

**V SEMINÁRIO NACIONAL DE
CONTROLE E AUTOMAÇÃO**
INDUSTRIAL, ELÉTRICA E DE TELECOMUNICAÇÕES

Promoção:



Síntese De Supervisores De Sistemas A Eventos Discretos Com Observação Parcial De Eventos Utilizando Dióides

Eduard Montgomery Meira Costa*

*Faculdade ÁREA1
Av. Santiago de Compostela, 216 – Iguatemi, Salvador – BA
emontyc@yahoo.com.br

GRUPO: ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E

TEMA: Controle e Automação de Processos

PALAVRAS CHAVE: Sistemas a Eventos Discretos, Matrizes de Incidência, Controle Supervisório, Observação Parcial de Eventos, Linguagem Normal

RESUMO - Dentre as formalizações utilizadas para estruturar o controle de Sistemas a Eventos Discretos (SED), encontra-se a álgebra de dióides que permite descrever e fundamentar o controle tanto na forma temporizada como na forma não temporizada. Entretanto, na estruturação de controle supervisório para um SED, a modelagem pode se apresentar com eventos e estados não visíveis, devido à própria natureza do sistema, ou devido à própria modelagem. Neste caso, uma formalização específica de controle aplicado a estes casos é definida, visando avaliar as possibilidades de um supervisor para um SED com eventos não observáveis, ser construído. Assim, este trabalho emprega essa estrutura algébrica para projetar o supervisor para estes sistemas sob observação parcial. Neste caso, tanto o modelo como a especificação funcional, são formalizadas por matrizes de incidência definidas na álgebra de dióides. As operações utilizadas para compor a matriz de incidência observada são definidas de uma forma similar às utilizadas para as linguagens, assim como os conceitos de observação e normalidade. A síntese do supervisor é fundamentada por meio de operações matriciais que provêm os mesmos resultados obtidos com o algoritmo da suprema sublinguagem controlável, tendo uma complexidade computacional igual a complexidade do algoritmo clássico.

ABSTRACT - In the used formalizations to structure control for Discrete Event Systems (DES), we find the dioid algebra that allows to describe and to base the control for timed and untimed systems. In the construction of DES supervisory control, modeling can presents unvisible events and states, by the proper system nature, or by the modeling. In this case, a specific control formulating is defined, allowing evaluate the possibilities of synthesize a supervisor for a DES with unobserved events. Thus, this paper utilizes this algebraic structure to project supervisor for these systems with partial observation. As the model as the functional behavior are formalized by incidence matrices defined in the dioid algebra. The operations used to determine the observed incidence matrix are

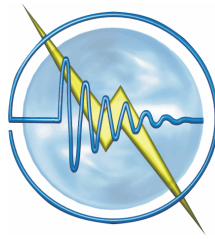
defined in a similar way as the utilized for languages, as well as the observation and normality concepts. The supervisor synthesis is achieved through matrix operations that provides the same result obtained with the supremal sublanguage algorithm. The computational complexity to design the supervisor is equal to the classical algorithm complexity.

INTRODUÇÃO

Sistemas a Eventos Discretos (SEDs) [1] são sistemas que apresentam uma evolução dinâmica descrita pela ocorrência de eventos que determinam sua interação com o ambiente e que alteram o estado do sistema. Os SEDs estão presentes em aplicações do cotidiano como sistemas de manufatura, supervisão de tráfego aéreo e ferroviário e sistemas operacionais. O estudo dos SEDs requer a utilização de uma representação adequada e que permita projetar um agente de controle automático, denominado supervisor. A partir de tarefas especificadas, o supervisor recebe informações da ocorrência dos eventos do SED e determina a ação de controle a ser aplicada, enviando comandos para os atuadores que inibem ou habilitam determinados eventos.

A formalização do problema de controle de SEDs utilizando autômatos e linguagens formais [2] é denominada de Teoria de Controle Supervisório (TCS) [3], que é uma forma elegante de resolver o problema de controle de SEDs: a partir do modelo do SED e de uma especificação funcional, determina um supervisor [4].

Em vários casos, os modelos dos SEDs apresentam eventos denominados eventos não observáveis [5,6], os quais podem ser pertencentes à dinâmica interna do sistema ou devido ao próprio modelo, ou ainda, por sua própria natureza [6]. Isso determina uma



III SEMINÁRIO NACIONAL DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

INDUSTRIAL, ELÉTRICA E DE TELECOMUNICAÇÕES

A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO,
EMPREGABILIDADE E EMPREENDEDORISMO

especificidade para seu tratamento, que é de grande importância no estudo desses sistemas. O tratamento que se aplica nesse caso necessita da introdução de um estágio de observação entre o SED e o supervisor. Esse estágio de observação recebe os eventos que ocorrem no SED, mapeando-os em um alfabeto de eventos observáveis que são passados ao supervisor. Por sua vez, o supervisor define a ação de controle a ser aplicada ao SED [7]. Assim, o tratamento desses sistemas é feito com o mesmo formalismo da TCS, utilizando esse estágio de observação [8].

Nesse artigo é apresentado um formalismo alternativo para o tratamento desses sistemas, utilizando a formalização apresentada em [9], por meio das matrizes de incidência [10] e da álgebra de dióides [11,12,13]. Aqui é proposta uma extensão do trabalho de Costa [14], onde são introduzidos os formalismos para teste de observabilidade de especificações de comportamento definidas por matrizes, bem como as condições para matrizes normais.

Esse artigo é fundamentado a partir de alguns conceitos necessários ao entendimento do trabalho para ser apresentada a síntese do supervisor com os conceitos de observação e normalidade, em que alguns exemplos são apresentados e as conclusões a respeito do contexto do mesmo serem apresentadas.

CONCEITOS

Álgebra de Dióides

Definição 1 Um Dióide é um conjunto D dotado das operações \oplus (adição) e \otimes (multiplicação), que é idempotente. O elemento nulo é ϵ e o elemento identidade é e .

Um dióide é dito ser comutativo se \otimes é comutativo. Quando se considera que $D = R_{\max} = R \cup \{-\infty\}$, o elemento nulo é definido como $\epsilon = -\infty$ e o elemento identidade é $e = 0$. O operador \oplus é a operação usual \max , e o operador \otimes é a soma usual. Nesse caso, D é um dióide comutativo e a álgebra de dióide é conhecida como álgebra $(\max, +)$.

A um autômato A , associa-se uma matriz de incidência definida como a seguir [7,8]:

Definição 2 A um autômato $A=(Q, \Sigma, \delta, q_0, Q_m)$ com $|Q|=N$, sua matriz de incidência $A=[a_{ij}]$, com

$$a_{ij} = \begin{cases} \sigma & \text{se } \exists \sigma \text{ do estado } i \text{ para o estado } j, \\ \epsilon & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

em que $\sigma \in \Sigma^*$, $\sigma = \sigma^1 + \sigma^2 + \dots + \sigma^n$, é a expressão regular que provoca no autômato A a mudança do estado i para o estado j . O estado inicial é definido

pelo vetor linha $\theta_{1 \times N}(A) = [e \ \epsilon \ \dots \ \epsilon]$, isto é, o primeiro elemento é e e os demais são ϵ . Os estados marcados são definidos pelo vetor coluna $\phi_{N \times 1}(A)$,

$$\phi_i(A) = \begin{cases} e & \text{se a linha } i \text{ é marcada;} \\ \epsilon & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A linha i representa o estado do autômato e a coluna j , o próximo estado, se $a_{ij} \neq \epsilon$. O vetor θ só apresenta o primeiro elemento diferente de ϵ , definindo que $i=1$ é sempre o estado inicial e , o vetor ϕ à direita de A , indica que uma linha é marcada se o i -ésimo elemento $\phi_i(A) = e$.

Exemplo 1: A matriz de incidência A associada ao autômato da Figura 1, é

$$A = \begin{bmatrix} \epsilon & \alpha + \lambda + \beta & \beta \\ \eta & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \beta & \alpha + \lambda \end{bmatrix} \begin{matrix} e \\ \epsilon \\ e \end{matrix}$$

com a linha 3 representando um estado marcado. Os elementos do vetor $\phi(A)$ são apresentados à direita da matriz, onde a presença do elemento e indica um estado marcado.

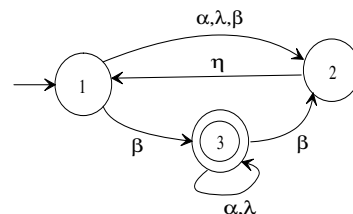


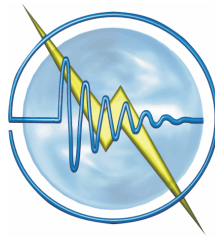
Figura 1: Autômato para matriz de incidência.

SÍNTESE DO SUPERVISOR

Para proceder à síntese do supervisor, deve-se compreender a dinâmica dos SEDs modelados por matrizes de incidência.

Assim, dada uma matriz de incidência A que é um modelo de um SED, os estados q são representados pelas linhas i . A linha 1 dessa matriz representa o estado inicial do SED. Os eventos do SED são representados por símbolos de um alfabeto Σ , em que $\Sigma = \Sigma_c \cup \Sigma_{uc}$ e $\Sigma_c \cap \Sigma_{uc} = \emptyset$. Então, um evento Σ é dito estar habilitado em um estado q (linha i), se $\exists j | a_{ij} \neq \epsilon$, isto é, para $a_{ij} \neq \epsilon$, há um evento σ habilitado na linha i , cuja ocorrência leva a matriz à linha j . Dessa forma, o conjunto de eventos possíveis de ocorrerem no estado q (linha i) é representado por $\Sigma(i) \subseteq \Sigma$.

Um SED modelado por uma matriz de incidência gera, então, seqüências de eventos iniciadas no estado inicial (linha 1), dadas por $s = a_{1,k1} a_{k1,k2} \dots a_{kn-1,kn}$. Sendo assim, a linguagem do SED modelado pela matriz de incidência é o



III SEMINÁRIO NACIONAL DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

INDUSTRIAL, ELÉTRICA E DE TELECOMUNICAÇÕES

A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO,
EMPREGABILIDADE E EMPREENDEDORISMO

conjunto de todas as seqüências possíveis de ocorrerem a partir de seu estado inicial. Isto é, $L=\{s_1, s_2, \dots\}$ onde $s_i, i=1, 2, \dots$ são palavras ou seqüências de eventos.

Por outro lado, dada a representação dos estados marcados do SED na matriz de incidência como sendo o vetor $\phi(\mathbf{A})$, a linguagem reconhecida (ou marcada) é o conjunto de todas as seqüências possíveis de ocorrerem a partir da linha 1, e que levam a uma linha marcada. Isto é, $L_m(\mathbf{A}) = \{s_1, s_2, \dots\}$ e $\phi_{kn}(\mathbf{A}) = e$.

Então, um SED modelado por uma matriz de incidência \mathbf{A} gera os eventos $\Sigma(i) \subseteq \Sigma$, iniciando da linha $i=1$.

Dessa forma, tendo-se em vista como se dá a evolução dinâmica do SED modelado por uma matriz de incidência, para sintetizar um supervisor de um SED modelado por uma matriz de incidência, considerando a observação parcial de eventos, em que $\Sigma = \Sigma_c \cup \Sigma_{uc} = \Sigma_o \cup \Sigma_{uo}$, com Σ_o sendo o conjunto de eventos observáveis, define-se:

Definição 3 Seja um alfabeto $\Sigma = \Sigma_o \cup \Sigma_{uo}$. Defina-se o operador O como $O(\mathbf{A}) = \mathbf{B}$, $\mathbf{B} = [b_{ij}]$, em que $\forall i, j, i=j$, se $a_{ij} = \sigma$, $\sigma \in \Sigma_{uo}$, então $b_{ij} = \epsilon$, e $\forall i, j, i \neq j$, se $a_{ij} = \sigma$, $\sigma \in \Sigma_{uo}$, então $b_{ij} = \epsilon \wedge b_{i,k} = b_{i,k} \oplus b_{j,k} \wedge b_{k,i} = b_{k,i} \oplus b_{k,j} \wedge b_{j,k} = \epsilon \wedge b_{k,j} = \epsilon$, $k=1, \dots, N$, com N sendo a dimensão de \mathbf{A} . As linhas marcadas de \mathbf{B} são as mesmas de \mathbf{A} .

O operador O define o mapeamento da matriz de incidência \mathbf{A} no alfabeto de eventos observáveis. O seguinte algoritmo constrói a matriz \mathbf{B} gerada da matriz \mathbf{A} pelo operador O :

Algoritmo 1 Construção de $\mathbf{B} = O(\mathbf{A})$

1. Faça $\mathbf{B} = \mathbf{A}$;
2. Faça $i=1$ até N ;
- a) Faça $j=1$ até N ;
- i. Se $i=j \wedge a_{ij} = \sigma \wedge \sigma \in \Sigma_{uo}$, faça $b_{ij} = \epsilon$;
- ii. Se $i \neq j \wedge a_{ij} = \sigma \wedge \sigma \in \Sigma_{uo}$, então $b_{ij} = \epsilon$ e para $k=1$ até N , faça:
 - 1) $b_{i,k} = b_{i,k} \oplus b_{j,k}$
 - 2) $b_{k,i} = b_{k,i} \oplus b_{k,j}$
 - 3) $b_{j,k} = \epsilon$
 - 4) $b_{k,j} = \epsilon$;
- b) Faça $\theta(\mathbf{B}) = \theta(\mathbf{A})$ e $\phi(\mathbf{B}) = \phi(\mathbf{A})$.

O mapeamento inverso é definido como:

Definição 4 Define-se o mapeamento inverso O^{-1} , tal que $O^{-1}(\mathbf{A}) = \mathbf{B}$, $\mathbf{B} = [b_{ij}]$,

$$b_{i,j} = \begin{cases} a_{i,j} \oplus \Sigma_{uo}, & \text{se } i = j; \\ a_{i,j}, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

As linhas marcadas de \mathbf{B} são as mesmas de \mathbf{A} .

O seguinte algoritmo constrói a matriz \mathbf{B} gerada da matriz \mathbf{A} pelo operador de mapeamento inverso O^{-1} :

Algoritmo 2 Construção de $\mathbf{B} = O^{-1}(\mathbf{A})$

1. Faça $i=1$ até N ;
- a) Faça $j=1$ até N ;
- i. Se $i=j$ faça $b_{ij} = a_{ij} \oplus \sigma_1 \oplus \dots \oplus \sigma_m$, onde $\sigma_1, \dots, \sigma_m \in \Sigma_{uo}$;
- ii. Se $i \neq j$ faça $b_{ij} = a_{ij}$.
- b) Faça $\theta(\mathbf{B}) = \theta(\mathbf{A})$ e $\phi(\mathbf{B}) = \phi(\mathbf{A})$.

Os operadores O e O^{-1} têm as mesmas funções dos operadores θ e θ^{-1} definidos para linguagens. Isto garante as condições definidas em [7].

Exemplo 2 O autômato visto na Figura 2(a) tem sua matriz de incidência dada por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \epsilon & \alpha & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \beta & \alpha \\ \eta & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \kappa & \epsilon & \alpha & \epsilon \end{bmatrix}$$

Sendo $\Sigma = \{\alpha, \beta, \eta, \kappa\}$ e $\Sigma_{uo} = \{\beta\}$, então

$$O(\mathbf{A}) = \begin{bmatrix} \epsilon & \alpha & \epsilon & \epsilon \\ \eta & \epsilon & \epsilon & \alpha \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \kappa & \alpha & \epsilon & \epsilon \end{bmatrix}, O^{-1}(O(\mathbf{A})) = \begin{bmatrix} \beta & \alpha & \epsilon & \epsilon \\ \eta & \beta & \epsilon & \alpha \\ \epsilon & \epsilon & \beta & \epsilon \\ \kappa & \alpha & \epsilon & \beta \end{bmatrix}$$

que representam os autômatos das Figuras 2(b) e 2(c).

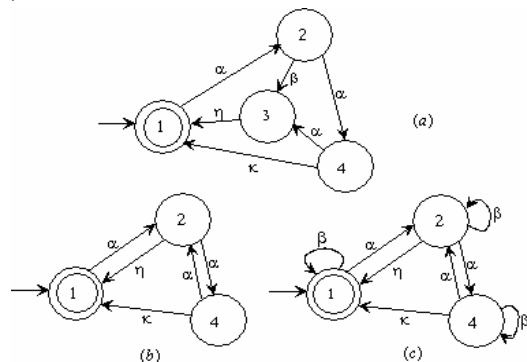
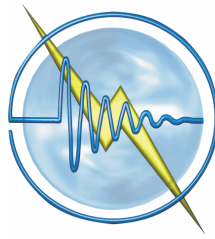


Figura 2: (a) Autômato com eventos não observáveis, (b) Autômato mapeado pelo operador O e (c) Autômato construído pelo mapeamento inverso.

Para sintetizar o supervisor considerando a observação parcial de eventos, utiliza-se das definições da matriz \mathbf{A}_{uc} , \mathbf{E} , \mathbf{S} , \mathbf{B} , definidas em [9,14,15], bem como das transformações



III SEMINÁRIO NACIONAL DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

INDUSTRIAL, ELÉTRICA E DE TELECOMUNICAÇÕES

A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO,
EMPREGABILIDADE E EMPREENDEDORISMO

matriciais para tornar matrizes diferentes em submatrizes. Dessa forma, sempre que se citar uma matriz, estará sendo considerada sua transformação seguindo o procedimento dos trabalhos citados, bem como considerar-se-á que toda matriz \mathbf{A} implica na sua matriz observada e sua transformação $\mathbf{A}^* = O(\mathbf{A})$ e sua transformação em $\mathbf{A}^\#$, de acordo com [9]. Também, os operadores *ACES*, *COACCESS*, *TRIM* e de continência e interseção (\odot) são necessárias aqui.

Comisto, define-se a observabilidade de uma especificação de comportamento \mathbf{E} :

Definição 5 Seja $[\Sigma]$ uma matriz tal que $L([\Sigma]) = \Sigma^*$ e seja $\mathbf{B}, \mathbf{C} \triangleleft [\Sigma]$. Uma matriz de incidência \mathbf{E} é observável se $O(\mathbf{B}) = O(\mathbf{C}) \Rightarrow \text{consis}(\mathbf{B}, \mathbf{C})$, em que $\text{consis}(\mathbf{B}, \mathbf{C})$, é verdadeiro se e só se, $\forall \sigma \in \Sigma$, $\forall \mathbf{D} \triangleleft [\Sigma]$, com $\mathbf{D} = [d_{i,j}]$:

$$d_{i,j} = \begin{cases} \sigma, & \text{para algum par } i, j \\ \epsilon, & \text{para todos os demais elementos,} \end{cases}$$

a condição de observação $\mathbf{B} \oplus \mathbf{D} \triangleleft \mathbf{E} \wedge \mathbf{C} \triangleleft \mathbf{E} \wedge \mathbf{C} \oplus \mathbf{D} \triangleleft \mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C} \oplus \mathbf{D} \triangleleft \mathbf{E}$, é satisfeita.

Exemplo 3 Seja $\Sigma = \{\alpha, \beta, \kappa\}$ e $\Sigma_{uo} = \{\beta\}$, e sejam as matrizes

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \epsilon & \kappa \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \kappa \end{bmatrix}$$

Para

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \epsilon & \epsilon \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \alpha & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \end{bmatrix}$$

tem-se que

$$O(\mathbf{B}) = O(\mathbf{C}) = \begin{bmatrix} \alpha & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \end{bmatrix}$$

Para

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \kappa \end{bmatrix}$$

tem-se

$$\begin{aligned} \mathbf{B} \oplus \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \epsilon & \kappa \end{bmatrix} \triangleleft \mathbf{E} \\ \mathbf{C} &\triangleleft \mathbf{E} \\ \mathbf{C} \oplus \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} \alpha & \epsilon \\ \epsilon & \kappa \end{bmatrix} \triangleleft \mathbf{A} \end{aligned}$$

que juntas implicam em

$$\mathbf{C} \oplus \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \alpha & \epsilon \\ \epsilon & \kappa \end{bmatrix} \triangleleft \mathbf{E}$$

A condição de observação define que quaisquer duas matrizes \mathbf{B} e \mathbf{C} produzem a mesma linguagem quando vistas através do mapeamento.

Uma maneira de testar se \mathbf{E} é observável é definindo os conjuntos de eventos ativos e de eventos não ativos para as linhas da matriz.

Definição 6 Seja \mathbf{E} uma especificação de comportamento para um SED modelado por \mathbf{A} , com $\Sigma = \Sigma_o \cup \Sigma_{uo}$. Define-se o conjunto de eventos ativos em uma linha de \mathbf{E} como sendo o conjunto $Active_{E_{i,j}} = \{\oplus_i \sigma_i \mid \sigma_i \in e_{j,k}, k=1, \dots, n\}$ e o conjunto de evento não ativos em uma linha de \mathbf{E} como sendo o conjunto $Inactive_{E_{i,j}} = \{\oplus_i \sigma_i \mid \sigma_i \in a_{j,k} \wedge \sigma_i \notin e_{j,k}, k=1, \dots, n\}$. Para ambos conjuntos, $\sigma = \epsilon$ é considerado.

Com a definição desses conjuntos, uma matriz de incidência é observável se para todos os pares (i, j) e (l, m) , $i, j, l, m=1, \dots, n$, a seguinte condição for satisfeita:

$$Active_{E_{i,j}} \cap Inactive_{E_{l,m}} = \emptyset = Active_{E_{l,m}} \cap Inactive_{E_{i,j}} \quad (1)$$

Exemplo 4 Considere a matriz \mathbf{A} e a especificação de comportamento \mathbf{E} a seguir:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \epsilon & \lambda & \mu & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \alpha & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \alpha & \beta \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \epsilon & \lambda & \mu & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \alpha & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \beta \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \end{bmatrix}$$

onde $\Sigma_o = \{\alpha, \beta\}$. Para ver se \mathbf{E} é observável, faz-se:

$$(1) Active_{E_{1,1}} = \{\lambda, \mu\}, Inactive_{E_{1,1}} = \emptyset \quad (4)$$

$$(2) Active_{E_{1,2}} = \{\alpha\}, Inactive_{E_{1,2}} = \emptyset \quad (5)$$

$$(3) Active_{E_{1,3}} = \{\beta\}, Inactive_{E_{1,3}} = \{\alpha\} \quad (6)$$

que são os únicos elementos a serem testados. Daí, tem-se

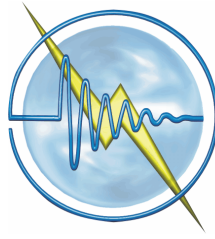
$$\begin{aligned} (1) \cap (5) &= \emptyset = (4) \cap (2), \\ (2) \cap (6) &= \{\alpha\} \neq \emptyset = (5) \cap (3), \\ (3) \cap (4) &= \emptyset = (1) \cap (6). \end{aligned}$$

Como o segundo teste não satisfaz a Equação (1), \mathbf{E} não é observável.

Por outro lado, torna-se necessário definir a condição para uma matriz \mathbf{E} ser dita normal.

Definição 7 Dada uma especificação de comportamento \mathbf{E} para um SED modelado por uma matriz de incidência \mathbf{A} , \mathbf{E} é dita normal se e somente se $ACES(\mathbf{E}) = ACES(\mathbf{A} \odot O^{-1}(O(\mathbf{E})))$.

Então, por esta definição, uma especificação de comportamento \mathbf{E} é normal na situação em que todos os eventos não observáveis que são não controláveis estão contidos na especificação. Deve-se observar que para fazer o teste de observação, é necessário transformar as matrizes \mathbf{E} em $\mathbf{E}^\#$ e $O^{-1}(O(\mathbf{E}))$ em $(O^{-1}(O(\mathbf{E})))^\#$, bem como \mathbf{A} em $\mathbf{A}^\#$. Este problema decorre da mudança na estrutura da matriz $O^{-1}(O(\mathbf{E}))$, que a torna, geralmente, uma não submatriz de \mathbf{A} .



III SEMINÁRIO NACIONAL DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

INDUSTRIAL, ELÉTRICA E DE TELECOMUNICAÇÕES

A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO,
EMPREGABILIDADE E EMPREENDEDORISMO

Exemplo 5 Considere a matriz \mathbf{A} e a especificação de comportamento \mathbf{E} a seguir:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \epsilon & \alpha & \beta \\ \epsilon & \epsilon & \beta \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon \end{bmatrix} \begin{matrix} e \\ e \\ e \end{matrix} \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \epsilon & \epsilon & \beta \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon \end{bmatrix} \begin{matrix} e \\ \epsilon \\ e \end{matrix}$$

onde $\Sigma_o = \{\beta\}$. Para ver se \mathbf{E} é observável, faz-se:

$$(1) \text{Active}_{\mathbf{E}_{1,1}} = \{\beta\}, \text{Inactive}_{\mathbf{E}_{1,1}} = \{\alpha\} \quad (3)$$

$$(2) \text{Active}_{\mathbf{E}_{1,3}} = \emptyset, \text{Inactive}_{\mathbf{E}_{1,3}} = \emptyset \quad (4)$$

que são os únicos elementos a serem testados. Utilizando a equação (1), tem-se

$$(1) \cap (4) = \emptyset = (3) \cap (2)$$

Assim, \mathbf{E} é observável. Transformando \mathbf{A} em $\mathbf{A}^\#$, \mathbf{E} em $\mathbf{E}^\#$ e $O^{-1}(O(\mathbf{E}))$ em $(O^{-1}(O(\mathbf{E})))^\#$, tem-se:

$$\mathbf{A}^\# = \begin{bmatrix} \epsilon & \alpha & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \beta & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \beta & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \alpha & \beta & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \beta & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \alpha & \beta & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \beta & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}^\# = \begin{bmatrix} \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \beta & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \beta & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \end{bmatrix}$$

e

$$(O^{-1}(O(\mathbf{E})))^\# = \begin{bmatrix} \epsilon & \alpha & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \beta & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \beta & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \end{bmatrix}$$

em que, $ACES(\mathbf{A}^\# \oplus (O^{-1}(O(\mathbf{E})))^\#) = ACES(\mathbf{A}^\#) \neq ACES(\mathbf{E}^\#)$. Logo, \mathbf{E} não é normal. Agora, considerando as matrizes

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \epsilon & \beta & \lambda \\ \epsilon & \epsilon & \alpha \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon \end{bmatrix} \begin{matrix} e \\ e \\ e \end{matrix} \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \epsilon & \beta & \lambda \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon \end{bmatrix} \begin{matrix} e \\ e \\ e \end{matrix}$$

encontra-se que \mathbf{E} é observável e normal.

Deve-se observar que toda linguagem normal é também observável. Entretanto, nem toda linguagem observável é normal.

Tendo em vista esse formalismo, o procedimento para a construção do supervisor com observação parcial de eventos, tanto para linguagens observáveis quanto para linguagens normais, é igual ao procedimento onde são considerados apenas os eventos observáveis [14]. Assim, para uma dada \mathbf{E} , a seguinte condição deve ser satisfeita:

Definição 8 Uma especificação de comportamento \mathbf{E} é dita ser válida para a matriz de incidência \mathbf{A} se $\mathbf{E} \neq [\epsilon]$, \mathbf{E} é observável e se $\forall i, j, \sigma \subset e_{i,j}, \sigma \in \Sigma$, onde $[\epsilon]$ é a matriz nula onde todos os seus elementos são ϵ .

Dada a condição de validade de uma especificação de comportamento \mathbf{E} o procedimento de síntese do supervisor segue os mesmos passos do algoritmo de [9,14,15]

EXEMPLO

Exemplo 8 Considere no autômato da Figura 3(a), $\Sigma = \{\alpha, \beta, \kappa, \eta\}$, $\Sigma_{uo} = \{\beta\}$ e $\Sigma_{uc} = \{\kappa\}$. As matrizes de incidência do autômato e da especificação de comportamento (Figura 3(b)) são:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \epsilon & \alpha & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \beta & \alpha & \eta & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \eta & \kappa \\ \kappa & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \beta & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \end{bmatrix} \begin{matrix} e \\ \epsilon \\ \epsilon \\ \epsilon \\ \epsilon \end{matrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \epsilon & \alpha & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \beta & \alpha & \eta & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \eta & \epsilon \\ \kappa & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \end{bmatrix} \begin{matrix} e \\ \epsilon \\ \epsilon \\ \epsilon \\ \epsilon \end{matrix}$$

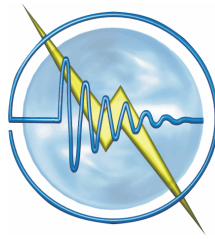
Mapeando a matriz \mathbf{A} , encontra-se:

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} \epsilon & \alpha & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \alpha & \eta & \epsilon \\ \kappa & \epsilon & \epsilon & \eta & \epsilon \\ \kappa & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \end{bmatrix} \begin{matrix} e \\ \epsilon \\ \epsilon \\ \epsilon \\ \epsilon \end{matrix}$$

cujo autômato é visto na Figura 3(c). A condição de controlabilidade dá $ACES(\mathbf{E} \oplus \mathbf{A}'_{uc}) \supset \mathbf{E}'$. Assim, calcula-se

$$\mathbf{B}_{uc}^2 = \begin{bmatrix} \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \alpha\kappa + \eta\kappa & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \eta\kappa & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \end{bmatrix} \begin{matrix} e \\ \epsilon \\ \epsilon \\ \epsilon \\ \epsilon \end{matrix}$$

em que o elemento 2,1 é $\alpha\kappa$ e contém o elemento não controlável κ que não pertence à \mathbf{E} . Assim, inibindo α no termo $e_{2,3}$, encontra-se o supervisor visto na Figura 3(d), dado por



III SEMINÁRIO NACIONAL DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

INDUSTRIAL, ELÉTRICA E DE TELECOMUNICAÇÕES

A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO,
EMPREGABILIDADE E EMPREENDEDORISMO

$$S = \begin{bmatrix} \epsilon & \alpha & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \beta & \epsilon & \eta \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \kappa & \epsilon & \epsilon & \epsilon \end{bmatrix} \begin{matrix} e \\ \epsilon \\ \epsilon \\ \epsilon \end{matrix}$$

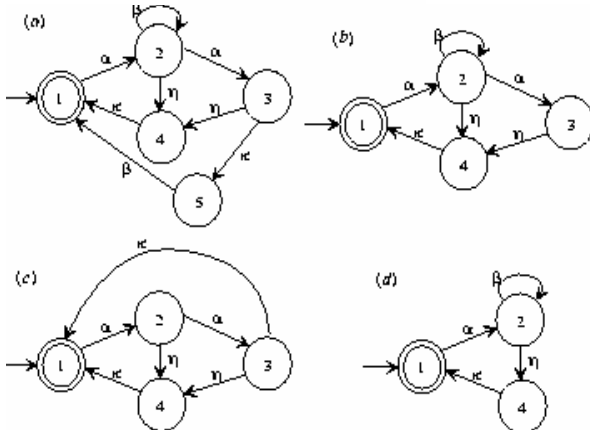


Figura 3: (a) Autômato, (b) Especificação, (c) Autômato mapeado pelo operador O e (d) supervisor.

CONCLUSÃO

Esse artigo mostra que é possível usar a abordagem da álgebra de dióides e das matrizes de incidência de Costa [9] para solucionar o problema de controle supervisorio com observação parcial de eventos, como em Costa [14]. Os procedimentos de observabilidade para matrizes, bem como de avaliação de normalidade é introduzido. Tais procedimentos, geralmente exigem a utilização da transformação das matrizes A e E tal que as condições de submatrizes sejam satisfeitas, bem como a transformação de $O^{-1}(O(E))$ em $(O^{-1}(O(E)))^\#$, para se poder aplicar o operador de interseção. O supervisor sintetizado satisfaz as condições de [6]. Nessa abordagem o SED deve apresentar um número finito de estados.

O operador O mapeia a matriz de incidência em uma matriz sem os eventos não observáveis, realizando a mesma operação do operador de projeção θ para linguagens, e seu inverso (O^{-1}) realiza o operador θ^{-1} . A ordem de complexidade para este caso é $O(N^4)$, sendo N a dimensão das matrizes envolvidas. Isto implica que o procedimento apresenta a mesma ordem de complexidade do algoritmo da construção da suprema sublinguagem controlável clássico para SEDs com observação total de eventos. Ainda para este caso, mesmo que E seja uma submatriz de A , nem sempre essa ordem de complexidade é $O(N^2)$, como no caso com observação total, devido aos procedimentos de teste de observabilidade e normalidade.

O formalismo proposto é aplicado a um exemplo, o qual mostra que as condições aqui formuladas determinam uma fundamentação para a construção de um supervisor S para um SED com observação parcial de eventos.

REFERÊNCIAS

- [1] P.J.G. Ramadge and W.M. Wonham, (1982) Supervision of Discrete Event Processes, *Proceedings of 21st Conference on Decision and Control*, pp. 1228-1229.
- [2] J.E. Hopcroft and J.D. Ullman, (1979) Introduction to Automata Theory, Languages and Computation, Addison-Wesley, USA.
- [3] P.J.G. Ramadge and W.M. Wonham, (1989) The Control of Discrete Event Systems, *Proceedings of the IEEE*, 77, (1) pp. 81-98.
- [4] P.J.G. Ramadge and W.M. Wonham, (1987) On the Supremal Controllable Sublanguage of a Given Language, *SIAM Journal of Control and Optimization*, 25, (3) 637-659.
- [5] R. Cieslak and C. Desclaux and A.S. Fawaz and P. Varaiya, (1988) Supervisory Control of Discrete-Event Processes with Partial Observations, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 33, (3) 249-260.
- [6] F. Lin and W.M. Wonham, (1988) On Observability of Discrete Event Systems, *Information Sciences*, 173-198.
- [7] C. Cao and F. Lin and Z.H. Lin, (1997) Why Event Observation: Observability Revisited, *Discrete Dynamic Systems. Theory and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Boston, (7) 128-149.
- [8] C.M. Özveren and A.S. Willsky, (1990) Observability of Discrete Event Systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35, (7) 797-806.
- [9] E. M. M. Costa, (2001) Síntese de Supervisores de Sistemas a Eventos Discretos Temporizados e Não Temporizados, *Tese de Doutorado*. Universidade Federal da Paraíba - UFPB - Campus II, Campina Grande, Paraíba, Brasil.
- [10] A. Gill, (1962) Introduction to the Theory of Finite-State Machines, *McGraw-Hill Electronic Sciences Series*, McGRAW-HILL Book Company.
- [11] F. Baccelli and G. Cohen and G.J. Olsder and J.P. Quadrat, (1992) Synchronisation and Linearity. An Algebra for Discrete Event Systems, John Wiley Sons.
- [12] S. Gaubert, (1992) Théorie des Systèmes Linéaires dans les Dioïdes, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- [13] J.A. Beachy, (1996) Abstract Algebra II, Waveland Press, Inc.
- [14] E.M.M. Costa, (2002) Síntese de Supervisores de Sistemas a Eventos Discretos com Observação Parcial de Eventos Utilizando Dióides e Matrizes de Incidência, *Anais do Congresso Brasileiro de Automática - CBA2002*.
- [15] E.M.M. Costa and A.M.N. Lima, (2004) Synthesis of Supervisors for Time-Varying Discrete Event Systems. *Revista Brasileira de Controle & Automação (SBA)*, São Paulo, 15, (4) 367-387.