

**V SEMINÁRIO NACIONAL DE
CONTROLE E AUTOMAÇÃO**
INDUSTRIAL, ELÉTRICA E DE TELECOMUNICAÇÕES

Promoção:



**Síntese De Supervisores De Sistemas A Eventos Discretos Com
Observação Parcial De Eventos Utilizando Dióides: Aplicação Às
Matrizes De Incidência Com Linguagens Normais**

Eduard Montgomery Meira Costa*

*Faculdade ÁREA1

Av. Santiago de Compostela, 216 – Iguatemi, Salvador – BA
emontyc@yahoo.com.br

GRUPO: A B C D E

TEMA: Controle e Automação de Processos

PALAVRAS CHAVE: Sistemas a Eventos Discretos, Matrizes de Incidência, Controle Supervisório, Observabilidade, Normalidade

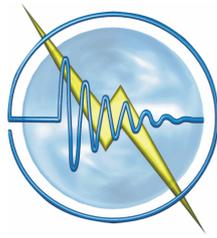
RESUMO - A estruturação do controle para sistemas a eventos discretos, denominada teoria de controle supervisório foi fundamentada sobre as linguagens formais e os autômatos, em que o problema de fundamentação do supervisor para sistemas que apresentam eventos não observáveis foi solucionado com sua extensão utilizando formulações específicas. Dentre estas formulações, encontram-se as definições de linguagem observável e linguagem normal. Entretanto, o mesmo problema pode ser descrito utilizando formulações algébricas sob matrizes, baseadas na álgebra de dióides que é uma importante ferramenta para a descrição desses sistemas na forma temporizada e não temporizada, permitindo formular o controle para estes sistemas de automação inteligente. Esse trabalho utiliza a álgebra de dióides e as matrizes de incidência para sintetizar o supervisor para sistemas a eventos discretos sob observação parcial de eventos com matrizes de incidência que apresentam linguagens normais. O conceito de observabilidade é definido sobre operações matriciais nesta álgebra, em que um formalismo para definir se uma dada matriz de incidência tem linguagem observável é apresentado. A síntese do supervisor é realizada através de operações matriciais que provêm o mesmo resultado obtido com o algoritmo da suprema sublinguagem controlável. A complexidade computacional para sintetizar o supervisor é igual à complexidade do algoritmo clássico.

ABSTRACT – The structuring of control to discrete event systems, named supervisory control theory was based over formal languages and automata, where the problem of supervisor formulation for systems that presents unobserving events was solving using specific formulations. In this formulations, we find observed and normal languages definitions. However, the same problem can be described using algebraical formulations under matrices, based in dioid algebra that is a important tool to describe these systems in timed and untimed way, allowing to formulate the control to these

intelligent automation systems. This paper uses dioid algebra and incidence matrices to synthesize the supervisor for discrete event systems under partial observations with incidence matrices that presents normal languages. The observability concept is defined over matricial operations in this algebra, where is presented a formalism to define if a done incidence matrix have observed language. The supervisor synthesis is realized through matricial operations that provides the same result obtained with the supremal sublanguage algorithm. The computational complexity to design the supervisor is equal to the classical algorithm complexity.

INTRODUÇÃO

Sistemas a Eventos Discretos (SEDs) [1] são sistemas que apresentam uma evolução dinâmica descrita pela ocorrência de eventos que determinam sua interação com o ambiente e que alteram o estado do sistema. Esses sistemas estão presentes em várias aplicações do cotidiano como redes de computadores, sistemas de manufatura, supervisão de tráfego aéreo e ferroviário e sistemas operacionais. O estudo dos SEDs requer a utilização de uma representação adequada e que permita projetar um agente de controle automático, denominado supervisor. A partir de tarefas especificadas, o supervisor recebe informações da ocorrência dos eventos do SED e determina a ação de controle a ser aplicada, enviando comandos para os atuadores que inibem ou habilitam determinados eventos. A formalização do problema de controle de SEDs utilizando autômatos e linguagens formais [2] é denominada de Teoria de Controle Supervisório (TCS) [3], que é uma forma elegante de resolver o problema de controle de SEDs: a partir do modelo do SED e de uma especificação funcional, determina um supervisor.



III SEMINÁRIO NACIONAL DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

INDUSTRIAL, ELÉTRICA E DE TELECOMUNICAÇÕES

A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO,
EMPREGABILIDADE E EMPREENDEDORISMO

Em muitos problemas de controle de SEDs, é necessário considerar as ocorrências de eventos não observáveis [4,5], que podem ser relacionados com a dinâmica interna do sistema, ou com o modelo adotado, ou mesmo serem eventos não observáveis por sua própria natureza [5]. O estudo desta situação é de grande importância no estudo desses sistemas. O tratamento que se aplica nesses casos requer a introdução de um estágio de observação entre o SED e o supervisor. Esse estágio de observação recebe os eventos que ocorrem no SED, mapeando-os em um alfabeto de eventos observáveis que são transmitidos ao supervisor que definirá a ação de controle a ser aplicada. Dessa forma, o tratamento desses sistemas pode ser feito com o mesmo formalismo da TCS, considerando a inclusão desse estágio de observação [6].

Neste trabalho, o formalismo para tratar a ocorrência de eventos não observáveis com linguagens normais é expresso por meio de um procedimento baseado em matrizes de incidência e na álgebra de dióides. A formulação do problema de controle supervisorio considerando a observação total dos eventos e utilizando matrizes de incidência e esta álgebra é tratada em [7,8]. Entretanto, neste trabalho, a formalização de avaliação de observabilidade e de normalidade de uma matriz de incidência não é simples, e requer o desenvolvimento de um procedimento específico que traduza em termos algorítmicos o teste destas propriedades. Nesse artigo este procedimento é formalizado.

Para a compreensão desse artigo são apresentados os conceitos necessários para o desenvolvimento do trabalho; após isto, é apresentada a formalização da proposta e alguns exemplos ilustrativos para finalmente serem apresentadas as conclusões do mesmo.

CONCEITOS

DIÓIDES E LINGUAGENS FORMAIS

Definição 1 Um Dióide é um conjunto D dotado de duas operações: \oplus (adição) e \otimes (multiplicação), que é idempotente. O elemento nulo é ϵ e o elemento identidade é 'e'.

Um dióide é dito comutativo se \otimes é comutativo.

As definições de D , \oplus e \otimes particularizam os dióides para aplicações específicas. Para as linguagens formais, define-se $D = P(\Sigma^*)$, em que $P(\Sigma^*)$ é o conjunto das linguagens formadas com símbolos do alfabeto Σ [9]. Assim, um elemento de $P(\Sigma^*)$ é uma linguagem, e \oplus e \otimes são definidos como:

Definição 2 Seja (D, \oplus, \otimes) um dióide com $D = P(\Sigma^*)$. Nesse caso \oplus e \otimes , são definidos como as operações de união e concatenação, respectivamente, tal que dados $L_1, L_2 \in D$, $L_1 \otimes L_2 = \{s_1 s_2 | s_1 \in L_1 \wedge s_2 \in L_2\}$ e $L_1 \oplus L_2 = \{s | s \in L_1 \vee s \in L_2\}$. O elemento nulo ϵ denota a linguagem vazia \emptyset e o elemento identidade e denota ϵ .

Como nas linguagens formais, a concatenação de uma linguagem L com 'e', é $L \otimes e = e \otimes L = L$ e a concatenação de L com ϵ é $L \otimes \epsilon = \epsilon \otimes L = \epsilon$. Nas linguagens regulares, \oplus pode representar a operação + que define a escolha entre caminhos.

Exemplo 1 A linguagem $L_1 = \alpha\beta^*$ somada com a linguagem $L_2 = \alpha$, é $L_3 = L_1 \oplus L_2 = \alpha\beta^* \oplus \alpha = \alpha\beta^* + \alpha = \alpha(\beta^* + e)$ que implica na união de L_1 e L_2 .

MATRIZES DE INCIDÊNCIA

Em [7] a síntese do supervisor para um SED requer a definição das matrizes do autômato que modela o SED, bem como as operações definidas na TCS, descritas a seguir:

Definição 3 A um autômato $G = (\Sigma, Q, \delta, q_0, Q_m)$ com $|Q| = N$, sua matriz de incidência \mathbf{A} é definida como

$$a_{ij} = \begin{cases} \sigma & \text{se } \exists \sigma \text{ do estado } i \text{ para o estado } j, \\ \epsilon & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

em que $\sigma \in \Sigma^*$, $\sigma = \sigma^1 + \sigma^2 + \dots + \sigma^n$, é a expressão regular que provoca no autômato A a mudança do estado i para o estado j . O estado inicial é definido pelo vetor linha $\theta_{1 \times N}(\mathbf{A}) = [e \ e \ \dots \ e]$, isto é, o primeiro elemento é e e os demais são ϵ . Os estado marcados são definidos pelo vetor coluna $\phi_{N \times 1}(\mathbf{A})$,

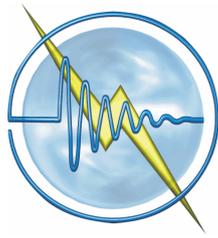
$$\phi_i(\mathbf{A}) = \begin{cases} e & \text{se a linha } i \text{ é marcada;} \\ \epsilon & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A linha i representa o estado do autômato e a coluna j , o próximo estado, se $a_{ij} \neq \epsilon$. O vetor θ só apresenta o primeiro elemento diferente de ϵ , definindo que $i=1$ é sempre o estado inicial e, o vetor ϕ à direita de \mathbf{A} , indica que uma linha é marcada se o i -ésimo elemento $\phi(\mathbf{A}) = e$.

Exemplo 2 A matriz de incidência \mathbf{A} associada ao autômato da Figura 1, é

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \epsilon & \alpha + \lambda + \beta & \beta \\ \eta & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \beta & \alpha + \lambda \end{bmatrix} \begin{matrix} \epsilon \\ \epsilon \\ e \end{matrix}$$

com a linha 3 representando um estado marcado, de acordo com os elementos de $\phi(\mathbf{A})$ apresentados à direita da matriz.



III SEMINÁRIO NACIONAL DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

INDUSTRIAL, ELÉTRICA E DE TELECOMUNICAÇÕES

A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO,
EMPREGABILIDADE E EMPREENDEDORISMO

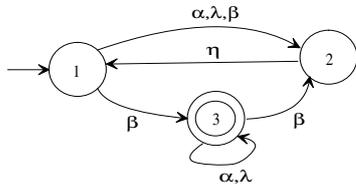


Figura 1: Autômato para matriz de incidência.

LINGUAGEM DE UMA MATRIZ DE INCIDÊNCIA

A matriz \mathbf{A} do autômato G tem $L(\mathbf{A}) = L(G)$ e $L_m(\mathbf{A}) = L_m(G)$, que são definidas como:

Definição 4 Para uma dada matriz de incidência \mathbf{A} , sua linguagem é definida por

$$L(\mathbf{A}) = \bigoplus_i (\theta(\mathbf{A}) \otimes \mathbf{A}^i) = \bigoplus_i \bigoplus_{j=1}^n (\theta_1(\mathbf{A}) \otimes a_{1,j}^i),$$

em que $a_{1,j}^i$ é o elemento da linha 1, coluna j da matriz de caminhos $\mathbf{A}^i = \mathbf{A} \otimes \dots \otimes \mathbf{A}$ (i vezes).

Deve-se observar que $L(\mathbf{A}) = \bar{L}(\mathbf{A})$.

A linguagem marcada da matriz é definida como:

Definição 5 Para uma matriz de incidência \mathbf{A} , sua linguagem marcada é definida por

$$L_m(\mathbf{A}) = \bigoplus_i (\theta(\mathbf{A}) \otimes \mathbf{A}^i \otimes \phi(\mathbf{A})) = \bigoplus_i \bigoplus_{j=1}^n (\theta_1(\mathbf{A}) \otimes a_{1,j}^i \otimes \phi_j(\mathbf{A})),$$

em que $a_{1,j}^i$ é o elemento da linha 1, coluna marcada j da matriz de caminhos $\mathbf{A}^i = \mathbf{A} \otimes \dots \otimes \mathbf{A}$ (i vezes).

Essa definição é similar à Definição 4. Entretanto apenas são consideradas as palavras que se encontram em uma coluna que leva a uma linha marcada j , denominada coluna marcada.

Exemplo 3 Seja o autômato da Figura 2, em que

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \epsilon & \alpha \\ \beta & \kappa \end{bmatrix} e$$

Para determinar sua linguagem, calculam-se

$$\mathbf{A}^2 = \begin{bmatrix} \alpha\beta & \alpha\kappa \\ \kappa\beta & \beta\alpha + \kappa\kappa \end{bmatrix} e$$

$$\mathbf{A}^3 = \begin{bmatrix} \alpha\kappa\beta & \alpha\beta\alpha + \alpha\kappa\kappa \\ \beta\alpha\beta + \kappa\kappa\beta & \kappa\beta\alpha + \beta\alpha\kappa + \kappa\kappa\kappa \end{bmatrix} e$$

...

cujos elementos da primeira linha definem as palavras de comprimento 2, 3, ..., da linguagem de \mathbf{A} . Logo, $L(\mathbf{A}) = \bar{L}(\mathbf{A}) = \epsilon, \alpha, \alpha\beta, \alpha\kappa, \alpha\kappa\beta, \alpha\beta\alpha, \alpha\kappa\kappa, \dots$. Observe que a palavra vazia ϵ está presente em $L(\mathbf{A})$, e que as palavras de comprimento i , encontram-se na linha 1 das matrizes \mathbf{A}^i . A linguagem marcada de \mathbf{A} é $L_m(\mathbf{A}) = \epsilon, \alpha\beta, \alpha\kappa\beta, \dots$, que é determinada pelas palavras da linha 1, coluna 1 de \mathbf{A}^i , desde que $\phi_1(\mathbf{A}) = e$.

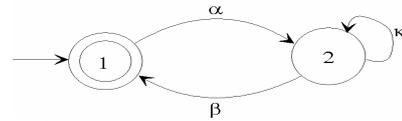


Figura 2: Autômato para formulação da linguagem.

Observação: As operações definidas para linguagens como continência, acessibilidade, coacessibilidade, equivalência e composições síncronas são definidas também para as matrizes, as quais podem ser vistas em [7], como também exemplos sobre estas operações.

SÍNTESE DO SUPERVISOR

O tratamento do problema de sintetizar o supervisor para SEDs com observação parcial de eventos para linguagens normais é formulado considerando que o supervisor recebe os eventos gerados pelo SED mapeados por um estágio de observação, como apresentado na Figura 3.

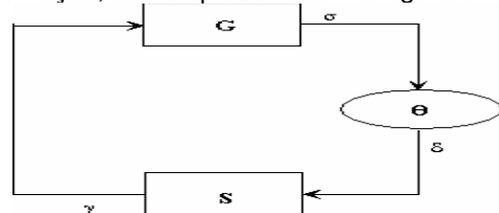


Figura 3: SED supervisionado com estágio de observação.

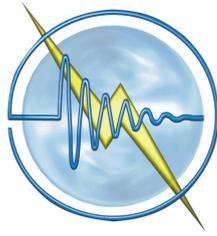
O supervisor é sintetizado via especificação de comportamento e o gerador observado. Essas condições exigem que a linguagem da especificação seja observável dentro da linguagem do gerador. Neste caso, considera-se que $\Sigma = \Sigma_c \cup \Sigma_{uc} = \Sigma_o \cup \Sigma_{uo}$, com Σ_o sendo o conjunto de eventos observáveis e assim, define-se:

Definição 6 Seja um alfabeto $\Sigma = \Sigma_o \cup \Sigma_{uo}$. Defina-se o operador O como $O(\mathbf{A}) = \mathbf{B}$, $\mathbf{B} = [b_{i,j}]$, em que $\forall i, j | i=j$, se $a_{i,j} = \sigma$, $\sigma \in \Sigma_{uo}$, então $b_{i,j} = \epsilon$, e $\forall i, j | i \neq j$, se $a_{i,j} = \sigma$, $\sigma \in \Sigma_{uo}$, então $b_{i,j} = \epsilon \wedge b_{i,k} = b_{i,k} \oplus b_{j,k} \wedge b_{k,i} = b_{k,i} \oplus b_{k,j} \wedge b_{j,k} = \epsilon \wedge b_{k,j} = \epsilon$, $k=1, \dots, N$, com N sendo a dimensão de \mathbf{A} . As linhas marcadas de \mathbf{B} são as mesmas de \mathbf{A} .

O operador O gera o mapeamento de \mathbf{A} , de acordo com o seguinte algoritmo:

Algoritmo 1 Construção de $\mathbf{B} = O(\mathbf{A})$

1. Faça $\mathbf{B} = \mathbf{A}$;
2. Faça $i=1$ até N ;
- a) Faça $j=1$ até N ;
- i. Se $i=j \wedge a_{i,j} = \sigma \wedge \sigma \in \Sigma_{uo}$, faça $b_{i,j} = \epsilon$;
- ii. Se $i \neq j \wedge a_{i,j} = \sigma \wedge \sigma \in \Sigma_{uo}$, então $b_{i,j} = \epsilon$ e para $k=1$ até N , faça:
 - 1) $b_{i,k} = b_{i,k} \oplus b_{j,k}$;
 - 2) $b_{k,i} = b_{k,i} \oplus b_{k,j}$;
 - 3) $b_{j,k} = \epsilon$;
 - 4) $b_{k,j} = \epsilon$;
- b) Faça $\theta(\mathbf{B}) = \theta(\mathbf{A})$ e $\phi(\mathbf{B}) = \phi(\mathbf{A})$.



III SEMINÁRIO NACIONAL DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

INDUSTRIAL, ELÉTRICA E DE TELECOMUNICAÇÕES

A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO,
EMPREGABILIDADE E EMPREENDEDORISMO

O mapeamento inverso é definido como:

Definição 7 Define-se o mapeamento inverso O^{-1} , tal que $O^{-1}(\mathbf{A}) = \mathbf{B}$, $\mathbf{B} = [b_{i,j}]$,

$$b_{i,j} = \begin{cases} a_{i,j} \oplus \Sigma_{uo}, & \text{se } i = j; \\ a_{i,j}, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

As linhas marcadas de \mathbf{B} são as mesmas de \mathbf{A} .

O seguinte algoritmo constrói a matriz \mathbf{B} gerada da matriz observada \mathbf{A} pelo operador O^{-1} :

Algoritmo 2 Construção de $\mathbf{B} = O^{-1}(\mathbf{A})$

1. Faça $i=1$ até N ;
- a) Faça $j=1$ até N ;
- i. Se $i=j$ faça $b_{i,j} = a_{i,j} \oplus \sigma^1 \oplus \dots \oplus \sigma^m$, com $\sigma_1, \dots, \sigma_m \in \Sigma_{uo}$;
- ii. Se $i \neq j$ faça $b_{i,j} = a_{i,j}$.
- b) Faça $\theta(\mathbf{B}) = \theta(\mathbf{A})$ e $\phi(\mathbf{B}) = \phi(\mathbf{A})$.

Os operadores O e O^{-1} têm as funções dos operadores θ e θ^{-1} , das linguagens, o que garante as condições de [10].

Exemplo 4 O autômato da Figura 4(a) tem:

$$A = \begin{bmatrix} \epsilon & \alpha & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \beta & \alpha \\ \eta & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \kappa & \epsilon & \alpha & \epsilon \end{bmatrix}$$

Se $\Sigma = \{\alpha, \beta, \eta, \kappa\}$ e $\Sigma_{uo} = \{\beta\}$, então

$$O(\mathbf{A}) = \begin{bmatrix} \epsilon & \alpha & \epsilon & \epsilon \\ \eta & \epsilon & \epsilon & \alpha \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \kappa & \alpha & \epsilon & \epsilon \end{bmatrix}, \quad O^{-1}(O(\mathbf{A})) = \begin{bmatrix} \beta & \alpha & \epsilon & \epsilon \\ \eta & \beta & \epsilon & \alpha \\ \epsilon & \epsilon & \beta & \epsilon \\ \kappa & \alpha & \epsilon & \beta \end{bmatrix}$$

que são os autômatos das Fig. 4(b) e 4(c).

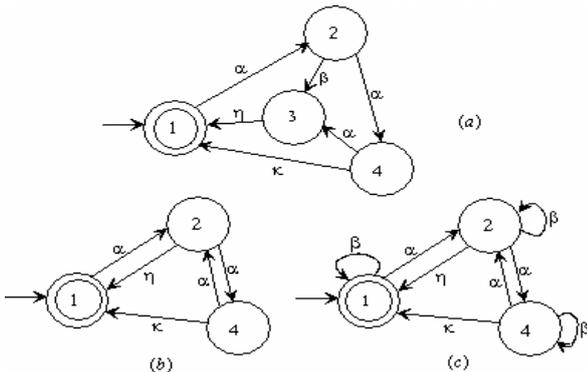


Figura 4: (a) Autômato com eventos não observáveis, (b) Autômato mapeado pelo operador O e (c) Autômato construído pelo mapeamento inverso.

Para sintetizar o supervisor considerando esta condição de observação de eventos, baseado no formalismo de [7] definem-se:

Definição 8 Dado um autômato G que representa um SED, construído com eventos de um alfabeto $\Sigma = \Sigma_c \cup \Sigma_{uc}$, define-se a matriz de incidência \mathbf{A}_{uc} ,

com dimensão igual a de \mathbf{A} , dada por $\mathbf{A}_{uc} = [(a_{uc})_{i,j}]$,

$$(a_{uc})_{i,j} = \begin{cases} \sigma_{uc} & \text{se } \exists \sigma_{uc} \text{ do estado } i \text{ para } j; \\ \epsilon & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

em que $\sigma_{uc} \in \Sigma_{uc}$. Os vetores $\theta(\mathbf{A}_{uc})$ e $\phi(\mathbf{A}_{uc})$ são os mesmos de \mathbf{A} .

Definição 9 Dada uma especificação de comportamento G_E para um SED, sua matriz de incidência é definida por $\mathbf{E} = [e_{i,j}]$,

$$e_{i,j} = \begin{cases} \sigma & \text{se } \exists \sigma \text{ do estado } i \text{ para } j \text{ em } G_E; \\ \epsilon & \text{caso contrário} \end{cases}$$

em que $\sigma \in \Sigma^+$, $\sigma = \sigma^1 + \dots + \sigma^n$ é uma expressão regular que muda o estado de G_E de i para j . O estado inicial e os estados marcados são definidos igualmente à Definição 3.

De acordo com [7], deve ser considerado que se um comportamento especificado \mathbf{E} não é uma submatriz de \mathbf{A} , deve-se utilizar a transformação matricial de \mathbf{E} em $\mathbf{E}^\#$ para ser uma submatriz de \mathbf{A} (transformada em $\mathbf{A}^\#$).

Observação: A partir daqui, sempre que se citar a especificação \mathbf{E} , considerar-se-á sua transformação em $\mathbf{E}^\#$, quando \mathbf{E} não é submatriz de \mathbf{A} . Também, \mathbf{A} implica em $\mathbf{A}^\# = O(\mathbf{A})$ e sua transformação em $\mathbf{A}^\#$.

Dada \mathbf{E} , avalia-se como construir um supervisor para o SED modelado por \mathbf{A} . Assim, tem-se:

Definição 10 Um supervisor construído através de uma especificação de comportamento \mathbf{E} para um SED modelado por uma matriz de incidência \mathbf{A} , é definido por $\mathbf{S} = [s_{i,j}]$,

$$s_{i,j} = \begin{cases} \sigma \in e_{i,j} & \text{se } \sigma \in e_{i,j} \text{ pode ocorrer em } \mathbf{A}; \\ \epsilon & \text{caso contrário} \end{cases}$$

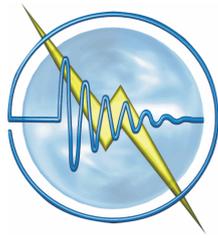
em que $s_{i,j} = \epsilon$ para $a_{i,j} \neq \epsilon$, implica em dizer que existe um controle para inibir o evento que se encontra em $a_{i,j}$, para $a_{i,j} = \sigma_c$, ou que o estado j não é acessível. Se mais de um evento é definido do estado i para o estado j , $s_{i,j} = \oplus_k \sigma^k$.

Também, de acordo com [7], consideram-se os operadores de acessibilidade, coacessibilidade, trim e continência do mesmo modo de [8]. Daí, define-se a observabilidade de \mathbf{E} , como:

Definição 11 Seja $[\Sigma]$ uma matriz tal que $L([\Sigma]) = \Sigma^*$ e seja $\mathbf{B}, \mathbf{C} \triangleleft [\Sigma]$. Uma matriz de incidência \mathbf{E} é observável se $O(\mathbf{B}) = O(\mathbf{C}) \Rightarrow \text{consis}(\mathbf{B}, \mathbf{C})$, em que $\text{consis}(\mathbf{B}, \mathbf{C})$, é verdadeiro se e só se, $\forall \sigma \in \Sigma$, $\forall \mathbf{D} \triangleleft [\Sigma]$, com $\mathbf{D} = [d_{i,j}]$;

$$d_{i,j} = \begin{cases} \sigma, & \text{para algum par } i, j \\ \epsilon, & \text{para todos os demais elementos,} \end{cases}$$

a condição de observação $\mathbf{B} \oplus \mathbf{D} \triangleleft \mathbf{E} \wedge \mathbf{C} \triangleleft \mathbf{E} \wedge \mathbf{C} \oplus \mathbf{D} \triangleleft \mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{C} \oplus \mathbf{D} \triangleleft \mathbf{E}$, é satisfeita.



III SEMINÁRIO NACIONAL DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

INDUSTRIAL, ELÉTRICA E DE TELECOMUNICAÇÕES

A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO,
EMPREGABILIDADE E EMPREENDEDORISMO

Exemplo 5 Seja $\Sigma = \{\alpha, \beta, \kappa\}$ e $\Sigma_{uo} = \{\beta\}$, e sejam

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \epsilon & \kappa \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \kappa \end{bmatrix}$$

Para

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \epsilon & \epsilon \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \alpha & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \end{bmatrix}$$

tem-se que

$$O(\mathbf{B}) = O(\mathbf{C}) = \begin{bmatrix} \alpha & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \end{bmatrix}$$

Para

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \kappa \end{bmatrix}$$

tem-se

$$\begin{aligned} \mathbf{B} \oplus \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \epsilon & \kappa \end{bmatrix} \triangleleft \mathbf{E} \\ \mathbf{C} &\triangleleft \mathbf{E} \\ \mathbf{C} \oplus \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} \alpha & \epsilon \\ \epsilon & \kappa \end{bmatrix} \triangleleft \mathbf{A} \end{aligned}$$

que juntas implicam em

$$\mathbf{C} \oplus \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \alpha & \epsilon \\ \epsilon & \kappa \end{bmatrix} \triangleleft \mathbf{E}$$

A condição de observação define que duas matrizes \mathbf{B} e \mathbf{C} produzem a mesma linguagem quando vistas através do mapeamento.

Dada a condição para uma matriz ser observável, define-se a condição de normalidade.

Definição 12 Dada uma especificação de comportamento \mathbf{E} para um SED modelado por uma matriz de incidência \mathbf{A} , \mathbf{E} é dita normal se e somente se $ACES(\mathbf{E}) = ACES(\mathbf{A} \otimes O^{-1}(O(\mathbf{E})))$.

Por esta definição, \mathbf{E} é normal quando todos os eventos não observáveis que são não controláveis, encontram-se em \mathbf{E} . Para fazer o teste de observação é necessário que as matrizes estejam na forma de submatrizes, devido à mudança estrutural de $O^{-1}(O(\mathbf{E}))$, que a torna não submatriz de \mathbf{A} . O operador \otimes é a interseção definida em [7] para os dióides.

Exemplo 6 Considere a matriz \mathbf{A} e a especificação \mathbf{E} a seguir:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \epsilon & \alpha & \beta \\ \epsilon & \epsilon & \beta \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \epsilon & \epsilon & \beta \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon \end{bmatrix} \text{ e } \begin{bmatrix} \epsilon \\ \epsilon \\ \epsilon \end{bmatrix}$$

onde $\Sigma_{o} = \{\beta\}$. Para ver se \mathbf{E} é observável, faz-se:

- (1) $Active_{\mathbf{E}_{1,1}} = \{\beta\}$, $Inactive_{\mathbf{E}_{1,1}} = \{\alpha\}$ (3)
 (2) $Active_{\mathbf{E}_{1,3}} = \emptyset$, $Inactive_{\mathbf{E}_{1,3}} = \emptyset$ (4)

que são os únicos elementos a serem testados. Da condição de observação, tem-se $(1) \cap (4) = \emptyset = (3) \cap (2)$, mostrando que \mathbf{E} é observável. Transformando \mathbf{A} em $\mathbf{A}^\#$, \mathbf{E} em $\mathbf{E}^\#$ e $O^{-1}(O(\mathbf{E}))$ em $(O^{-1}(O(\mathbf{E})))^\#$, tem-se:

$$\mathbf{A}^\# = \begin{bmatrix} \epsilon & \alpha & \epsilon & \beta & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \beta & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \alpha & \beta & \epsilon \\ \epsilon & \beta & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \alpha & \beta & \epsilon \\ \epsilon & \beta & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}^\# = \begin{bmatrix} \epsilon & \beta & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \beta & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \end{bmatrix}$$

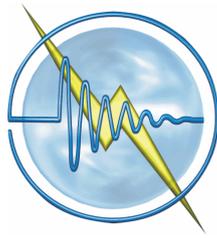
e

$$(O^{-1}(O(\mathbf{E})))^\# = \begin{bmatrix} \epsilon & \alpha & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \beta & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \beta & \epsilon & \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon \end{bmatrix}$$

em que, $ACES(\mathbf{A}^\# \otimes (O^{-1}(O(\mathbf{E})))^\#) = ACES(\mathbf{A}^\#) \neq ACES(\mathbf{E}^\#)$. Logo, \mathbf{E} não é normal. Por outro lado, para

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \epsilon & \beta & \lambda \\ \epsilon & \epsilon & \alpha \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \epsilon & \beta & \lambda \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon \end{bmatrix} \text{ e } \begin{bmatrix} \epsilon \\ \epsilon \\ \epsilon \end{bmatrix}$$

encontra-se que \mathbf{E} é observável e normal. Deve-se observar que toda linguagem normal é também observável, mas nem toda linguagem



III SEMINÁRIO NACIONAL DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

INDUSTRIAL, ELÉTRICA E DE TELECOMUNICAÇÕES

A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO,
EMPREGABILIDADE E EMPREENDEDORISMO

observável é normal [11]. Daí, a condição de normalidade ser satisfeita garante a observabilidade, e assim, pode-se validar uma especificação para sintetizar um supervisor.

Tendo em vista esse formalismo, o procedimento para a construção do supervisor com observação parcial de eventos, tanto para linguagens observáveis quanto para linguagens normais, é igual ao procedimento onde são considerados apenas os eventos observáveis [8]. Assim, para uma dada \mathbf{E} , a seguinte condição deve ser satisfeita:

Definição 13 Uma especificação de comportamento \mathbf{E} é dita ser válida para a matriz de incidência \mathbf{A} se $\mathbf{E} \neq [\epsilon]$, \mathbf{E} é observável e se $\forall i, j, \sigma \subset \theta_{i,j}, \sigma \in \Sigma$, onde $[\epsilon]$ é a matriz nula onde todos os seus elementos são ϵ .

A condição de controlabilidade para a especificação \mathbf{E} é definida a seguir:

Definição 14 Dada uma especificação de comportamento \mathbf{E} válida, com $ACES(\mathbf{E}) = \mathbf{E}$, e a matriz de incidência \mathbf{A} , \mathbf{E} é controlável se $ACES(\mathbf{E} \oplus \mathbf{A}_{uc}) = \mathbf{E}$.

Deve-se observar que a condição de controlabilidade de \mathbf{E} é feita sobre as matrizes que satisfazem $\mathbf{E} \leq \mathbf{A}$. Dessa forma, se $\mathbf{E} \not\leq \mathbf{A}$, deve-se transformar \mathbf{E} em $\mathbf{E}^\#$ e \mathbf{A} em $\mathbf{A}^\#$ para permitir a utilização da Definição 14.

Exemplo 7 Considere as matrizes de incidência:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \epsilon & \alpha & \epsilon \\ \beta & \epsilon & \kappa \\ \eta & \epsilon & \epsilon \end{bmatrix} \begin{matrix} e \\ \epsilon \\ \epsilon \end{matrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \epsilon & \alpha & \epsilon \\ \beta & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon \end{bmatrix} \begin{matrix} e \\ \epsilon \\ \epsilon \end{matrix}$$

Sendo $\Sigma_{uc} = \{\eta\}$, tem-se que

$$ACES(\mathbf{E} \oplus \mathbf{A}_{uc}) = \begin{bmatrix} \epsilon & \alpha & \epsilon \\ \beta & \epsilon & \epsilon \\ \epsilon & \epsilon & \epsilon \end{bmatrix} \begin{matrix} e \\ \epsilon \\ \epsilon \end{matrix} = \mathbf{E}.$$

Isto é, \mathbf{E} gera uma linguagem controlável.

Considerando \mathbf{E} válida e a matriz \mathbf{A}_{uc} , a partir da condição de controlabilidade, um supervisor pode ser sintetizado utilizando o mesmo procedimento de [8].

CONCLUSÃO

Esse artigo mostra que é possível usar a abordagem dos dióides de [7] para solucionar o problema de controle supervísório considerando a observação parcial de eventos para comportamentos formalizados por linguagens normais, como uma extensão ao formalismo de [8]. A avaliação da normalidade das matrizes é

introduzido. Com este formalismo, o supervisor pode ser sintetizado, desde que satisfaz as condições de [5]. A ordem de complexidade para este caso é $O(N^4)$, sendo N a dimensão das matrizes, que é a mesma ordem de complexidade do algoritmo da construção do supervisor clássico para SEDs com observação total de eventos.

REFERÊNCIAS

- [1] P.J.G. Ramadge and W.M. Wonham, (1982) Supervision of Discrete Event Processes, *Proceedings of 21st Conference on Decision and Control*, pp. 1228-1229.
- [2] J.E. Hopcroft and J.D. Ullman, (1979) Introduction to Automata Theory, Languages and Computation, Addison-Wesley, USA.
- [3] P.J.G. Ramadge and W.M. Wonham, (1989) The Control of Discrete Event Systems, *Proceedings of the IEEE*, 77, (1) pp. 81-98.
- [4] R. Cieslak and C. Desclaux and A.S. Fawaz and P. Varaiya, (1988) Supervisory Control of Discrete-Event Processes with Partial Observations, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 33, (3) 249-260.
- [5] F. Lin and W.M. Wonham, (1988) On Observability of Discrete Event Systems, *Information Sciences*, 173-198.
- [6] C.M. Özveren and A.S. Willsky, (1990) Observability of Discrete Event Systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35, (7) 797-806.
- [7] E. M. M. Costa, (2001) Síntese de Supervisores de Sistemas a Eventos Discretos Temporizados e Não Temporizados, *Tese de Doutorado*. Universidade Federal da Paraíba - UFPB - Campus II, Campina Grande, Paraíba, Brasil.
- [8] E.M.M. Costa, (2002) Síntese de Supervisores de Sistemas a Eventos Discretos com Observação Parcial de Eventos Utilizando Dióides e Matrizes de Incidência, *Anais do Congresso Brasileiro de Automática - CBA2002*.
- [9] A. Gill, (1962) Introduction to the Theory of Finite-State Machines, *McGraw-Hill Electronic Sciences Series*, McGRAW-HILL Book Company.
- [10] C. Cao and F. Lin and Z.H. Lin, (1997) Why Event Observation: Observability Revisited, *Discrete Dynamic Systems. Theory and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Boston, (7) 128-149.
- [11] W.M. Wonham, (1999), SED Notes, *Course notes*.