

**V SEMINÁRIO NACIONAL DE
CONTROLE E AUTOMAÇÃO**
INDUSTRIAL, ELÉTRICA E DE TELECOMUNICAÇÕES

Promoção:



Síntese De Supervisores De Sistemas A Eventos Discretos Temporizados Através Dos Dióides

Eduard Montgomery Meira Costa*

*Faculdade ÁREA1
Av. Santiago de Compostela, 216 – Iguatemi, Salvador – BA
emontyc@yahoo.com.br

GRUPO: ☐ A ☒ B ☐ C ☐ D ☐ E

TEMA: Controle e Automação de Processos

PALAVRAS CHAVE: Sistemas a Eventos Discretos, Controle Supervisório, Autômatos, Matrizes de Incidência, Eventos Prospectivos

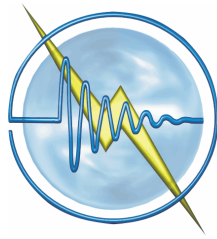
RESUMO - A álgebra de dióides é uma importante estrutura algébrica que pode ser utilizada na formalização de controle de Sistemas a Eventos Discretos temporizados e não temporizados. Esse trabalho emprega essa estrutura para sintetizar supervisores para sistemas a eventos discretos temporizados em que os tempos de vida dos eventos são definidos na mesma estrutura da abordagem de Brandin e Wonham, isso é, com intervalos de tempo definidos com limites inferiores e superiores. Dessa forma, o conjunto de eventos forçados é também definido. Nessa abordagem, o algoritmo proposto utiliza um formalismo similar como o apresentado pelas matrizes de incidência de Costa. Os resultados de seu uso garantem a construção do supervisor para sistemas a eventos discretos temporizados descritos por Brandin e Wonham. O algoritmo proposto apresenta a mesma complexidade computacional global da abordagem dos autômatos $(\max,+)$. Os grafos de transição de atividades são estendidos para serem tratados com a álgebra $(\min,\max,+)$. Exemplos são apresentados, onde a eficácia do algoritmo proposto é provada.

ABSTRACT – Dioid algebra is a algebraic structure important that can be used in timed and untimed Discrete Event Systems control formulating. This paper employs this structure to synthesize supervisors for timed discrete event systems where the event lifetimes are defined in the same structure of the approach of Brandin e Wonham, that is, with time intervals defined with superior and inferior bounds. In this way, the set of forced events is defined too. In this approach, the proposed algorithm use a similar formalism as presented by incidence matrices of Costa. The results of its use allows construct the supervisor for timed discrete event systems described by Brandin and Wonham. The proposed algorithm presents the same global computational complexity of the approaching of the $(\max,+)$ automata. The activities transition graphs are extended to be formalized with $(\min,\max,+)$ algebra. Examples are presented, where the proposed algorithm efficacy is proved.

INTRODUÇÃO

Os Sistemas a Eventos Discretos (SEDs) [1] são sistemas que apresentam uma evolução dinâmica descrita pela ocorrência de eventos que alteram o estado do sistema. Estes sistemas se apresentam em aplicações do cotidiano como sistemas de manufatura e supervisão de tráfego aéreo e ferroviário. Seu estudo requer uma representação adequada que permita projetar um agente de controle automático, denominado de supervisor. Sua análise e projeto iniciam pelo estudo do comportamento lógico, onde o formalismo para seu tratamento (a Teoria de Controle Supervisório [2]) soluciona o problema de controle, mas que não é aplicada a problemas em que o tempo é uma variável importante. Nestes casos, é necessário representar os tempos associados aos eventos para que a solução do problema de controle seja factível mesmo sob restrições temporais. Além disso, esses tempos associados aos eventos podem variar durante a operação do sistema necessitando modificar a estratégia de controle para preservar o comportamento definido e não permitir a degradação do desempenho. Assim, a inclusão de uma representação temporal explícita nos modelos de SEDs abre a possibilidade de projetar supervisores adaptáveis à mudanças do sistema e de determinar o melhor desempenho na realização das tarefas especificadas.

Dentre as várias alternativas de representação do tempo nos SEDs, há a abordagem de [3], que é definida pela inclusão de um evento denominado 'tick', sincronizado a um relógio global. Neste caso, considera-se o problema do crescimento no número de estados devido a inclusão desse evento. Também, as composições síncronas entre os autômatos nesta abordagem são geradas utilizando os grafos de transições de



III SEMINÁRIO NACIONAL DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

INDUSTRIAL, ELÉTRICA E DE TELECOMUNICAÇÕES

A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO,
EMPREGABILIDADE E EMPREENDEDORISMO

atividades (GTAs) [4] e a síntese do supervisor é definida sobre os grafos de transições temporizadas (GTTs) [5]. Uma outra alternativa que não utiliza o evento 'tick', com a inclusão do tempo no modelo é tratada em [6], em que o sistema é representado por um grafo de eventos temporizados e requer o uso da álgebra de dióides [7] que tem sido muito utilizada no estudo dos SEDs [8, 9]. Esta álgebra é usada na avaliação de desempenho de SEDs [10] pelas séries formais [11, 12], que permitem descrever a linguagem reconhecida do SED temporizado, sendo seu modelo um autômato $(\max, +)$ [10]. Devido à sua versatilidade, também é utilizada para determinar caminhos em SEDs, pela matriz de incidência do grafo do sistema [13]. Em geral, no controle de SEDs temporizados pelos dióides [14, 15], a especificação de comportamento é definida por um vetor de funções de atrasos, definindo um supervisor que avalia a saída do sistema e inibe temporariamente certos eventos, definindo os tempos mínimos de suas ocorrências [6, 16].

Por outro lado, quando se utilizam autômatos $(\max, +)$, todos os tempos associados aos eventos (tempos de vida) são tratados como tempos mínimos para suas habilitações. Assim a síntese de supervisores é formalizada por operações matriciais baseadas nos dióides sobre as matrizes de incidência do autômato do sistema [17, 18], se apresentando como um importante paradigma para o estudo desses sistemas. Entretanto, esta formalização se aplica ao caso em que todos os eventos são definidos como remotos, sendo necessário estendê-la ao caso mais amplo, como definido em [3]. Nesse artigo é apresentada esta extensão, em que alguns conceitos são necessários para compreender a formulação da síntese do supervisor, em que alguns exemplos são apresentados.

CONCEITOS

Álgebra de Dióides

Definição 1 Um Dióide é um conjunto D dotado das operações \oplus (adição) e \otimes (multiplicação), que é idempotente. O elemento nulo é ϵ e o elemento identidade é e .

Um dióide é dito ser comutativo se \otimes é comutativo. Quando se considera que $D = R_{\max} = R \cup \{-\infty\}$, o elemento nulo é definido como $\epsilon = -\infty$ e o elemento identidade é $e = 0$. O operador \oplus é a operação usual \max , e o operador \otimes é a soma usual. Nesse caso, D é um dióide comutativo e a álgebra de dióide é conhecida como álgebra $(\max, +)$. Quando se considera que $D = R_{\min} = R \cup \{+\infty\}$, o elemento nulo é definido como $\epsilon = +\infty$

e o elemento identidade é $e=0$. O operador \oplus é a operação usual \min , e o operador \otimes é a soma usual. Nesse caso, D também é um dióide comutativo e a álgebra de dióide é conhecida como álgebra $(\min, +)$.

Grafos de Transição de Atividades

Um GTA é um autômato temporizado em que seus eventos têm associados intervalos de tempo que determinam o menor tempo para o evento se tornar habilitado e o máximo tempo em que ele pode ocorrer.

Definição 2 Um GTA é um autômato finito $G_{act} = (\Sigma, A, \delta, a_0, A_m)$, em que Σ é um conjunto finito de eventos; A é um conjunto de atividades (que designam os estados); $\delta: \Sigma \times A \rightarrow A$ é uma função de transição de atividades parcial; a_0 é a atividade inicial e A_m é o conjunto de atividades finais (estados marcados). A cada evento $\sigma \in \Sigma$ é associado um intervalo de tempo $[l, u]$, em que $l \in \mathbb{N}$ designa o limite inferior para a habilitação do evento σ e $u \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$ denota o limite superior para a ocorrência do evento.

A representação gráfica de um GTA é similar a um autômato. Entretanto, sua dinâmica tem a mesma formalização do autômato $(\max, +)$ [10] para os limites inferiores (tempo mínimo para habilitação do evento) e o limite superior do intervalo de tempo determina o máximo tempo em que o evento está habilitado, e neste tempo, o evento deve ocorrer. Exemplo da execução deste autômato pode se visto em [3].

Matrizes de Incidência para GTAs

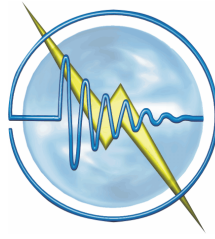
Devido à estrutura do autômato $(\max, +)$, não é possível incluir limites superiores de tempo finitos em sua temporização. Dessa forma, para este limite superior ser definido é necessário estruturar a formalização de controle para os SEDs temporizados sobre um GTA com uma extensão na definição dos atrasos iniciais e finais, aplicando a este, um formalismo baseado na álgebra de dióides, especificamente a álgebra min-max [19].

Definição 3 A um dióide D definido sobre a álgebra min-max, isto é D dotado das operações $(\min, \max, +)$, definem-se os elementos $\epsilon = -\infty$ e $\epsilon = +\infty$.

Com esta definição, tem-se:

Definição 4 A um GTA, define-se a matriz de incidência por

$$At = [at_{i,j}]; at_{i,j} = \begin{cases} [l, u] \sigma & \text{se } \exists \sigma \text{ do estado } i \text{ para } j; \\ - & \text{caso contrário,} \end{cases}$$



III SEMINÁRIO NACIONAL DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

INDUSTRIAL, ELÉTRICA E DE TELECOMUNICAÇÕES

A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO,
EMPREGABILIDADE E EMPREENDEDORISMO

onde $[l, u]$ é o intervalo de tempo associado ao evento que leva o autômato do estado i para o estado j . Se existe mais de um evento definido do estado i para o estado j ,

$$at_{i,j} = \bigoplus_k [l_{\sigma^k}, u_{\sigma^k}] \sigma^k$$

e o símbolo $-$ denota o intervalo $[\epsilon, \bar{\epsilon}]$. O vetor de estado inicial é definido por

$$\theta(\mathbf{At}) = [t_{i_l}, t_{i_u}] - \dots -] ,$$

com t_{i_l} representando o limite inferior do atraso inicial e t_{i_u} , o limite superior. O vetor de estados marcados é definido por

$$\phi(\mathbf{At}) = [t_{m_{1l}}, t_{m_{1u}}] [t_{m_{2l}}, t_{m_{2u}}] \dots [t_{m_{nl}}, t_{m_{nu}}]]^T ,$$

com $t_{m_{il}}$ representando os limites inferiores dos atrasos finais e $t_{m_{iu}}$, os limites superiores. Se um estado k' não é marcado, $t_{m_{k'}} = -$.

Nesta definição, observa-se que a matriz de incidência é estendida para comportar limites superiores finitos de tempo, em que eventos podem ocorrer (eventos prospectivos). O símbolo $-$ representa um intervalo de $-\infty$ a $+\infty$, o que implica na não existência de um evento ligando dois estados, de forma que é possível descrever a dinâmica do GTA por meio desta álgebra. Desse modo, os limites inferiores utilizam a álgebra $(\max, +)$ (similar aos autômatos $(\max, +)$), enquanto que os limites superiores são descritos utilizando a álgebra $(\min, +)$ [20]. Esse formalismo baseado na álgebra min-max permite descrever diretamente a semântica do GTA. Deve-se observar que neste formalismo, os GTAs são estendidos para incluir atrasos iniciais e finais através de intervalos.

Exemplo 1 O GTA apresentado na Figura 1 tem sua representação matricial definida por

$$\mathbf{At} = \begin{bmatrix} - & [2, \bar{\epsilon}] \alpha \\ [2, 4] \beta & [\epsilon, 2] \alpha + [1, 2] \kappa \end{bmatrix}$$

$$\theta(\mathbf{At}) = [3, \bar{\epsilon}] -$$

$$\phi(\mathbf{At}) = [- [4, 5]] .$$

Observe que no autômato, o evento que leva do estado 1 para o estado 2, não há um intervalo, o que representa apenas o limite inferior ($u = +\infty$), sendo um evento remoto. Idem, no atraso inicial, o que representa que o autômato pode iniciar sua execução a partir do instante de tempo 3. No caso do estado marcado 2, o limite superior referencia-se a que, se nenhum evento ocorre até o instante de tempo 5 (contado ao atingir este estado), necessariamente o estado é reconhecido. Os demais, são entendidos de forma igual ao GTA.

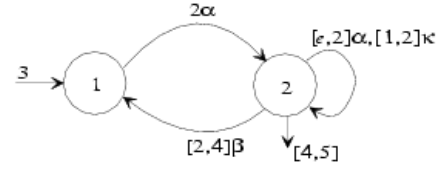


Figura 1: Exemplo de um GTA.

No caso dos GTAs, a formulação da linguagem apresenta uma complexidade a mais, devido à inclusão do limite superior de tempo, não sendo objeto do presente trabalho. Para um melhor entendimento da dinâmica dos GTAs, consultar [3]. Também, para o caso da composição síncrona, a formulação é similar à dos autômatos $(\max, +)$, considerando que os limites inferiores de tempo são calculados utilizando a álgebra $(\max, +)$ e os limites superiores pela álgebra $(\min, +)$. As definições aplicadas às matrizes de incidência dos autômatos $(\max, +)$, como linguagens, acessibilidade, coacessibilidade, equivalência de matrizes e composição síncrona, apresentam grande similaridade para o caso dos GTAs, podendo ser consultado o trabalho [17] para sua compreensão.

Formulação do Problema de Controle

Para tratar o problema de controle de SEDs temporizados considerando os eventos prospectivos (com limites superiores de tempo de ocorrência), definem-se: o conjunto de eventos forçáveis $\Sigma_f \subseteq \Sigma_c$, o conjunto de eventos prospectivos $\Sigma_p \subseteq \Sigma_{uc}$ e o conjunto de eventos remotos $\Sigma_r \subseteq \Sigma_c$, com $\Sigma = \Sigma_c \cup \Sigma_{uc}$. Assim, para o tratamento apresentado em [18], define-se a matriz de incidência \mathbf{At}_c referente à parte controlável do GTA que modela o SED.

Definição 5 Dado um alfabeto Σ , e considerando $\Sigma = \Sigma_c \cup \Sigma_{uc}$, define-se a matriz de incidência dos eventos controláveis \mathbf{At}_c por

$$\mathbf{At}_c = [(at_c)_{i,j}] ; (at_c)_{i,j} = \begin{cases} l_{\sigma} \sigma^k & \text{se } \exists \sigma^k \text{ de } i \text{ para } j ; \\ - & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

onde l_{σ} é o tempo mínimo que o autômato leva para ir do estado i para o estado j . Se existe mais de um evento definido do estado i para o estado j ,

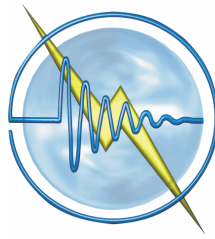
$$(at_c)_{i,j} = \bigoplus_k l_{\sigma^k} \sigma^k .$$

O vetor de estado inicial e o vetor de estados marcados são os mesmos de \mathbf{At} .

Deve-se ver que os eventos forçáveis são eventos controláveis, de forma que se podem impor limites superiores de tempo aos mesmo. Isto será explorado adiante.

Síntese do Supervisor

O algoritmo da *SupC(L)* [21], provê um procedimento para construir um supervisor para



III SEMINÁRIO NACIONAL DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

INDUSTRIAL, ELÉTRICA E DE TELECOMUNICAÇÕES

A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO,
EMPREGABILIDADE E EMPREENDEDORISMO

SEDs. Dadas as linguagens do SED e do comportamento requerido, o algoritmo elimina arcos controláveis que conduzem a estados onde eventos não controláveis não pertencentes a execução do sistema supervisionado ocorrem. Esse procedimento é similar à síntese do supervisor para SEDs temporizados apresentada em [3]. Com a inclusão dos eventos forçáveis se garantem condições para impedir a execução de eventos não controláveis (que podem ser prospectivos) antes que atinja seu tempo mínimo de ocorrência. O procedimento usado é feito usando operações matriciais e o comportamento desejado, bem como o supervisor, seguem a mesma formalização de [18], aplicado ao caso dos GTAs (Definição 4), também exigindo a transformação das matrizes \mathbf{Et} e \mathbf{At} em matrizes $\mathbf{Et}^\#$ e $\mathbf{At}^\#$, quando \mathbf{Et} não é submatriz de \mathbf{At} , de forma que $\mathbf{Et}^\#$ se apresente como uma submatriz de $\mathbf{At}^\#$, tal que $L(\mathbf{At}^\#) = L(\mathbf{At})$ e $L(\mathbf{Et}^\#) = L(\mathbf{Et})$.

As definições dos operadores $ACES$, $COACES$, $TRIM$ e de continência (\triangleright , \triangleleft , \trianglelefteq , \trianglerighteq) são as mesmas de [18].

Para este trabalho, define-se uma matriz nula como sendo a matriz $[-]$, onde todos os elementos são $[\epsilon, \bar{\epsilon}]$. Também, adiante, sempre que se utilizar \oplus entre duas matrizes de incidência na síntese do supervisor, considera-se como sendo o uso de duas operações dos dióides, denotadas por \oplus_{\max} para trabalhar com os limites inferiores l dos intervalos de tempo das matrizes e \oplus_{\min} para os limites superiores u . Essas notações para estes operadores (\oplus_{\max} e \oplus_{\min}) são para diferenciar as operações nas matrizes. Dessa forma, quando for utilizado o operador \oplus entre duas matrizes \mathbf{At} e \mathbf{Et} , deve-se considerar que há uma partição onde o operador \oplus_{\max} é usado entre as partes definidas sobre l e \oplus_{\min} entre as partes definidas sobre u . Isto é, $\mathbf{C} = \mathbf{At} \oplus \mathbf{Et} = [c_{i,j}]$,

$$c_{i,j} = \begin{cases} (l_{\sigma \subseteq at_{i,j}} \oplus_{\max} l_{\sigma \subseteq et_{i,j}}) \sigma & \text{se } \exists \sigma \in \Sigma_c \text{ de } i \text{ para } j; \\ [l_{\sigma \subseteq at_{i,j}}, u_{\sigma \subseteq at_{i,j}}] \sigma & \text{se } \exists \sigma \in \Sigma_{uc} \text{ de } i \text{ para } j; \\ [l_{\sigma \subseteq at_{i,j}} \oplus_{\max} l_{\sigma \subseteq et_{i,j}}, u_{\sigma \subseteq et_{i,j}}] \sigma & \text{se } \exists \sigma \in \Sigma_f \text{ de } i \text{ para } j; \\ - & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (1)$$

Os elementos da matriz \mathbf{C} definem condições para cada tipo de evento tratado. Isto é, para eventos controláveis pode-se impor atrasos; para eventos não controláveis não há possibilidades de atrasar nem forçar sua ocorrência e para eventos forçáveis, tanto se pode atrasar como forçar sua ocorrência. Assim, a condição de controlabilidade é similar à [18], como a seguir:

Definição 5 Dada uma especificação de comportamento $\mathbf{Et} \neq [-]$, com $ACES(\mathbf{Et}) = \mathbf{Et}$, e a

matriz de incidência \mathbf{At} que representa o GTA, a condição de controlabilidade para \mathbf{Et} é definida por $ACES(\mathbf{Et} \oplus \mathbf{At}_{uc}) = \mathbf{Et}$.

Esta condição é naturalmente satisfeita, desde que nesta abordagem é garantida que a matriz \mathbf{Et} é sempre submatriz de \mathbf{At} . Logo, as condições para a construção do supervisor são similares a [18], com as operações matriciais de \oplus como em (1). Isto é:

Lema 1 Um supervisor \mathbf{St} para uma matriz de incidência \mathbf{At} é definido pela especificação de comportamento \mathbf{Et} se e só se $ACES(\mathbf{Et} \oplus \mathbf{At}_{uc}) = \mathbf{Et}$.

Corolário 1 Dada uma especificação de comportamento \mathbf{Et} e uma matriz de incidência \mathbf{At} que é o modelo de um SED, $\mathbf{St} = TRIM(\mathbf{Et})$ se e só se $ACES(\mathbf{Et} \oplus \mathbf{At}_{uc}) = \mathbf{Et}$.

E para os casos em que $ACES(\mathbf{Et} \oplus \mathbf{At}_{uc}) \triangleright \mathbf{Et}$, é necessário avaliar a existência de eventos forçáveis para definir suas ocorrências antes dos eventos que não satisfazem a condição de controlabilidade. Isto é feito pelo seguinte:

Teorema 1 Dada uma especificação de comportamento \mathbf{Et} e a matriz de incidência dos eventos não controláveis \mathbf{At}_{uc} , do autômato $A_{(\max,+)}$ trim, se

$$ACES(\mathbf{Et} \oplus \mathbf{At}_{uc}) \triangleright \mathbf{Et} \quad (2)$$

e se para cada elemento $et_{i,j}$ que não satisfaz (2) existe um elemento $\sigma \subseteq et_{k,j}$, $k \neq i \mid \sigma \in \Sigma_f$, então a $SupC(L)$ pode ser construída fazendo

$$u_{\sigma \subseteq et_{k,j}} < l_{\sigma \subseteq at_{k,j}} \quad (3)$$

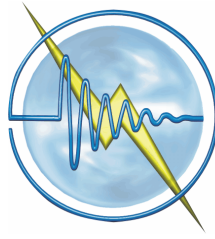
Demonstração: Sejam as matrizes \mathbf{At} e \mathbf{Et} , tais que $ACES(\mathbf{Et} \oplus \mathbf{At}_{uc}) \triangleright \mathbf{Et}$ para algum elemento $et_{i,j} = -$. Se neste elemento $\exists \sigma \subseteq at_{i,j}$, com $[l_{\sigma \subseteq at_{i,j}}, u_{\sigma \subseteq at_{i,j}}]$, e sendo $\sigma' \subseteq et_{k,j}$, $\sigma' \in \Sigma_f \mid u_{\sigma' \subseteq et_{k,j}} > u_{\sigma' \subseteq at_{k,j}}$ então a finalização do temporizador de $\sigma \subseteq at_{k,j}$ necessariamente impõe sua ocorrência (ver [3]) impedindo o evento σ' . Fazendo $u_{\sigma' \subseteq et_{k,j}} < l_{\sigma \subseteq at_{k,j}}$, isto é, definindo o intervalo de tempo de vida de $\sigma \subseteq et_{k,j}$ como $[l_{\sigma' \subseteq et_{k,j}}, l_{\sigma \subseteq at_{k,j}}]$, necessariamente sua ocorrência tem de acontecer antes de $\sigma \subseteq at_{k,j}$, tornando o elemento de $at_{i,j} = -$. ♦

Mas se um supervisor não for ainda construído pelo Teorema 1, usa-se a matriz de caminhos não temporizada de [22] para construí-lo:

Teorema 2 Dada uma especificação de comportamento \mathbf{Et} e a matriz de incidência dos eventos não controláveis \mathbf{At}_{uc} , do autômato $A_{(\max,+)}$ trim, se $ACES(\mathbf{Et} \oplus \mathbf{At}_{uc}) \triangleright \mathbf{Et}$ então a $SupC(L)$ será determinada recursivamente por:

1. Para $n = 1$, $\mathbf{St}^1 = \mathbf{Et}$.

2. Para $n = n+1$, enquanto $(n < N) \wedge \exists \sigma_{uc} \notin \mathbf{Et}$ então



III SEMINÁRIO NACIONAL DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

INDUSTRIAL, ELÉTRICA E DE TELECOMUNICAÇÕES

A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO,
EMPREGABILIDADE E EMPREENDEDORISMO

$$\mathbf{B}_{uc}^n = \mathbf{E} \otimes (\mathbf{A}_{uc})^{n-1}$$

$$\mathbf{St}^n = [\mathbf{st}_{ij}^n],$$

$$\mathbf{st}_{ij}^n = \begin{cases} \mathbf{st}_{ij}^{n-1} & \text{se } \sigma_{uc}^1 \sigma_{uc}^2 \dots \sigma_{uc}^n \in \mathbf{B}_{uc}^n \wedge \sigma_{uc}^n \in \mathbf{Et}; \\ - & \text{se } \sigma_{uc}^n \notin \mathbf{Et} \wedge \sigma^1 \in \Sigma_c \end{cases}$$

$$\mathbf{St}^n = \text{TRIM}(\mathbf{St}^n)$$

em que σ_{uc}^n é o n -ésimo evento da sequência de um termo de \mathbf{B}_{uc}^n , que pode ser $\sigma_{uc} \notin \mathbf{Et}$.

3. Se $(n > N \wedge \exists \sigma_{uc} \notin \mathbf{Et} \text{ em } \mathbf{St}^n)$, então $\mathbf{St} = [-]$.

Deve-se observar que a utilização da matriz de caminhos não temporizada \mathbf{B}_{uc}^n para a avaliação dos caminhos que levam a estados proibidos, não gera problemas na construção do supervisor.

Exemplos

Exemplo 2 Considere o Exemplo de [3] do pedestre e do ônibus, cujo autômato é visto na Figura 2(a) que tem representação matricial

$$\mathbf{At} = \begin{bmatrix} - & [2,2]p & 1j & - \\ - & - & - & 1j \\ - & - & - & [2,2]p \\ - & - & - & - \end{bmatrix}, \quad \theta(\mathbf{At}) = \begin{bmatrix} e & - & - & - \\ - & - & - & e \end{bmatrix}$$

Para a especificação vista na Figura 2(b), tem-se

$$\mathbf{Et} = \begin{bmatrix} - & ej & - \\ - & - & ep \\ - & - & - \end{bmatrix}, \quad \theta(\mathbf{Et}) = \begin{bmatrix} e & - & - \\ - & - & e \end{bmatrix}$$

Utilizando o procedimento de transformação de matrizes para que \mathbf{Et} se torne submatriz de \mathbf{At} , encontra-se

$$\mathbf{At}^\# = \begin{bmatrix} - & A1 & - & A2 \\ - & - & A2 & A1 \\ - & - & - & \mathbf{At} \\ - & - & - & \mathbf{At} \end{bmatrix}, \quad \theta(\mathbf{At}) = \begin{bmatrix} e & - & \dots & - \end{bmatrix}$$

16 elementos

$$\phi(\mathbf{At}) = \begin{bmatrix} - & \dots & - & e & - & e & e & - \end{bmatrix}^T$$

16 elementos

em que

$$A1 = \begin{bmatrix} - & - & 1j & - \\ - & - & - & 1j \\ - & - & - & - \\ - & - & - & - \end{bmatrix}, \quad A2 = \begin{bmatrix} - & [2,2]p & - & - \\ - & - & - & - \\ - & - & - & [2,2]p \\ - & - & - & - \end{bmatrix}$$

Pelo procedimento de síntese, encontra-se que $\text{ACES}(\mathbf{Et} \oplus \mathbf{At}_{uc}) \triangleright \mathbf{Et}$. Logo, pelo Teorema 1, encontra-se $st_{1,7} = [1,2]j$ com $st_{7,12} = [2,2]p$ e os demais elementos são $-$, visto na Figura 2(c).

Exemplo 3 O autômato da Figura 3(a), tem $\Sigma_c = \Sigma_f = \{\alpha\}$ e $\Sigma_{uc} = \{\beta, \kappa\}$ e sua representação matricial é

$$\mathbf{At} = \begin{bmatrix} - & 1\alpha & - & 2\kappa \\ - & - & [2,2]\beta & - \\ 2\alpha & - & [3,5]\beta & [1,6]\kappa \\ - & - & e\alpha & - \end{bmatrix}, \quad \theta(\mathbf{At}) = \begin{bmatrix} e & - & - & - \\ - & - & - & 2 \\ 2 & - & - & 3 \end{bmatrix}$$

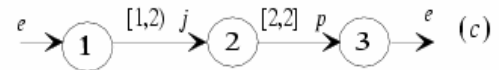
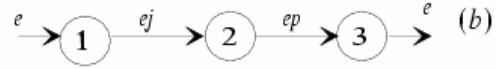
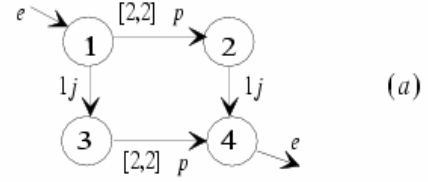


Figura 2: (a) Sistema do pedestre e ônibus; (b) comportamento desejado e (c) supervisor.

Sendo a especificação de comportamento para este autômato (vista na Figura 3(b))

$$\mathbf{Et} = \begin{bmatrix} - & 1\alpha & - & 2\kappa \\ - & - & [2,2]\beta & - \\ 2\alpha & - & - & - \\ - & - & 2\alpha & - \end{bmatrix}, \quad \theta(\mathbf{Et}) = \begin{bmatrix} e & - & - & - \\ - & - & - & 4 \end{bmatrix}$$

então, usando o procedimento apresentado, tem-se que $\text{ACES}(\mathbf{Et} \oplus \mathbf{At}_{uc}) \triangleright \mathbf{Et}$. Dessa forma, pelo Teorema 1, encontra-se para \mathbf{St} o elemento $st_{3,1} = [2,3]\alpha$ que inibe a execução de β no estado 3. Entretanto, κ que leva do estado 3 para o estado 4, o qual não pertence à especificação não pode ser inibido, mantendo a não satisfação da condição de controlabilidade para $\mathbf{Et}' = \mathbf{St}$.

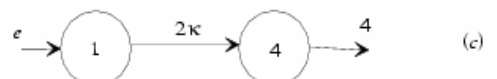
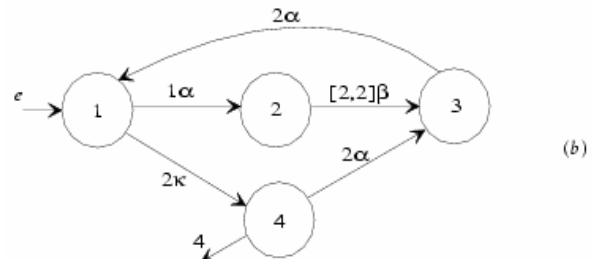
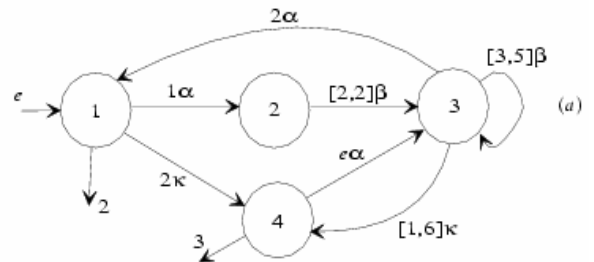
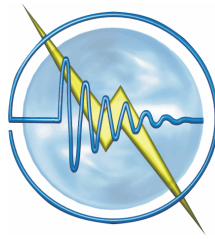


Figura 3: (a) Autômato, (b) especificação de comportamento e (c) supervisor.



III SEMINÁRIO NACIONAL DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

INDUSTRIAL, ELÉTRICA E DE TELECOMUNICAÇÕES

A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO,
EMPREGABILIDADE E EMPREENDEDORISMO

Assim, utiliza-se o Teorema 2 para solucionar o problema de controle, em que o supervisor (visto na Figura 3(c)) é dado por

$$St = \begin{bmatrix} - & - & - & 2\kappa \\ - & - & - & - \\ - & - & - & - \\ - & - & - & - \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} \theta(St) &= [e & - & - & -] \\ \phi(St) &= [- & - & - & 4]^T \end{aligned}$$

CONSIDERAÇÕES GERAIS

Para o caso deste formalismo, o algoritmo de síntese do supervisor é fundamentado seguindo os mesmos passos de [17,18,22,23].

CONCLUSÕES

A abordagem desse trabalho é uma extensão de [18] que permite o tratamento de SEDs temporizados com eventos com tempos de vida definidos por intervalos com limites superiores finitos (definidos como eventos prospectivos em [3]). Aqui, as matrizes de incidência representam GTAs, em que são introduzidos conceitos como os intervalos de atraso inicial e finais. As operações dos dióides são baseadas na álgebra min-max, onde se usa o operador \oplus_{\max} para as operações com os limites inferiores dos intervalos de tempo e \oplus_{\min} para os superiores.

A complexidade do procedimento desenvolvido é de ordem $O(N^4)$, com N sendo a dimensão das matrizes de incidência (número de estados dos autômatos). Todo o formalismo incluído para o tratamento dos SEDs temporizados com eventos prospectivos é válido para os casos de [18,21]. Deve-se observar que para esta abordagem, a representação via matriz de incidência limita o número de estados do sistema a um número finito, mas garante a construção de supervisores para SEDs temporizados como em [3].

REFERÊNCIAS

- [1] P.J.G. Ramadge and W.M. Wonham, (1982) Supervision of Discrete Event Processes, *Proceedings of 21st Conference on Decision and Control*, pp. 1228-1229.
- [2] P.J.G. Ramadge and W.M. Wonham, (1989) The Control of Discrete Event Systems, *Proceedings of the IEEE*, 77, (1) pp. 81-98.
- [3] B.A. Brandin and W.M. Wonham, (1994) Supervisory Control of Timed Discrete-Event Systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39, (2) pp. 329-342.
- [4] J.S. Ostroff and W.M. Wonham, (1990) A Framework for Real-Time Discrete Event Control, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35, (4) pp. 386-397.
- [5] M.S. Lawford, (1997) Model Reduction of Discrete Real-Time Systems, University of Toronto.
- [6] D.D. Cofer and V.K. Garg, (1994) Supervisory Control of Timed Event Graphs, *IEEE* - 0-7803-2129-4/94.
- [7] S. Gaubert, (1992) Théorie des Systèmes Linéaires dans les Dioïdes, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- [8] G. Cohen and D. Dubois and J.P. Quadrat and M. Viot, (1985) A Linear System Theoretic view of Discrete Event Process and its use for Performance Evaluation in Manufacturing, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 30, (3) pp. 210-220.
- [9] F. Baccelli and G. Cohen and G.J. Olsder and J.P. Quadrat, (1992) Synchronisation and Linearity. An Algebra for Discrete Event Systems, John Wiley Sons.
- [10] S. Gaubert, Performance Evaluation of (max,+) Automata, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 40, no. 12, pp. 2014-2025, 1995.
- [11] J. Berstel and C. Reutenauer, (1988) Rational Series and their Languages, Springer.
- [12] I. Klimann, (1999) Langages, Séries et Contrôle de Trajectoires, l'Université Denis Diderot - Paris 7.
- [13] A. Gill, (1962) Introduction to the Theory of Finite-State Machines, *McGraw-Hill Electronic Sciences Series*, McGRAW-HILL Book Company.
- [14] J.L. Boimond, (1999) Sur L'étude des Systèmes à événements Discrets dans l'algèbre des Dioïdes: Identification, Commande des Graphes d'événements Temporisés, Représentation des Graphes d'événements Temporisés à paramètres Variables, l'Université d'Angers.
- [15] B. Cottenceau, (1999) Contribution à la Commande de Systèmes à événements Discrets: Synthèse de Correcteurs pour les Graphes d'événements Temporisés dans les Dioïdes, l'Université d'Angers.
- [16] D.D. Cofer and V.K. Garg, (1996) Supervisory Control of Real Time Discrete-Event Systems Using Lattice Theory, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41, (2) 199-209.
- [17] E. M. M. Costa, (2001) Síntese de Supervisores de Sistemas a Eventos Discretos Temporizados e Não Temporizados, *Tese de Doutorado*. Universidade Federal da Paraíba - UFPB - Campus II, Campina Grande, Paraíba, Brasil.
- [18] E.M.M. Costa and A.M.N. Lima, (2002) Utilizando Dióides na Síntese do Controlador de Sistemas a Eventos Discretos Temporizados, *Anais do Congresso Brasileiro de Automática - CBA2002*.
- [19] R.C. Green, (1979) Minimax Algebra, *Lectures Notes in Economics and Mathematical Systems*, Springer-Verlag.
- [20] S. Gaubert, (1995) Resource Optimization and (min,+) Spectral Theory, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40, (11) 1931-1934.
- [21] P.J.G. Ramadge and W.M. Wonham, (1987) On the Supremal Controllable Sublanguage of a Given Language, *SIAM Journal of Control and Optimization*, 25, (3) 637-659.
- [22] E.M.M. Costa and A.M.N. Lima, (2002) Síntese de Controladores para Sistemas a Eventos Discretos, *Anais do Congresso Brasileiro de Automática - CBA2002*.
- [23] E.M.M. Costa and A.M.N. Lima, (2004) Synthesis of Supervisors for Time-Varying Discrete Event Systems. *Revista Brasileira de Controle & Automação (SBA)*, São Paulo, 15, (4) 367-387.