the nonlinear models of Bertalanffy, Logistic and Gompertz. In the model of Bertalanffy TCI began with average earnings of 9×10^{-4} kg.day⁻¹ and was increased until reaching a maximum at around 7.05×10^{-3} kg.day⁻¹ to about 265 days of age. The Logistic and Gompertz model showed absolute maturity rate equal to 3.6×10^{-5} and 4.06×10^{-4} kg.day⁻¹, at birth, respectively. At birth, were estimated TCIr, for models of Bertalanffy, Gompertz and Logistic around 0.0843, 0.0172 and 0.0178 kg.day⁻¹. It is recommended to avoid using the Logistic model for achieving growth rates of tilapia reared in cages. There are obtaining good fits of growth rates (TCI, TCIr and TMA) models Bertalanffy and Gompertz up to 270 days of creation.

Keywords: creation, *Oreochromis niloticus*, modeling

INTRODUÇÃO

A criação de peixes em água doce tem apresentado um crescimento progressivo em quase todo território nacional (BRASIL, 2010), e o Brasil destaca-se como sendo o sexto maior produtor mundial de tilápias do Nilo: produz mais de 3,3% do total da produção mundial (FAO, 2008). No país, a tilápia do Nilo já é a espécie de peixe mais produzida (33,08%) (FAO, 2010), e para obtenção de sucesso nessa criação, é importante acompanhar o crescimento da mesma, pois é um importante indicador das condições de vida desses organismos (Siangas et al., 2012).

A maior produtividade por área é uma consequência do cultivo em tanques-rede, pois permite produção de proteína animal em menor espaço disponível (Maciel et al., 2013), desde que sejam adotadas técnicas de manejo adequadas. Assim, segundo Paz et al., (2004), as curvas de crescimento na produção animal, destacam-se dentre as técnicas de acompanhamento de crescimento, pois permitem relacionar massas e tempo, por meio de modelos matemáticos não-lineares, nas criações animais.

Atualmente, dispõe-se de modelos matemáticos especializados em crescimento animal, destacando-se: Bertalanffy (Bertalanffy, 1957), Gompertz (Laird, 1965) e Logístico (Nelder, 1961). Esses modelos foram aplicados ao crescimento, em massa, de diversas espécies animais, entre eles: bovinos (Espigolan et al., 2013), equinos (Mcmanus et al., 2010) e ovinos (Texeira et al., 2012), entre outras.

Segundo Texeira et al. (2012), a finalidade de ajustar dados de crescimento em massa-idade em funções deve-se por ser uma ferramenta essencial no bom planejamento da produção animal: permite-se a obtenção de informações precisas sobre o ganho de massa dos animais e obtém-se informações de prognósticos futuros para animais da mesma espécie sob a mesma situação ambiental.

Após ajustadas os modelos matemáticos de crescimento animal, pode-se extrair parâmetros referentes àquele ambiente(s)/situação(ões) específico(s), tais como: taxa de crescimento instantânea (TCI), ponto de inflexão (PI), taxa de crescimento instantânea relativa (TCIr) e taxa de maturidade absoluta (TMA). O conhecimento dessas taxas de crescimento permitem ao criador tomar decisões importantes quanto ao manejo de cultivo, incluindo prováveis mudanças no fornecimento de ração, mudanças quanto ao tempo de espera desses animais nos tanques-rede, entre outros.

Nessa concepção, o objetivo deste trabalho foi analisar a taxa de crescimento instantânea (TCI), ponto de inflexão (PI), taxa de crescimento instantânea relativa (TCIr) e taxa de maturidade absoluta (TMA) de três modelos matemáticos ajustados ao

crescimento tilápias do Nilo (*Oreochromis niloticus*) criadas em tanques-rede no Submédio do São Francisco.

MATERIAL E MÉTODOS

Obtenção dos modelos ajustados²

Foram utilizados os modelos não-lineares de Bertalanffy, Logístico e Gompertz, ajustados com dados fornecidos pela CODEVASF/Embrapa Semiárido – CPATSA e tomando-se o procedimento "NLIN" do Sistema SAS® (2003) para obtenção das estimativas dos parâmetros a partir da média dos dados disponíveis por Sousa Júnior et al. (2013). Assim, os melhores ajustes dos dados foram observados com os modelos de Bertalanffy, Gompertz e Logístico, que são equivalentes para explicar o crescimento dos animais até 270 dias de criação.

As estimativas dos parâmetros e a representação matemática para cada modelo de crescimento animal usados na predição de crescimento, em massa (Kg), de tilápias do Nilo cultivados em tanques-rede são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1. Valores estimados para os parâmetros A, B, k, R² e a representação dos modelos analisados.

Modelos	Parâmetros				Representação dos modelos
	A	B	k	R ²	
Bertalanffy	4,122	0,9257	0,00369	0,9983	$Y = 4,122(1 - 0,9257e^{-0,00369t})^3;$
Logístico	1,521	43,7867	0,0183	0,9967	$Y = 1,5210(1 + 43,7867e^{-0,0183t})^{-1};$
Gompertz	2,383	5,3516	0,00747	0,998	$Y = 2,383e^{-5,3516e^{-0,00747t}};$

Taxa de Crescimento Instantâneo (TCI)

A taxa de crescimento instantânea (TCI) estima o ganho na massa para cada unidade de tempo t; para o modelo geral, a TCI é dada por:

$$dy/dt = \pm K A b e^{-Kt} (1 - m)^{-1} (1 \pm b e^{-Kt})^{m/(1-m)} \quad (1)$$

Substituindo-se os valores de m e acordo na equação (1), em que o sinal + ocorre para $m < 1$ e o sinal - para $m > 1$, obtém-se para a TCI:

$$3Bky_t e^{-kt} (1 - e^{-kt})^{-1}, \text{ para Bertalanffy;} \quad (2)$$

$$ky_t \log_e(A/y), \text{ para Gompertz;} \quad (3)$$

$$ky_t(A - y)/A, \text{ para o modelo Logístico;} \quad (4)$$

A curva típica de crescimento animal durante a primeira etapa da vida é lento, seguido de um período de aceleração, até chegar ao ponto máximo da taxa de crescimento, que ocorre na puberdade, quando ocorre uma fase de desaceleração (Berg & Butterfield, 1976). A TCI é utilizada para visualizar essas fases de crescimento acelerado e retardado: assim, podem-se tomar decisões relativas ao manejo nutricional dos animais, como exemplo: mudanças nos teores de proteína bruta (PB) da ração dos animais, entre outros.

Ponto de inflexão (PI)

O ponto de inflexão indica o momento em que a TCI passa de crescente para decrescente. É representada pela equação $y_t = m^{1/1(-m)}$. Juntamente com a TCI, indica quando o criador deverá intervir no manejo dos animais: a partir do tempo t indicado pela PI, os animais terão seu ganho de massa reduzidos continuamente, tendendo a 0 com o passar do tempo ($t \rightarrow \infty$).

Taxa de maturidade absoluta (TMA)

É a razão de dy_t/dt em relação ao peso assintótico A , ou seja, $A^{-1} dy_t/dt$. Representa a taxa de troca em massa do tamanho proporcional em relação ao tamanho global, variando na escala de 0 a 1. Abaixo, encontram-se as equações da TMA dos modelos de Bertalanffy, Gompertz, e Logístico de acordo com as equações: Eq.5, Eq.6 e 7, respectivamente:

$$3Bke^{-kt}(1 - Be^{-kt})^2 \quad (5)$$

$$ky_t e^{-kt}/A \quad (6)$$

$$Bke^{-kt}/(1 + e^{-kt}) \quad (7)$$

Taxa de Crescimento Instantâneo Relativa (TCIr)

Numa visão simples, a TCIr indica quanto o animal ganhou de massa no instante t , em relação à sua massa já existente naquele instante, em termos percentuais. É obtida da equação (8), de acordo com a variação de m , por:

$$y_t^{-1}(dy/dt) = \pm kBe^{-kt}[(1 - m)(1 \pm Be^{-kt})^{-1}] \quad (8)$$

que resulta nas expressões para a TCIr:

$$3Bke^{-kt}/(1 - Be^{-kt}), \text{ para Bertalanffy}; \quad (9)$$

$$ky_t \log_e(A/y_t), \text{ para Gompertz}; \quad (10)$$

$$Bke^{-kt}/(1 + Be^{-kt}), \text{ para o modelo Logístico}; \quad (11)$$

A TCIr serve como referência para a TCI: quanto maior a TCIr, menor é o ganho de massa naquele instante t , que por consequência, indica uma menor TCI. O contrário é verdadeiro.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

No modelo de Bertalanffy a Taxa de Crescimento Instantâneo (TCI) iniciou com ganhos médios de $9 \times 10^{-4} \text{ kg.dia}^{-1}$ e foi crescente até atingir o máximo em torno de $7,052 \times 10^{-3} \text{ kg.dia}^{-1}$, aproximadamente aos 265 dias de idade, posteriormente decresceu até os 270 dias de idade com ganho médios de $7,05 \times 10^{-3} \text{ kg.dia}^{-1}$, como pode ser observado na Figura 1. O Ponto de Inflexão (PI) ocorre justamente quando $t = 265$ dias, ou seja, a taxa de crescimento diminui exponencialmente com o tempo após atingir os 265 dias, o mesmo comportamento foi observado por Martínez et al., (2010), ao modelar o crescimento em massa de espécies animais. Assim, para o modelo de Bertalanffy, estima-se que Taxa de Maturidade Absoluta (TMA) está em torno de $6,2 \times 10^{-5} \text{ kg.dia}^{-1}$ ao nascimento e atingiu o máximo de $1,638 \times 10^{-3} \text{ kg.dia}^{-1}$ aos 270 dias de idade (Figura 1).

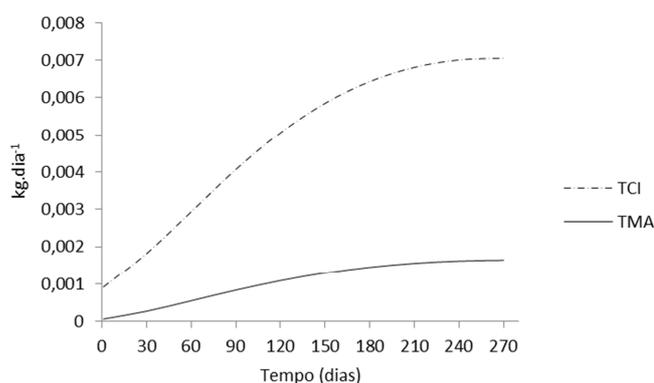


Figura 1. TCI e TMA estimados para 270 dias de criação, segundo o modelo de Bertalanffy

Neste estudo, o modelo de Bertalanffy teve PI aos 265 dias, ou seja, os peixes foram removidos dos tanques-rede 5 dias após a TCI passar de crescente para decrescente. O comportamento da curva da TCI estimada pelo modelo de Bertalanffy, neste estudo, é semelhante às curvas obtidas por Caron et al. (2007), Souza et al. (2010) e Lopes et al. (2011), ou seja, inicia-se crescente, tem um ápice (ponto de inflexão) e depois, tende a decrescer.

Considerando-se o Valor Assintótico (A) para Bertalanffy (4,122 kg), são necessários 611 dias de idade para se atingir o valor de A, tomando sua TMA máxima foi de $1,638 \times 10^{-3} \text{ kg.dia}^{-1}$, aos 270 dias de criação, e que sua massa nesse tempo t é de 1,175 kg. Essa meta (611 dias) de criação é inviável, visto que para o mercado consumidor brasileiro, a tilápia deve ter entre 650 a 800 g, e ainda, o tempo ideal de criação deve ser entorno de 180 dias segundo Nogueira, (2007).

O valor de 0,1638% (TMA em percentagem) obtido para o modelo Bertalanffy indica que a cada mês houve crescimento corporal de 0,1638% relativo ao peso assintótico (4,122 kg), o que necessitaria 611 dias de idade para se atingir a massa máxima teórica, caso o mesmo comportamento do crescimento se mantivesse após os 270 dias de idade. Segundo Berg & Butterfield, (1976), esse comportamento é impossível/inviável, visto que a TCI teria que se manter constante e isso não ocorre.

Observa-se que aos 270 dias de idade, os animais estavam em desenvolvimento embora com taxa de crescimento instantânea decrescente, pois projetando-se a criação para 400 dias pelo modelo de Bertalanffy, os animais teoricamente apresentariam potencial para atingirem aproximadamente, 2,02 kg com TCI de $6,13 \times 10^{-3} \text{ kg.dia}^{-1}$ (Figura 2). Esse peso (2,02 kg), apesar de estar fora da faixa preferencial do mercado brasileiro (Nogueira, 2007), é praticável quando os animais são destinados à pesque-pagues (Rural, 2006), pois agrega maior rendimento, em valor de venda, aos peixes.

É importante uma validação para períodos superiores aos 270 dias do referido estudo, pois permitirá uma maior segurança na avaliação dos dados estimados para períodos maiores que o analisado. Nesse estudo, quando forem estimados parâmetros para valores de tempo (t) > 270 dias, considera-se que são dados não validados. Na literatura, são escassas as informações sobre criações, comerciais ou não, de tilápias do Nilo em tanques-rede, superiores aos 270 dias de criação.

A TCI e a TMA do modelo de Bertalanffy, quando estimadas para a criação em um período teórico de 1000 dias de cultivo, a taxa de crescimento instantânea aproxima-se de 0, obtendo-se valor de $1,09 \times 10^{-3} \text{ kg.dia}^{-1}$ (Figura 2) e massa de 3,84 kg, sendo que a

TMA tem comportamento semelhante a TCI. Esse comportamento é reforçado por Lopes et al., (2011), que defende que a taxa de crescimento instantâneo deve refletir um aumento do nascimento até atingir o ponto em que o é máximo e depois decresce até atingir valores próximos a zero quando o tamanho máximo do indivíduo é alcançado.

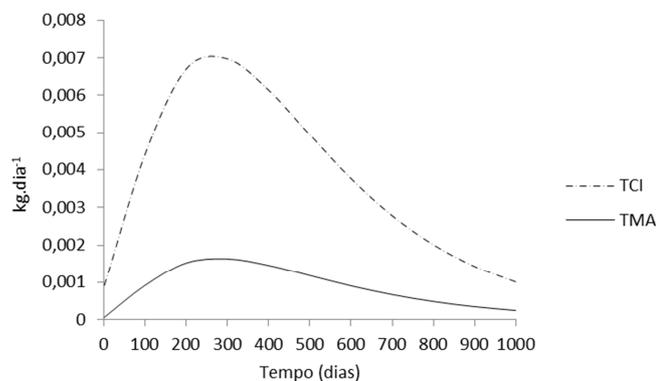
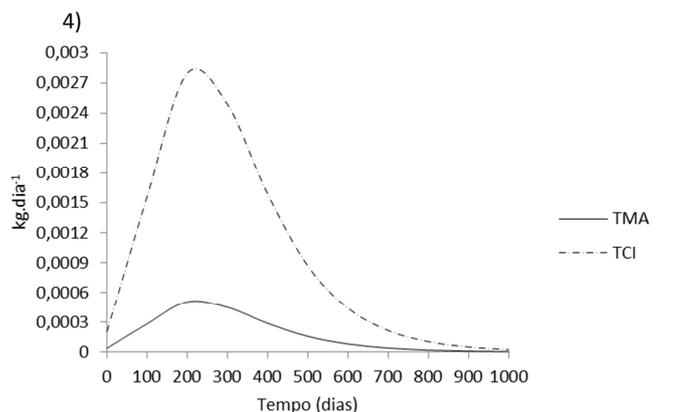
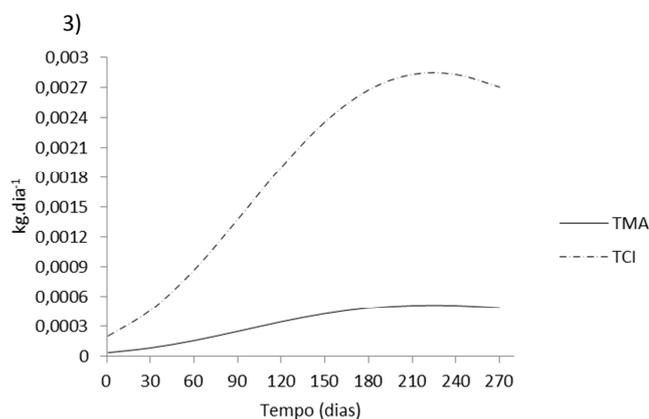


Figura 2. TCI e TMA estimados para teóricos 1000 dias de criação, segundo o modelo de Bertalanffy

O modelo de Gompertz apresentara a TCI inicial com o valor de 2×10^{-4} kg.dia⁻¹, com ponto de inflexão em torno dos 226 dias de idade, e a TCI média neste ponto igual a $2,8 \times 10^{-3}$ kg.dia⁻¹; posteriormente decresceu até os 270 dias com ganhos médios de $2,7 \times 10^{-3}$ kg.dia⁻¹, respectivamente (Figura 3). As equações do modelo de Gompertz possuem limitação quanto ao PI em relação aos demais modelos por possui PI fixo: sendo que nesse ponto podem incidir os pesos menores à metade do peso final, assim, variando dependendo da idade, sexo manejo e tipo de animal (Kuhi et al., 2010). A TCI do modelo de Gompertz comporta-se indicando que os peixes tem potencial de crescimento se o tempo (t) > 270 dias.

O modelo de Gompertz apresenta taxa de maturidade absoluta igual a $3,6 \times 10^{-5}$ kg.dia⁻¹, ao nascimento (Figura 3). Quanto à estimativa máxima da TMA, verificou-se valor de $5,135 \times 10^{-4}$ kg.dia⁻¹, aos 225 dias de idade, respectivamente. O valor de massa máxima teórica prevista no modelo é de 2,38 kg: seriam necessários 1947 dias de idade para se atingir o Valor Assintótico (A), tomando suas Taxas de Maturidade Absoluta (TMA) máximas que foram de $5,135 \times 10^{-4}$ kg.dia⁻¹, aos 225 dias de idade, e que sua massa nesse tempo t é de apenas 0,879 kg. Semelhante à Bertalanffy, essa meta de crescimento é impraticável para o período requerido, segundo Berg & Butterfield, 1976 e Nogueira, 2007. A Figura 4 representa a TCI e a TMA ao período teórico de 1000 dias de criação.



Figuras 3 e 4. TCI e TMA estimados para 270 dias de criação (Fig.3) e para 1000 dias (Fig.4), segundo o modelo de Gompertz

A TCI para o modelo Logístico na fase inicial foi de 6×10^{-4} kg.dia⁻¹, com ponto de inflexão em torno dos 133 dias de idade (com TCI de $5,3 \times 10^{-2}$ kg.dia⁻¹). Em seguida, decresceu até os 270 dias com ganhos médios de $9,7 \times 10^{-3}$ kg.dia⁻¹, respectivamente (Figura 5). O comportamento previsível da TCI, em que a mesma aumenta gradativamente e depois decresce após o PI, também foi observado por Lopes et al., (2011) ao estudarem os ajustes de curvas de crescimento em bovinos nelore da região norte do Brasil, utilizando-se o modelo Logístico, ao estimarem a taxa de crescimento instantânea inicial com média de $0,438$ kg.dia⁻¹, com ponto de inflexão em torno dos 120 dias de idade, e a taxa de crescimento instantânea média neste ponto igual a $0,629$; posteriormente decresceu até os 750 dias com ganho médio de $0,107$ kg.dia⁻¹, respectivamente.

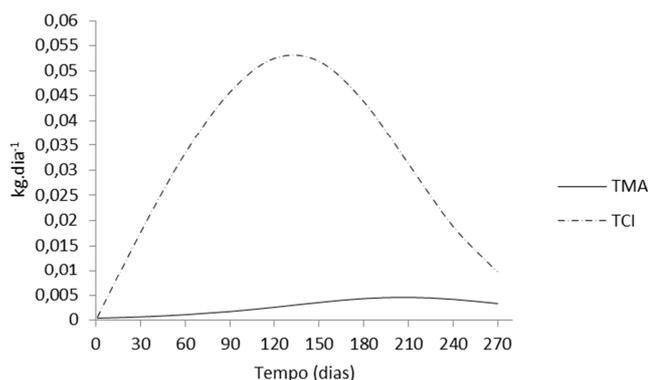


Figura 5. TCI e TMA estimados para 270 dias de criação, segundo o modelo Logístico

Nesse estudo, o modelo Logístico mostra-se limitado em relação aos demais: enquanto o peso máximo teórico (peso assintótico) A para Bertalanffy e Gompertz foi de 4,122 e 2,38 kg, respectivamente, o valor de A para o modelo Logístico foi de 1,52 kg: ou seja, mesmo que se dê condições ideais de crescimento e tempo, seu valor de TCI aproxima-se de zero a partir dos 400 dias de criação, graças ao alto valor estimado para k (0,0183), indicando uma possível precocidade dos animais; Em estudo realizado com curvas de crescimento de vacas Nelore cruzadas, Silva (2009) obteve valor de k estimado em 0,00079/mês, enquanto que a literatura dita que a média brasileira é de 0,00061/mês, concluindo assim que os animais do estudo eram precoces.

Nesse ponto, aos 400 dias de criação estimados, sua massa seria de 1,48 kg, e sua TCI de 2×10^{-4} kg.dia⁻¹. Para teóricos 1000 dias de criação, a TCI é decrescente, sendo que com valor pontual de $1,55 \times 10^{-13}$ kg.dia⁻¹.

O modelo Logístico apresentou taxa de maturidade absoluta ao nascimento de $4,06 \times 10^{-4}$ kg.dia⁻¹, e sua TMA máxima foi de $4,567 \times 10^{-3}$ kg.dia⁻¹ aos 222 dias de idade, respectivamente (Figura 5). Sendo seu peso assintótico A é de 2,38 kg, seria necessário pelo menos, 219 dias de idade para se atingir o valor de A, tomando suas TMA máxima que foi de $4,567 \times 10^{-3}$ kg.dia⁻¹ aos 222 dias, e que sua massa nesse tempo t é de 0,8675 kg. Novamente, essa meta de crescimento é inviável para o período requerido (Berg & Butterfield, 1976; Nogueira, 2007). Para estimados teóricos 1000 dias, a TCI e a TMA (modelo Logístico) estão representadas na Figura 6.

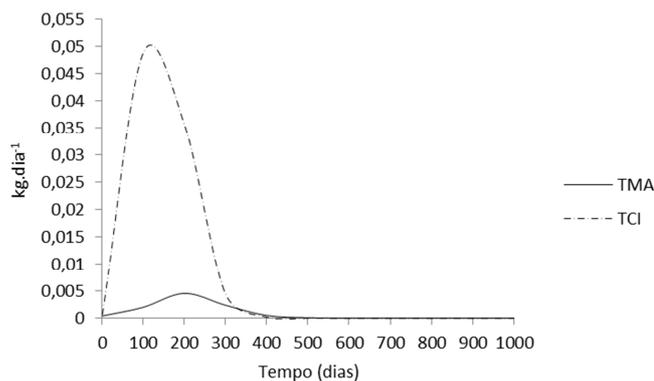
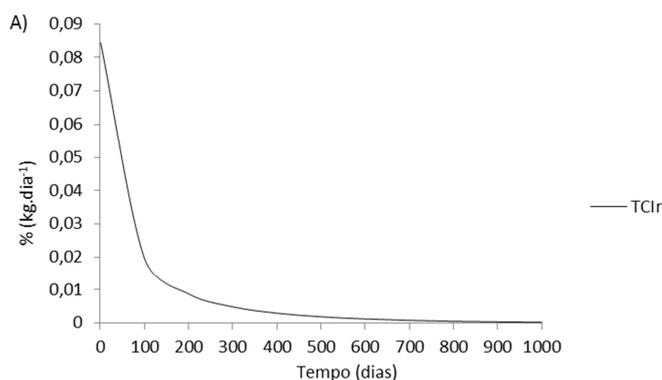


Figura 6. TCI e TMA estimados para 1000 dias de criação, segundo o modelo Logístico

O modelo de Bertalanffy apresentou TCIr superior aos demais modelos, durante toda fase de criação. Ao nascimento, foram estimadas TCIr, para os modelos de Bertalanffy, Gompertz e Logístico, em torno de $8,43 \times 10^{-2}$, $1,72 \times 10^{-2}$ e $1,78 \times 10^{-2}$ kg.dia^{-1} . Isso indica que naquele tempo $t=1$, o ganho de massa (para Bertalanffy) foi proporcional a 8,43%, em relação à massa que ele já possuía. Já aos 90 dias de criação, verificou-se taxas de crescimento instantânea relativa de $2,18 \times 10^{-2}$, $8,8 \times 10^{-3}$ e $1,63 \times 10^{-2}$ kg.dia^{-1} ; após esse período as taxas de crescimento instantânea relativa continuaram apresentando resultados decrescentes (Figura 7). Assim, verifica-se uma TCIr, aos 270 dias de criação, de: $5,7 \times 10^{-3}$, $2,3 \times 10^{-3}$ e $4,3 \times 10^{-3}$ kg.dia^{-1} , respectivamente, nos modelos de Bertalanffy, Gompertz e Logístico.



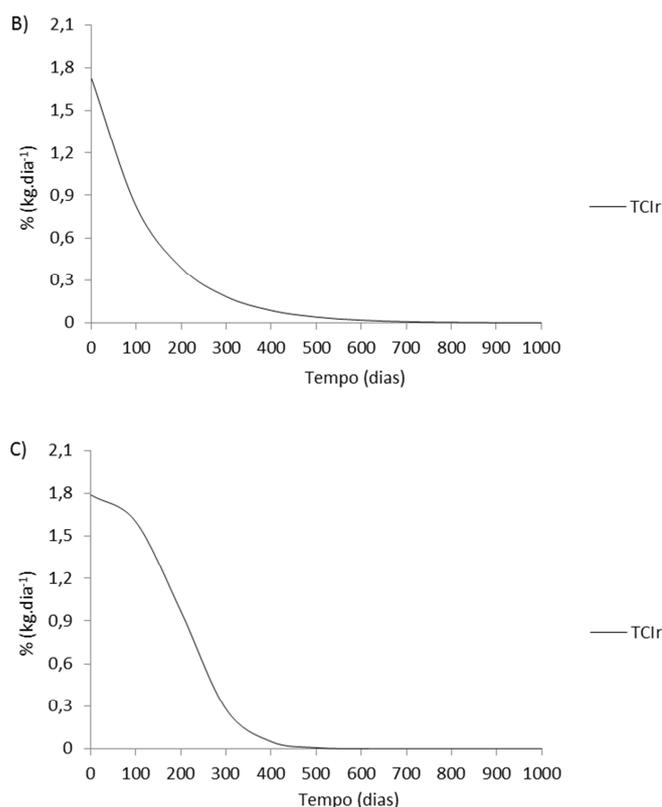


Figura 7. TCIr estimados para 270 dias de criação, segundo os modelos de: A) Bertalanffy, B) Gompertz e C) Logístico

Curvas semelhantes, para TCIr (Figura 7), foram obtidas em outros estudos (Caron et al., 2007 e Lopes et al., 2011) enfatizando que o crescimento animal tende a ser semelhante mesmo para espécies diferentes.

Abaixo, segue o gráfico da regressão TCI x TMA para o modelo de Bertalanffy, aos 270 dias de criação (Figura 8). Obteve-se R^2 igual a 0,9992. Observa-se que existe relação linear entre as variáveis TCI e TMA, o que é esperado, pois a TCI compõe a TMA: quanto a TCI cresce, a TMA também é crescente.

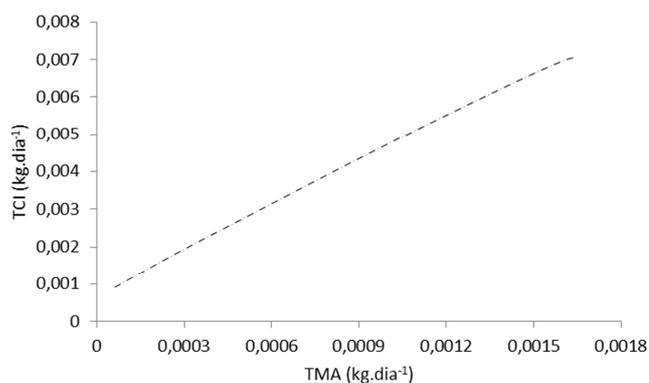


Figura 8. Regressão entre TCI e TMA estimados pelo modelo de Bertalanffy relativos aos 270 dias de criação

A Figura 9 apresenta a relação TCI x TMA para o modelo de Gompertz, aos 270 dias de criação. Obteve-se R^2 igual a 1. Assim como visto no modelo de Bertalanffy, a regressão obteve valor de R^2 alto, indicando que existe alta dependência de um parâmetro ao outro. O Comportamento linear dos parâmetros é semelhante ao observado no modelo de Bertalanffy.

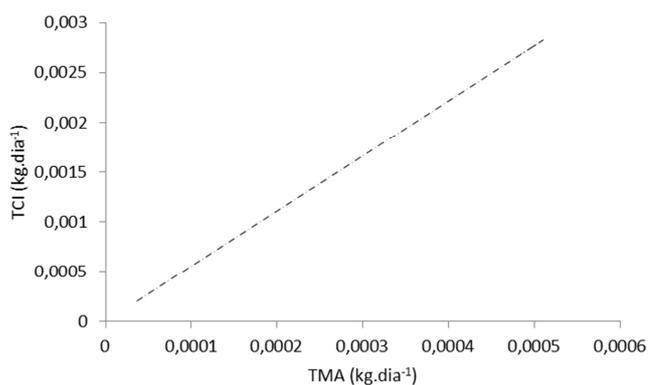


Figura 9. Regressão entre TCI e TMA estimados pelo modelo de Gompertz relativos aos 270 dias de criação

O resultado da regressão entre TCI e TMA para o modelo Logístico resultou na obtenção de R^2 igual a 0,1057 (Figura 10). Para esse modelo, o comportamento das variáveis não é linear: isso se deve a diferença entre o tempo t que a TMA e a TCI se expressam, quando estimadas pelo modelo. Assim, o modelo Logístico revelou-se inadequado para obtenção de taxas de crescimento (TCI e TMA).

Recomenda-se, portanto, o não uso do modelo Logístico para obtenção de taxas de crescimento de tilápias, cultivadas em gaiolas, no Submédio São Francisco, devido ao descompasso evidente entre as taxas TCI e TMA.

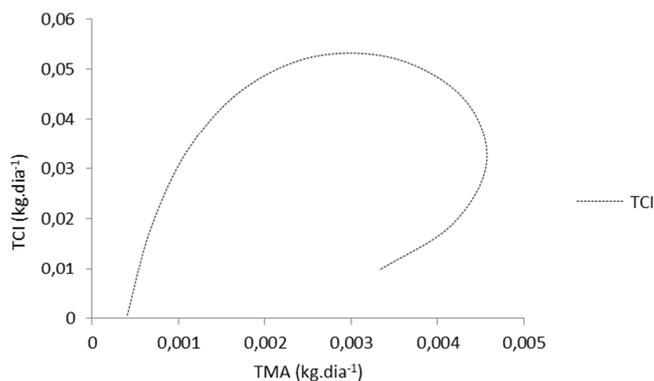


Figura 10. Regressão entre TCI e TMA estimados pelo modelo Logístico relativos aos 270 dias de criação

Os modelos de Bertalanffy, Gompertz e Logístico preveem um tempo t diferentes para que as tilápias tenham massa limite próximo ao valor assintótico A . Além do erro residual implícito de cada modelo, outra causa que resulta na variação de tempo t , para que os animais atinjam sua massa máxima teórica, se deve às estimativas médias para k , que foram de $3,69 \times 10^{-3}$, $7,47 \times 10^{-3}$ e $1,83 \times 10^{-2} \text{ dia}^{-1}$ e de A (4,122, 2,383 e 1,521 kg) para os modelos de Bertalanffy, Gompertz e Logístico, respectivamente. Observa-se que à medida que aumenta o peso assintótico (A) há diminuição da taxa de maturidade (k): esse comportamento antagônico tem sido relatado por outros autores, como Malhado et al., 2009 e Lopes et al., 2011.

CONCLUSÃO

1. Os modelos de Bertalanffy e Gompertz obtiveram bons ajustes das taxas de crescimento (TCI, TMA e TCIR) até 270 dias de criação, para tilápias do Nilo cultivadas em tanques-rede, no Submédio do São Francisco.
2. O modelo Logístico revelou-se inadequado para obtenção de taxas de crescimento (TCI e TMA), devido ao comportamento não linear evidente entre as taxas de crescimento instantâneo e taxa de maturidade absoluta.

AGRADECIMENTOS

À CODEVASF e a Embrapa Semiárido – CPATSA por terem cedido, gentilmente, os dados necessários para realização desse estudo.

REFERÊNCIAS

Berg, R. T.; Butterfield, R. M. New concepts of cattle growth. Sydney: Sydney University. 240 p. 1976.

- Bertalanffy, L. von. Quantitative laws in metabolism and growth. *Quarterly Review of Biology*, Chicago, v.32, p.217-230, 1957.
- BRASIL. Ministério da Pesca e Aquicultura. Produção Pesqueira e Aquícola - estatística. 2010. Disponível em: <<http://www.mpa.gov.br>>. Acesso em: 20 dez. 2011.
- Caron, B.O.; Meira, W.R.; Schmidt, D.; Santos Filho, B.G.; Medeiros, S.L.P.; Manfron, P.; Müller, L. Análise de crescimento de plantas de aroeira vermelha no município de Ji-Paraná, RO. *Revista da FZVA, Uruguaiana*, v. 14, n. 1, p. 1-13, 2007.
- Espigolan, R.; Baldi Rey, F.S.; Boligon, A.A.; Banchemo, G.; Brito, G.; La Manna, A.; Montossi, F.; Fernandez, E.; Albuquerque, L.G. Aplicação de modelos não-lineares para descrever a evolução de características de crescimento e carcaça em bovinos da raça Hereford. *Ciência Rural (UFSC. Impresso)*, v. 43, p. 513-519, 2013.
- FAO - Food and Agriculture Organization of the United Nation. Fisheries and Aquaculture Department. Disponível em: <<http://www.fao.org/fishery/>>. Acesso em: 28 dez. 2008.
- FAO - Food and Agriculture Organization of the United Nation. World Supply and Demand of Tilapia, Globefish, FAO, UN, 2010. Disponível em: <http://www.globefish.org/world-.html><<http://www.fao.org/fishery/>>. Acesso em: 19 mar. 2012.
- FAO - Organização das Nações Unidas para Alimentação e Agricultura. Cultured Aquatic Species Information Programme *Oreochromis niloticus*. Programa de información de especies acuáticas. Texto de Rakocy, J. E. In: Departamento de Pesca y Acuicultura de la FAO. Roma. 2012. Disponível em: <http://www.fao.org/fishery/culturedspecies/Oreochromis_niloticus/es> Acesso em 22 de novembro de 2012.
- Kuhi, H.D.; Porter, T.; López, S.; Kebreab, E.; Strathe, A.B.; Dumas, A.; Dijkstra, J.; France, J. A review of mathematical functions for the analysis of growth in poultry. *World's Poultry Science Journal*, v.66, p. 227-240, 2010.
- Laird, A.K. Dynamics of relative growth. *Growth*, Bar Harbor, v.29, p.249-263,1965.
- Lopes, F.B.; Silva, M.C.; Marques, E.G.; Ferreira, J.L. Ajustes de curvas de crescimento em bovinos Nelore da região Norte do Brasil. *Revista Brasileira de Saúde e Produção Animal*, v.12, p.607-617, 2011. Disponível em: <<http://revistas.ufba.br/index.php/rbspa/article/view/2145/1130>>. Acesso em: 29 fev. 2012.
- Maciel, E.C.S.; Feitosa, K.C.O.; Corrêa Neto, C.; Macedo, F.F; Mattioli, W.O; Abimorad, E.G; Abreu, J.S. Desempenho produtivo e parâmetros fisiológicos de juvenis de pacu (*Piaractus mesopotamicus*) criados em tanques-rede em diferentes densidades de estocagem. *Rev. Bras. Saúde Prod. Anim.*, Salvador, v.14, n.1, p.185-194 jan./mar., 2013.
- Malhado, C.H.M.; Ramos, A.A.; Carneiro, P.L.S.; Azevedo, D.M.M.R.; Melo, P.R.A.R.; Pereira, D.G.; Souza, J.L.; Martins Filho, R. Modelos não lineares

- utilizados para descrever o crescimento de bovinos da raça Nelore no estado da Bahia: 1. Efeito ambiental. *Revista Brasileira de Saúde e Produção Animal*, v.10, n.4, p.821-829, 2009.
- Martínez, C.A.; Rodríguez, A.P.; Jiménez, J.A.; Manrique, C. Descripción matemática de la función gompertz aplicada al crecimiento de animales. *Revista Facultad Medicina Veterinaria y Zootecnia*, v.51, n.1, 2010.
- MINISTÉRIO DA PESCA E AQUICULTURA. Produção pesqueira e aquícola - Estatística 2008 e 2009. p. 17, 2010.
- MCMANUS, C.; LOUVANDINI, H.; CAMPOS, V. Curvas de crescimento não-lineares para peso e altura em quatro grupos genéticos de cavalos. *Rev. Ciênc. Anim. Bras.*, Goiânia, v.11, n.1, p.80-89, 2010.
- NOGUEIRA, A. Criação de tilapias em tanques-rede. SEBRAE. 2007. Disponível em: <[http://www.biblioteca.sebrae.com.br/bds/BDS.nsf/7227D4D9D30AB6CC832573A9006DF4BC/\\$File/NT0003737A.pdf](http://www.biblioteca.sebrae.com.br/bds/BDS.nsf/7227D4D9D30AB6CC832573A9006DF4BC/$File/NT0003737A.pdf)> . Acesso em: 20 out. 2012.
- Nelder, J.A. The fitting of a generalization of the logistic curve. *Biometrics*, Washington, v.17, p.89-110, 1961.
- Paz, C.C.P.; Packer, I.U.; Freitas, A.R.; Tambasco-Talhari, D.; Reginato, L.C.A.; Alencar, M.M.; Cruz, G.M. Ajuste de modelos não-lineares em estudos de associação entre polimorfismos genéticos e crescimento em bovino de corte. *Revista Brasileira de Zootecnia*, v.33, n.6, p.1416-1425, 2004.
- Rural – Revista Rural. Tilapia - um verdadeira “bovino” de água doce!. *Rev 102 - agosto 2006*. Disponível em: <http://www.revistarural.com.br/edicoes/2006/artigos/rev102_tilapia.htm>. Acesso em : 22 de jul/2013.
- SAS®. SAS 9.1 for windows – Portable version (Free). Cary (NC): SAS Inc; 2003.
- Souza, L.A.; Caires, D.N.; Carneiro, P.L.S.; Malhado, C.H.M.; Filho, R.M. Curvas de crescimento em bovinos da raça Indubrasil criados no Estado do Sergipe. *Rev. Ciênc. Agron.*, Dez 2010, vol.41, no.4, p.671-676. ISSN 1806-6690.
- Sousa Júnior, J.A. Modelagem matemática aplicada ao crescimento de tilápias em tanques-rede no Submédio do São Francisco. Capítulo 1 da referida dissertação. (artigo em avaliação). *Revista Engenharia Agrícola*. www.engenhariaagricola.com.br. Submetido em jan/2013.
- Siangas, L.E; Pouilly, M.; Vallejos, A.; Pérez, T.; Rejas, D. Effect of water quality on growth of four fish species in the Iténez basin (Upper Madera, Amazon). *Environmental Biology of Fishes* vol. 95 issue 3 November 2012. p. 371 – 381. 2012.
- Silva, F.L. Curvas de crescimento e produtividade de vacas Nelore e cruzadas, de diferentes tipos biológicos, em sistemas de produção intensiva. Dissertação (mestrado). Escola Superior de Agricultura “Luis de Queiroz”. 89 p, 2009.

Texeira, M.C.; Villarroel, A.B.; Pereira, E.S.; Oliveira, S.M.P.; Albuquerque, I.A.; Mizubuti, I.Y.; Curva de crescimento de cordeiros oriundos de três sistemas de produção na Região Nordeste do Brasil. Semina: Ciências Agrárias, Londrina, v. 33, n. 5, p. 2011-2018, set./out. 2012.

3. CONCLUSÃO GERAL

Os modelos matemáticos podem auxiliar o produtor de tilápias do Nilo, cultivadas em viveiros, no Submédio do São Francisco, destacando-se os modelos de Bertalanffy, Gompertz e Richards. Esses modelos conseguem fitar bem os dados de crescimento de tilápias até 270 dias de criação, obtendo-se R^2 superiores a 0,99, quanto $t \leq 270$ dias.

Quanto às taxas de crescimento (TCI, TCIr e TMA), apenas os modelos de Bertalanffy e Gompertz são recomendados para predição desses indicadores. O modelo Logístico revelou-se inadequado para obtenção de taxas de crescimento (TCI e TMA), devido ao comportamento não linear evidente entre as taxas de crescimento instantâneo e taxa de maturidade absoluta.

Recomenda-se realização de experimentos com tilápias do Nilo para períodos maiores que 270 dias de criação em tanques-rede, para validação do comportamento das taxas de crescimento: TCI, TCIr e TMA para $t > 270$ dias.

4. BIBLIOGRAFIA

- AGRA, J. U. M. ; KLINK, J. M. ; RODRIGUES, G. G. . Monitoramento da Piscicultura em Reservatórios: Uma Abordagem Ecológica. Revista Brasileira de Geografia Física, 06 (2012) 1457-1472. 2013.
- ARAÚJO, J.R. Avaliação de alimentos alternativos regionais para a tilápia do Nilo (*Oreochromis niloticus*). Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Ciências Agrárias, Juazeiro/BA, 70 f.: il. 2010
- BASTOS, R.K.X. BRUNO, C. F.; MELO, H.N.S.; ANDRADE, C.O.; STEFANUTTI, R. Utilização de esgotos sanitários em piscicultura. In: BASTOS R.K.X. (Coordenador). Utilização de esgotos tratados em fertirrigação, hidroponia e piscicultura. Projeto PROSAB. Rio de Janeiro: RJ, Rima, ABES, p. 193-223. 2003.
- BERTALANFFY, L. von. Quantitative laws in metabolism and growth. Quarterly Review of Biology, Chicago, v.32, p.217-230, 1957.
- BOZANO, G.L.N.; FERRAZ DE LIMA, J.A. Avaliação do crescimento do pacu *Piaractus mesopotamicus* Holmberg, 1994, em gaiolas com espaços de confinamento. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE AQUICULTURA, 8., Piracicaba, 1994. Resumos. Piracicaba: Fealq, P.4. 1994.
- BRODY, S. Bioenergetics and growth. New York: Reinhold, 1945. 1023p.
- BROWN, D.; ROTHERY, P. Models in biology: mathematics, statistics and computing. England: John Wiley and Sons; Chichester, New York, Brisbane, Toronto, Singapore, 1993. 688p.
- BRASIL. Ministério da Pesca e Aquicultura. Produção Pesqueira e Aquícola - estatística. 2010. Disponível em: <<http://www.mpa.gov.br>>. Acesso em: 20 dez. 2011.
- CAMPOS, C. F. M. Viabilidade socioeconômica e ambiental da piscicultura em tanques-rede no Pantanal de Mato Grosso do Sul. Dissertação de Mestrado, Centro de Desenvolvimento Sustentável da Universidade de Brasília, Brasília, DF. 87p. 2001.
- COCHE, A.G. Cage Culture os Tilapias. In: PULLIN, R.S.V.; LOWE MSCONNEL, R.H. (Ed.). Biology and Culture of Tilapias. Philippines: Internacional center for Living Aquatic Resources Management, cap. 3, p. 205-246, 1982.
- CODEVASF - COMPANHIA DE DESENVOLVIMENTO DOS VALES DO SÃO FRANCISCO E DO PARNAÍBA. Submédio São Francisco. 2013. Disponível em: < <http://www.codevasf.gov.br/osvales/vale-do-sao-francisco/recus/submedio-sao-francisco>> Acesso em 21 de maio de 2013.

- COLT, J., MONTGOMERY, J.M. Aquaculture productions systems. *Journal of Animal Science.*, v.69, p. 4183-4192, 1991.
- CYRINO, J.E.; CONTE, L.; Tilapicultura em Gaiolas: produção e economia. In: José Eurico Possebon Cyrino e Elisabeth Criscuolo Urbinati (Eds.). 2006.
- DUMAS, A.; FRANCE, J.; BUREAU, D. Modelling growth and body composition in fish nutrition: where have we been and where are we going?. *Aquaculture Research*, v.441, p.161-181, 2010.
- EL-SAYED, A.M. *Tilapia Culture*. London: Cabi. 2006. 277p.
- ESPIGOLAN, R.; BALDI REY, F.S.; BOLIGON, A.A.; BANCHERO, G.; BRITO, G.; LA MANNA, A.; MONTOSSI, F.; FERNANDEZ, E.; ALBUQUERQUE, L.G. Aplicação de modelos não-lineares para descrever a evolução de características de crescimento e carcaça em bovinos da raça Hereford. *Ciência Rural (UFSC)*, v. 43, p. 513-519, 2013.
- FAO - Food and Agriculture Organization of the United Nation. Fisheries and Aquaculture Department. Disponível em: <<http://www.fao.org/fishery/>>. Acesso em: 28 dez. 2008.
- FAO (2010) *El estado mundial de la pesca y la acuicultura 2010* (in Spanish). Food and Agriculture Organization of United Nations, Rome. p. 242. 2010b.
- FAO - Food and Agriculture Organization of the United Nation. World Supply and Demand of Tilapia, Globefish, FAO, UN, 2010a. Disponível em: <http://www.globefish.org/world-.html><<http://www.fao.org/fishery/>>. Acesso em: 19 mar. 2012.
- FROSSARD, H. Uso de equações matemáticas para descrever o crescimento em peso de peixes cultivados. In: I Congresso Sul-americano de Aquicultura. Desenvolvimento sustentável. Anais... Recife, 1998. V 2. 1998.
- GÓMEZ, D.A.A.; MUÑOZ, M.F.C.; BETANCUR, L.F.R. Modelación de las funciones de crecimiento aplicadas a la producción animal. *Revista Colombiana de Ciências Pecuárias*, v.21, p.39-58, 2008.
- GOMIERO, J.S.G. Curvas de Crescimento Morfométrico e Alométrico de Piracanjuba (*Brycon orbignyanus*). 2005. 36 p. Dissertação – (Mestrado em Zootecnia) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.
- GUEDES, M.H.P.; MUNIZ, J.A.; PEREZ, J.R.O. et al. Estudo das curvas de crescimento de cordeiro das raças Santa Inês e Bergamácia considerando heterogeneidade de variâncias. *Ciência e Agrotecnologia*, Lavras, v. 28, nº 2, p. 381-388. 2004.
- LAIRD, A.K. Dynamics of relative growth. *Growth*, Bar Harbor, v.29, p.249-263, 1965.

LOAIZA-ECHEVERRI, A.M. Utilização de modelos não-lineares para descrever o crescimento do perímetro escrotal em ruminantes, *vet.zootec.* 5(2): 9-23, 2011.

MACIEL, E.C.S.; FEITOSA, K.C.O.; CORRÊA NETO, C.; MACEDO, F.F.; MATTIOLI, W.O.; ABIMORAD, E.G.; ABREU, J.S. Desempenho produtivo e parâmetros fisiológicos de juvenis de pacu (*Piaractus mesopotamicus*) criados em tanques-rede em diferentes densidades de estocagem. *Rev. Bras. Saúde Prod. Anim.*, Salvador, v.14, n.1, p.185-194 jan./mar., 2013.

MEURER, F.; COSTA, M.M.; BARROS, D.A.D.; OLIVEIRA, S.T.L.; PAIXÃO, P.S.

Brown propolis extract in feed as a growth promoter of Nile tilapia (*Oreochromis*

niloticus, Linnaeus 1758) fingerlings. *Aquaculture Research.* 40, 603-608, 2009.

MCMANUS, C.; LOUVANDINI, H.; CAMPOS, V. Curvas de crescimento não-lineares para peso e altura em quatro grupos genéticos de cavalos. *Rev. Ciênc. Anim. Bras.*, Goiânia, v.11, n.1, p.80-89, 2010.

NELDER, J.A. The fitting of a generalization of the logistic curve. *Biometrics*, Washington, v.17, p.89-110, 1961.

MIN – MINISTÉRIO DA INTEGRAÇÃO NACIONAL. O São Francisco e seus números. 2012. Disponível em: <<http://www.mi.gov.br/saofrancisco/rio/numeros.asp>> Acesso em: 29/02/2012.

ONO, E.A. KUBITZA, F., Cultivo de peixes em tanques-rede. 2ª ed. Jundiaí, SP: Esalq-USP. 68 pp. 2003.

OLIVEIRA, S.T.L. Inoculação de *Aeromonas hydrophila* em tilápias do Nilo suplementadas com *Ascophyllum nodosum*. 2011. Dissertação (Mestrado em Ciência Animal) - Universidade Federal do Vale do São Francisco. Petrolina, PE. 88 p. 2011.

OSTRENSKY, A.; BORGHETTI, J.R.; SOTO, D. Aqüicultura no Brasil: o desafio é crescer. Brasília, 276p. 2008.

PAZ, C.C.P.; PACKER, I.U.; FREITAS, A.R.; TAMBASCO-TALHARI, D.; REGINATO, L.C.A.; ALENCAR, M.M.; CRUZ, G.M. Ajuste de modelos não-lineares em estudos de associação entre polimorfismos genéticos e crescimento em bovino de corte. *Revista Brasileira de Zootecnia*, v.33, n.6, p.1416-1425, 2004.

PENSA - Centro de Conhecimento em Agronegócios. Projeto integrado de negócios sustentáveis – PINS: cadeia produtiva de piscicultura. Centro de Conhecimento em Agronegócios (PENSA).- Brasília, DF: CODEVASF, 2008. 38 p.

- RICHARDS, F.J. A flexible growth function for empirical use. *Journal of Experimental Botany*, Oxford, v.10, p.290-300, 1959.
- SABBAG, O.J; ROZALES, R. DOS R; TARSITANA, M.A.A; SILVEIRA, A.N. Análise econômica da produção de tilápias (*Oreochromis niloticus*) em um modelo de propriedade associativista em Ilha Solteira/SP. *Revista Custos e @gronegocio on line* - v. 3, n. 2 - Jul/Dez - 2007. Disponível em <www.custoseagronegocioonline.com.br> às 10:07h do dia 09/09/2011.
- SCHMITTOU, H.R. Produção de peixes em altas densidades em tanques-rede de pequeno volume. Campinas: Mogiana Alimentos e Associação Americana de Soja, 78p. 1997.
- SEBRAE. Diagnóstico da cadeia produtiva da tilápia na Bahia. – Salvador: Sebrae, 2006. 93 p. Disponível em: <[http://www.biblioteca.sebrae.com.br/bds/BDS.nsf/CA87E1FD377518EB832572970074804B/\\$File/NT0003509A.pdf](http://www.biblioteca.sebrae.com.br/bds/BDS.nsf/CA87E1FD377518EB832572970074804B/$File/NT0003509A.pdf)> Acesso em 29 de fev. 2012.
- SIANGAS, L.E; POUILLY, M.; VALLEJOS, A.; PÉREZ, T.; REJAS, D. Effect of water quality on growth of four fish species in the Iténez basin (Upper Madera, Amazon). *Environmental Biology of Fishes* vol. 95 issue 3 November 2012. p. 371 – 381. 2012.
- SILVA, T.S.C. Modelos de crescimento e desempenho de tilápias do nilo (*Oreochromis niloticus*; linhagem supreme) alimentadas com dietas sem ou com suplementação de lisina e treonina, em gaiolas. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Maringá – UEM. Maringá, PR. 2008. 67 p.
- SOARES, M.C.F; LOPES, J.P; BELLINI, R; MENEZES, B.Q. A piscicultura no rio São Francisco: é possível conciliar o uso múltiplo dos reservatórios?. *Rev. Bras. Enga. Pesca*, 2ªed, maio 2007.
- TEDESCHI, L.O. Review assessment of the adequacy of mathematical models. *Agricultural Systems*, n.89, p.225-247, 2006.
- TEXEIRA, M.C.; VILLARROEL, A.B.; PEREIRA, E.S.; OLIVEIRA, S.M.P.; ALBUQUERQUE, I.A.; MIZUBUTI, I.Y.; Curva de crescimento de cordeiros oriundos de três sistemas de produção na Região Nordeste do Brasil. *Semina: Ciências Agrárias*, Londrina, v. 33, n. 5, p. 2011-2018, set./out. 2012.
- THORNLEY, J.H.M.; FRANCE, J. *Mathematical models in agriculture: quantitative methods for the plant, animal and ecological sciences*. 2ª ed. Wallingford: CABI, 2007. 2007. 906p.
- ZANIBONI FILHO, E.; NUÑER, A.P.O.; GUERESCHI, R.M.; HERMES-SILVA, S. Cultivo de peixes em tanques-rede e impactos ambientais. In: *Cultivo de peixes em tanques-rede: desafios e oportunidades para um desenvolvimento sustentável*. Belo Horizonte: EPAMIG, 104 p. 2005.